Κανόνες Συσχέτισης ΙΙ

Οι διαφάνειες στηρίζονται στο **P.-N. Tan, M.Steinbach, V. Kumar, «Introduction to Data Mining»**, Addison Wesley, 2006

Σύντομη Ανακεφαλαίωση

Εισαγωγή

Market-Basket transactions (Το καλάθι της νοικοκυράς!)

TID	Items
1	Bread, Milk
2	Bread, Diaper, Beer, Eggs
3	Milk, Diaper, Beer, Coke
4	Bread, Milk, Diaper, Beer
5	Bread, Milk, Diaper, Coke

δοσοληψία (transaction) στοιχείο (item)

- Προώθηση προϊόντων
- Τοποθέτηση προϊόντων στα ράφια
- Διαχείριση αποθεμάτων

Το πρόβλημα: Δεδομένου ενός συνόλου δοσοληψιών (transactions), βρες κανόνες που προβλέπουν την εμφάνιση στοιχείων (item) με βάση την εμφάνιση άλλων στοιχείων στις συναλλαγές

Παραδείγματα κανόνων συσχέτισης

{Diaper} → {Beer},
{Milk, Bread} → {Eggs,Coke},
{Beer, Bread} → {Milk}

Σημαίνει ότι εμφανίζονται μαζί, όχι ότι η εμφάνιση του ενός είναι η αιτία της εμφάνισης του άλλου (co-occurrence, not causality όχι έννοια χρόνου ή διάταξης)

Ορισμοί

στοιχειοσύνολο (itemset): Ένα υποσύνολο του συνόλου των στοιχείων

k-στοιχειοσύνολο (k-itemset): ένα στοιχειοσύνολο με ***k*** στοιχεία

support count (σ) ενός στοιχειοσυνόλου: ο αριθμός εμφανίσεων του στοιχείου

Υποστήριξη (Support (s)) ενός στοιχειοσυνόλου Το ποσοστό των δοσοληψιών που περιέχουν ένα στοιχειοσύνολο

Συχνό Στοιχειοσύνολο (Frequent Itemset) Ένα στοιχειοσύνολο του οποίου η υποστήριξη είναι μεγαλύτερη ή ίση από κάποια τιμή κατωφλίου *minsup*

TID	Items
1	Bread, Milk
2	Bread, Diaper, Beer, Eggs
3	Milk, Diaper, Beer, Coke
4	Bread, Milk, Diaper, Beer
5	Bread, Milk, Diaper, Coke

Ορισμοί

Κανόνας Συσχέτισης (Association Rule)
Είναι μια έκφραση της μορφής $X \rightarrow Y$, όπου X και Y είναι στοιχειοσύνολα $X \subseteq I$, $Y \subseteq I$, $X \cap Y = \varnothing$

Παράδειγμα: {Milk, Diaper} → {Beer}

TID	Items
1	Bread, Milk
2	Bread, Diaper, Beer, Eggs
3	Milk, Diaper, Beer, Coke
4	Bread, Milk, Diaper, Beer
5	Bread, Milk, Diaper, Coke

- Υποστήριξη Κανόνα Support (s)
  Το ποσοστό των δοσοληψιών που περιέχουν και το X και το Y ($X \cup Y$)
- Εμπιστοσύνη - Confidence (c)
  Πόσες από τις δοσοληψίες (ποσοστό) που περιέχουν το X περιέχουν και το Y

Πρόβλημα

Εύρεση Κανόνων Συσχέτισης

Είσοδος: Ένα σύνολο από δοσοληψίες T
Έξοδος: Όλοι οι κανόνες με
support ≥ *minsup*
confidence ≥ *minconf*

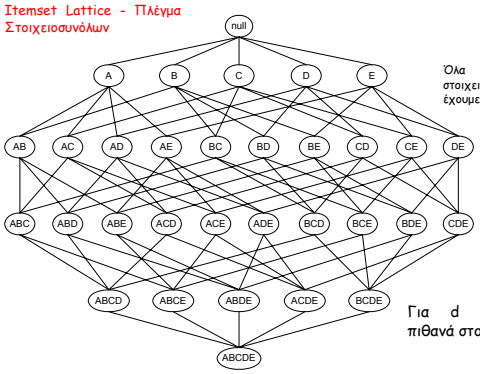
Εξόρυξη Κανόνων Συσχέτισης

Χωρισμός του προβλήματος σε δύο υπο-προβλήματα:

- Εύρεση όλων των συχνών στοιχειοσυνόλων (Frequent Itemset Generation)
  Εύρεση όλων των στοιχειοσυνόλων με υποστήριξη ≥ minsup
- Δημιουργία Κανόνων (Rule Generation)
  Για κάθε (συχνό) στοιχειοσύνολο, δημιούργησε κανόνες με μεγάλη υποστήριξη, όπου κάθε κανόνες είναι μια δυαδική διαμέριση (δηλ. χωρισμός στα δύο) του συχνού στοιχειοσυνόλου

Εύρεση Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Itemset Lattice - Πλέγμα Στοιχειοσυνόλων



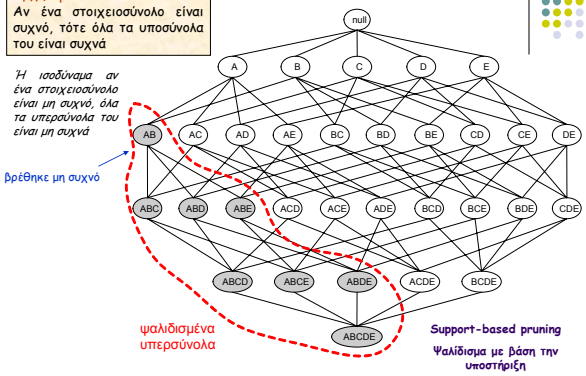
Όλα τα δυνατά στοιχειοσύνολα όταν έχουμε 5 στοιχεία

Για d στοιχεία, 2^d πιθανά στοιχειοσύνολα

Εύρεση Συχνών Στοιχειοσυνόλων: Στρατηγική apriori

Αρχή Apriori
Αν ένα στοιχειοσύνολο είναι συχνό, τότε όλα τα υποσύνολα του είναι συχνά

Ή ισοδύναμα αν ένα στοιχειοσύνολο είναι μη συχνό, όλα τα υπερσύνολα του είναι μη συχνά



Στρατηγική apriori

Γενικός Αλγόριθμος για την Εύρεση Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Έστω **k** = 1 *#k: μήκος στοιχειοσυνόλου*
Παρήγαγε τα συχνά **1-στοιχειοσύνολα**
Repeat until να μην παράγονται νέα συχνά στοιχειοσύνολα
1. Παρήγαγε υποψήφια **(k+1)**-στοιχειοσύνολα
2. Ψαλίδισε τα υποψήφια στοιχειοσύνολα που περιέχουν μη συχνά στοιχειοσύνολα μεγέθους k
3. Υπολόγισε την υποστήριξη κάθε υποψήφιου (k+1)-στοιχειοσυνόλου διασχίζοντας τη βάση των δοσοληψιών
4. Σβήσε τα υποψήφια στοιχειοσύνολα που δεν είναι συχνά
5. k = k + 1

Στρατηγική apriori: Δημιουργία Στοιχειοσυνόλων

Για την παραγωγή υποψήφιων k-στοιχειοσυνόλων

- $F_{k-1} \times F_1$

Επέκταση κάθε συχνού (k-1) στοιχειοσυνόλου με άλλα συχνά στοιχεία

- $F_{k-1} \times F_{k-1}$

Συγχώνευση δύο συχνών (k-1) στοιχειοσυνόλου αν τα πρώτα k-2 στοιχεία τους είναι τα ίδια

Για να αποφύγουμε τη δημιουργία του ίδιου στοιχειοσυνόλου, κρατάμε κάθε στοιχειοσύνολο (λεξικογραφικά) ταξινομημένο

Ψαλίδισμα

- Είναι δυνατόν να γίνουν απλοί έλεγχοι αν τα παραγόμενα πιθανά στοιχειοσύνολα είναι συχνά ελέγχοντας αν τα υποσύνολα τους είναι συχνά και έτσι να αποφύγουμε να υπολογίσουμε την υποστήριξή τους

Στρατηγική apriori: Υπολογισμός Υποστήριξης

Για κάθε νέο υποψήφιο k+1-στοιχειοσύνολο, πρέπει να υπολογίσουμε την υποστήριξή του

Σε κάθε βήμα k+1

- Για να μειώσουμε τον αριθμό των πράξεων, αποθηκεύουμε τα υποψήφια k+1-στοιχειοσύνολα σε ένα δέντρο κατακερματισμού
- Αντί να ταιριάζουμε κάθε δοσοληψία με κάθε υποψήφιο στοιχειοσύνολο, κατακερματίζουμε τα k+1-στοιχειοσύνολα της δοσοληψίας και ενημερώνουμε μόνο τους αντίστοιχους κάδους του δέντρου κατακερματισμού των συχνών στοιχειοσυνόλων

Παραγωγή Κανόνων

Δοθέντος ενός συχνού στοιχειοσυνόλου L, βρες όλα τα μη κενά υποσύνολα f $\subset$ L τέτοια ώστε ο κανόνας f $\rightarrow$ L – f ικανοποιεί τον περιορισμό της ελάχιστης εμπιστοσύνης

Η εμπιστοσύνη για τους κανόνες που παράγονται από το ίδιο στοιχειοσύνολο έχει μια αντι-μονότονη ιδιότητα

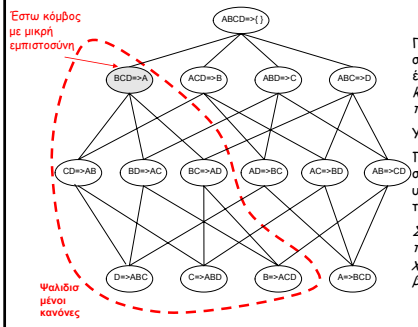
Για παράδειγμα L = {A,B,C,D}: $c(ABC \rightarrow D) \geq c(AB \rightarrow CD) \geq c(A \rightarrow BCD)$

Η εμπιστοσύνη είναι αντι-μονότονη σε σχέση με των αριθμό των στοιχείων στο RHS του κανόνα

Παραγωγή Κανόνων για τον Αλγόριθμο apriori

Πλέγμα Κανόνων για το Στοιχειοσύνολο {A, B, C, D}

Ψαλίδισμα με βάση την εμπιστοσύνη



Για κάθε συχνό στοιχειοσύνολο, ξεκινάμε με έναν κανόνα που έχει *μόνο k=1 στοιχείο στο δεξί μέρος του*

Υπολογίζουμε την εμπιστοσύνη

Παράγουμε κανόνες με **k+1** στοιχεία στο δεξί μέρος και υπολογίζουμε την εμπιστοσύνη τους

Σημείωση: Για τον υπολογισμό της εμπιστοσύνης δεν χρειάζεται να διαπεράσουμε τη βάση

Αναπαράσταση Στοιχειοσυνόλων

Τα στοιχειοσύνολα που παράγονται είναι πολλά, κάποια ίσως περιττά – οδηγούν σε παραγωγή πολλών κανόνων

Ποια να κρατήσουμε;

Ψάχνουμε για *αντιπροσωπευτικά* συχνά στοιχειοσύνολα (δηλαδή, να μπορούμε να πάρουμε από αυτά ακριβώς όλα τα συχνά και ιδεατά να μπορούμε να υπολογίσουμε και την υποστήριξη όλων των συχνών):

- Maximal συχνά
- Κλειστά συχνά

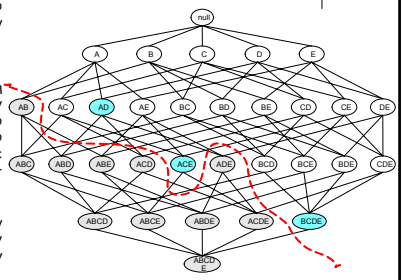
Αναπαράσταση Στοιχειοσυνόλων

Ένα στοιχειοσύνολο είναι maximal συχνό αν κανένα από τα άμεσα υπερσύνολά του δεν είναι συχνό

Προσφέρουν μια συνοπτική αναπαράσταση των συχνών στοιχειοσυνόλων: το μικρότερο σύνολο στοιχειοσυνόλων από το οποίο μπορούμε να πάρουμε όλα τα συχνά στοιχειοσύνολα – είναι τα υποσύνολά τους

ΟΜΩΣ: Δεν προσφέρουν καμιά πληροφορία για την υποστήριξη των υποσυνόλων τους

Συχνά



Μη συχνά

Αναπαράσταση Στοιχειοσυνόλων

Ένα στοιχειοσύνολο είναι **κλειστό (closed)** αν κανένα από τα άμεσα υπερσύνολα του δεν έχει την ίδια υποστήριξη με αυτό (δηλαδή, έχει μικρότερη υποστήριξη)

Ένα στοιχειοσύνολο είναι **κλειστό *συχνό* στοιχειοσύνολο** αν είναι κλειστό και συχνό (δηλαδή, η υποστήριξη του είναι μεγαλύτερη ή ίση με minsup)

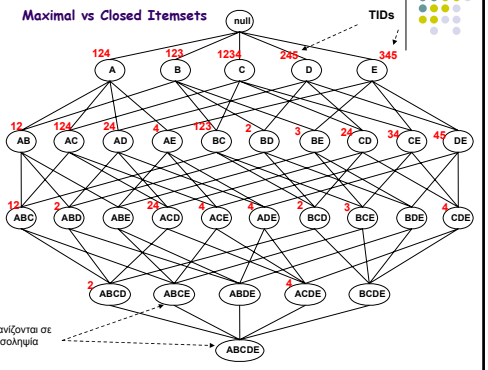
Πάλι τα υποσύνολα τους μας δίνουν όλα τα συχνά υποσύνολα, τώρα όμως μπορούμε να υπολογίσουμε την υποστήριξη των υποσυνόλων τους

Πως: Η υποστήριξη ενός μη κλειστού στοιχειοσυνόλου πρέπει να είναι ίση με την μεγαλύτερη υποστήριξη ανάμεσα στα υπερσύνολά του

Αναπαράσταση Στοιχειοσυνόλων

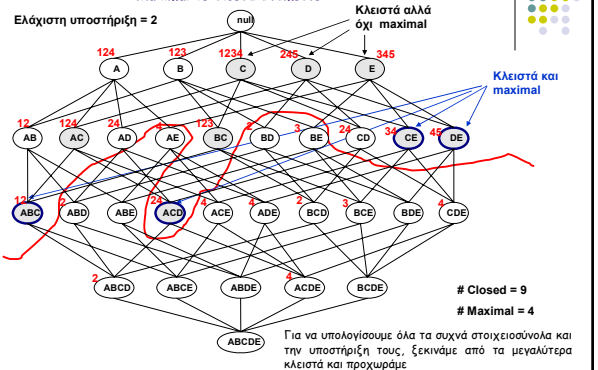
TID	στοιχεία
1	ABC
2	ABCD
3	BCE
4	ACDE
5	DE

Maximal vs Closed Itemsets



Αναπαράσταση Στοιχειοσυνόλων

Maximal vs Closed Itemsets



Για να υπολογίσουμε όλα τα συχνά στοιχειοσύνολα και την υποστήριξη τους, ξεκινάμε από τα μεγαλύτερα κλειστά και προχωράμε

Άλλοι Μέθοδοι Υπολογισμού Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Άλλοι Μέθοδοι Υπολογισμού Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Ο Apriori από τους παλιότερους, αλλά:

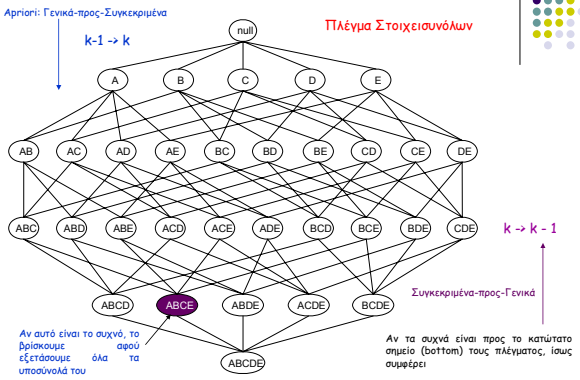
Συχνά μεγάλο I/O επειδή κάνει πολλαπλά περάσματα στη βάση των δοσοληψιών

Κακή απόδοση όταν οι δοσοληψίες έχουν μεγάλο πλάτος

Άλλες μέθοδοι:

- Διαφορετικές διασχίσεις του πλέγματος των στοιχειοσυνόλων
- Αναπαράσταση Συνόλου Δοσοληψιών

Άλλοι Μέθοδοι Υπολογισμού Συχνών Στοιχειοσυνόλων



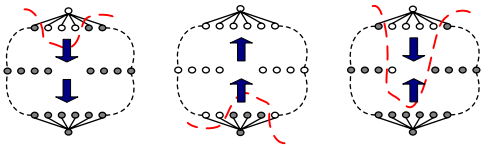
Άλλοι Μέθοδοι Υπολογισμού Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Διάσχιση του Πλέγματος των Στοιχειοσυνόλων: Συγκεκριμένα-προς-Γενικά vs Γενικά-προς-Συγκεκριμένα

k -> k – 1 (συγκεκριμένο-προς-γενικό)

Πιο χρήσιμο για τον εντοπισμό maximal συχνών στοιχειοσυνόλων σε πυκνές (δηλ, με μεγάλο πλάτος δοσοληψίες) όπου το συχνό στοιχειοσύνολο βρίσκεται κοντά στο κατώτατο σημείο του πλέγματος

Αν συχνό, δε χρειάζεται να ελέγξουμε κανένα από τα υποσύνολά του



Γενικό-προς-Συγκεκριμένο Συγκεκριμένο-προς-Γενικό Διπλής Κατεύθυνσης

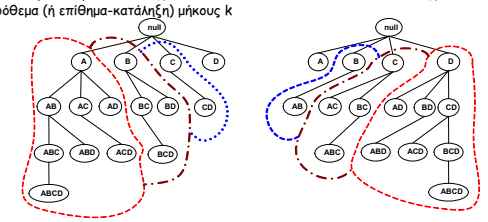
Άλλοι Μέθοδοι Υπολογισμού Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Διάσχιση του Πλέγματος των Στοιχειοσυνόλων: Κλάσεις Ισοδυναμίας

Χωρισμός των στοιχειοσυνόλων του πλέγματος σε ξένες μεταξύ τους ομάδες (κλάσεις ισοδυναμίας) και εξέταση των στοιχειοσυνόλων ανά κλάσεις

Apriori: ορίζει τις κλάσεις με βάση το μήκος k των στοιχειοσυνόλων, πρώτα αυτά μήκους 1, μετά μήκους 2 κοκ

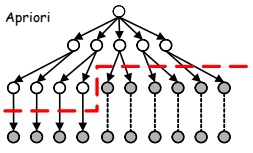
Prefix (Suffix): Δύο στοιχειοσύνολα ανήκουν στην ίδια κλάση αν έχουν κοινό πρόθεμα (ή επίθημα-κατάληξη) μήκους k



(a) Prefix tree (b) Suffix tree

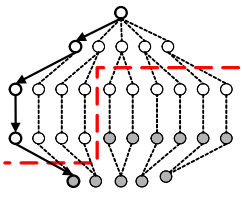
Άλλοι Μέθοδοι Υπολογισμού Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Διάσχιση του Πλέγματος των Στοιχειοσυνόλων: BFS vs DFS



BFS: Breadth-First-Search
Διάσχιση κατά Πλάτος

DFS: Depth-First-Search
Διάσχιση κατά Βάθος



Χρήσιμο για την εύρεση maximal συχνών στοιχειοσυνόλων γιατί τα εντοπίζει πιο γρήγορα από το BFS

Μόλις εντοπιστεί το maximal, είναι δυνατόν να κλαδευτούν πολλά υποσύνολα του

Άλλοι Μέθοδοι Υπολογισμού Συχνών Στοιχειοσυνόλων

Διάσχιση του Πλέγματος των Στοιχειοσυνόλων: BFS vs DFS

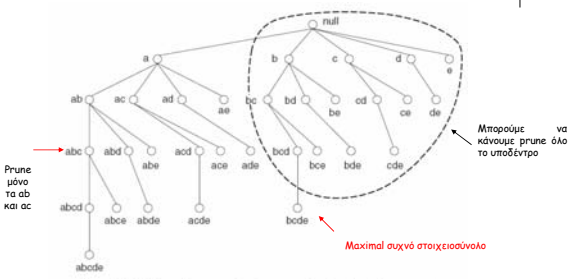


Figure 6.22. Generating candidate itemsets using the depth-first approach.

Άλλοι Τρόποι Υπολογισμού

Αναπαράσταση της Βάσης Δεδομένων: Οριζόντια vs Κάθετη

Αυτό χρησιμοποιεί ο apriori

Οριζόντια Διάρθρωση Δεδομένων

TID	Items
1	A,B,E
2	B,C,D
3	C,E
4	A,C,D
5	A,B,C,D
6	A,E
7	A,B
8	A,B,C
9	A,C,D
10	B

Εναλλακτικά:

Για κάθε στοιχείο σε ποιες δοσοληψίες εμφανίζεται

Κάθετη Διάρθρωση Δεδομένων

A	B	C	D	E
1	1	2	2	1
4	2	3	4	3
5	5	4	5	6
6	7	8	9	
7	8	9		
8	10			
9				

Η υποστήριξη υπολογίζεται παίρνοντας τις τομές των TID-λιστών

Άλλοι Τρόποι Υπολογισμού

Η υποστήριξη υπολογίζεται παίρνοντας τις τομές των TID-λιστών

A
1
4
5
6
7
8
9

∧

B
1
2
5
7
8
10

→

AB
1
5
7
8

- Η υποστήριξη ενός k-στοιχειοσυνόλου υπολογίζεται παίρνοντας τις τομές των TID-λιστών δύο από τα (k-1)-ύπο-στοιχειοσύνολα του.
- Πλεονέκτημα: πολύ γρήγορος υπολογισμός της υποστήριξης
- Πρόβλημα, αν οι TID-λίστες είναι μεγάλες και δε χωρούν στη μνήμη

Θα δούμε τον FP-Growth που χρησιμοποιεί μια prefix-based αναπαράσταση των δοσοληψιών

Ο Αλγόριθμος FP-Growth

Αλγόριθμος FP-Growth

Με λίγα λόγια:

Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μια *συμπιεσμένη αναπαράσταση της βάσης* με τη μορφή ενός FP-δέντρου

- Το δέντρο μοιάζει με προθεματικό δέντρο - prefix tree (trie)
- Ο αλγόριθμος κατασκευής διαβάζει μια δοσοληψία τη φορά, απεικονίζει τη δοσοληψία σε ένα μονοπάτι του FP-δέντρου
- Μερικά μονοπάτια μπορεί να επικαλύπτονται: όσο περισσότερα μονοπάτια επικαλύπτονται, τόσο καλύτερη συμπίεση

Μόλις κατασκευαστεί το FP-δέντρο, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μια αναδρομική διαίρει-και-βασίλευε (divide-and-conquer) προσέγγιση για την εξόρυξη των συχνών στοιχειοσυνόλων

Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Το FP-δέντρο είναι ένα προθεματικό δέντρο

Επειδή έχουμε σύνολα, κάπως πρέπει να τα διατάξουμε ώστε να βρίσκουμε προθέματα

Δηλαδή δε μπορεί το ένα σύνολο να είναι {A, B} και το άλλο {B, C, A} γιατί χάνουμε το κοινό πρόθεμα AB (ή BA)

Άρα τα στοιχεία σε κάθε σύνολο πρέπει να ακολουθούν κάποια **διάταξη**, έστω τη *λεξικογραφική* (θα δούμε αργότερα αν κάτι άλλο συμφέρει καλύτερα)

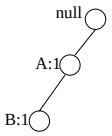
Αρχικά, το δέντρο κενό

Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Διάβασμα TID=1:



Κάθε κόμβος έχει μια ετικέτα: ποιο στοιχείο και τη συχνότητα εμφάνισης (υποστήριξη) – πόσες δοσοληψίες φτάνουν σε αυτόν

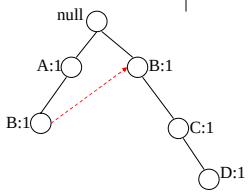
Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Διάβασμα TID=1:

Διάβασμα TID=2:



Κάθε κόμβος ετικέτα, ποιο στοιχείο και τη συχνότητα εμφάνισης (υποστήριξη) – πόσες δοσοληψίες φτάνουν σε αυτόν

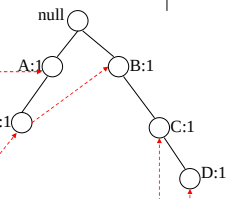
Επίσης, δείκτες μεταξύ των κόμβων που αναφέρονται στο ίδιο στοιχείο

Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Διάβασμα TID=1, 2:



Πίνακας Δεικτών

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

Επίσης, κρατάμε πίνακα δεικτών για να βοηθήσουν στον υπολογισμό των συχνών στοιχειοσυνόλων

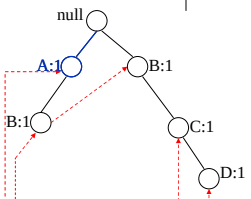
Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Διάβασμα TID=1, 2:

Διάβασμα TID=3



Πίνακας Δεικτών

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

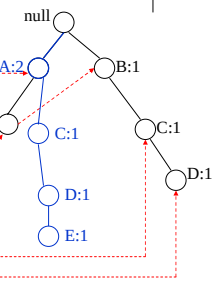
Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Διάβασμα TID=1, 2:

Διάβασμα TID=3



Πίνακας Δεικτών

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

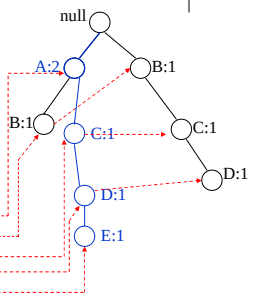
Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Διάβασμα TID=1, 2:

Διάβασμα TID=3



Πίνακας Δεικτών

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

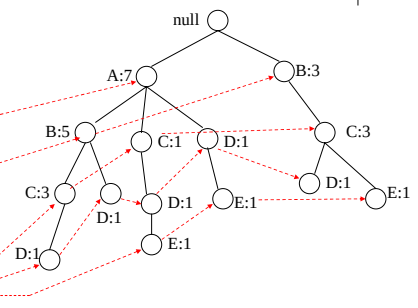
Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Πίνακας Δεικτών

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	



Αλγόριθμος FP-Growth

Μέγεθος FP-δέντρου

- Κάθε *δοσοληψία* αντιστοιχεί σε *ένα μονοπάτι* από τη ρίζα
- Το μέγεθος του δέντρου συνήθως μικρότερο των δεδομένων, αν υπάρχουν κοινά προθέματα
  - Αν όλες οι δοσοληψίες τα ίδια δεδομένα, μόνο ένα κλαδί
  - Αν όλες διαφορετικές, ο χώρος μεγαλύτερος (γιατί αποθηκεύεται περισσότερη πληροφορία, όπως δείκτες μεταξύ των κόμβων αλλά και συχνότητες εμφάνισης)

Αλγόριθμος FP-Growth

Κατασκευή FP-δέντρου

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Το τελικό δέντρο, εξαρτάται από τη διάταξη: άλλη διάταξη -> άλλα προθέματα

(Συνήθως) μικρότερο δέντρο, αν όχι λεξικογραφικά, αλλά με βάση τη συχνότητα εμφάνισης -> Αρχικά, διαβάζουμε όλα τα δεδομένα μια φορά ώστε να υπολογιστεί ο μετρητής υποστήριξης κάθε στοιχείου, και διατάσσουμε τα στοιχεία με βάση αυτό

- **Επίσης, αγνοούμε όσα στοιχεία είναι μη συχνά**

Για το παράδειγμα, σ(A)=7, σ(B)=8, σ(C)=7, σ(D)=5, σ(E)=3

Άρα, διάταξη B,A,C,D,E

TID	Items
1	{B,A}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{B,A,C}
6	{B,A,C,D}
7	{B,C}
8	{B,A,C}
9	{B,A,D}
10	{B,C,E}

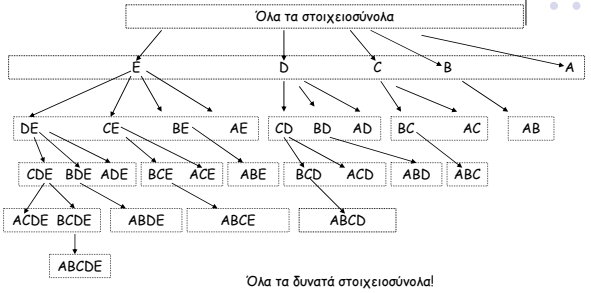
Αλγόριθμος FP-Growth

Αλγόριθμος εύρεσης συχνών στοιχειοσυνόλων

- Είσοδος: FP-δέντρο
- Έξοδος: Συχνά στοιχειοσύνολα και η υποστήριξη τους
- Μέθοδος
  - Διαίρει-και-Βασίλευε
    - ο Χωρίζουμε τα στοιχειοσύνολα σε αυτά που τελειώνουν σε E, D, C, B, A
      - ο Μετά αυτά που τελειώνουν σε E σε αυτά σε DE, CE, BE, AE κοκ

Αλγόριθμος FP-Growth

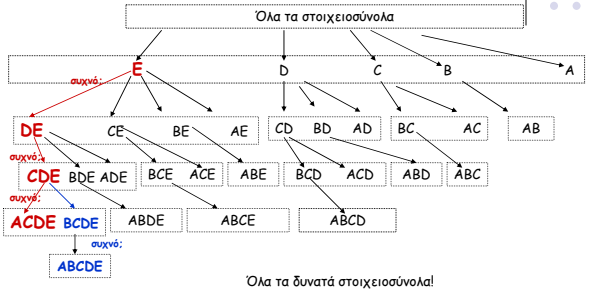
Αλγόριθμος εύρεσης συχνών στοιχειοσυνόλων



Όλα τα δυνατά στοιχειοσύνολα!

Αλγόριθμος FP-Growth

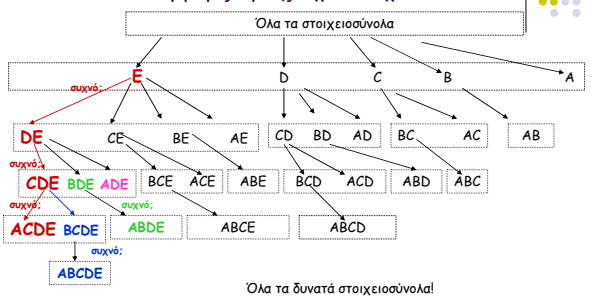
Αλγόριθμος εύρεσης συχνών στοιχειοσυνόλων



Όλα τα δυνατά στοιχειοσύνολα!

Αλγόριθμος FP-Growth

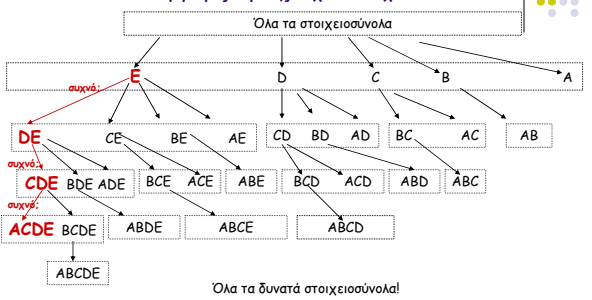
Αλγόριθμος εύρεσης συχνών στοιχειοσυνόλων



Όλα τα δυνατά στοιχειοσύνολα!

Αλγόριθμος FP-Growth

Αλγόριθμος εύρεσης συχνών στοιχειοσυνόλων



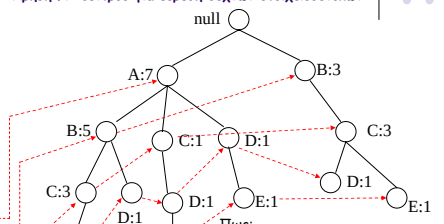
Όλα τα δυνατά στοιχειοσύνολα!

Στο δέντρο μπορεί να υπάρχουν λιγότερα!

TID	Items
1	{A,B}
2	{B,C,D}
3	{A,C,D,E}
4	{A,D,E}
5	{A,B,C}
6	{A,B,C,D}
7	{B,C}
8	{A,B,C}
9	{A,B,D}
10	{B,C,E}

Αλγόριθμος FP-Growth

Χρήση FP-δέντρου για εύρεση συχνών στοιχειοσυνόλων



Header table

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

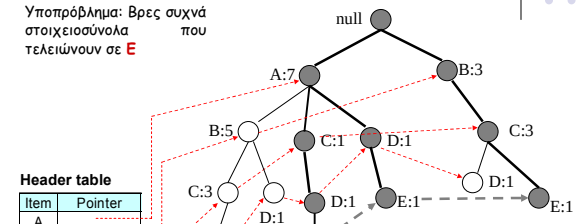
Πως;

Bottom-up traversal του δέντρου

Αυτά που τελειώνουν σε E, μετά αυτά που τελειώνουν σε D, C, B και τέλος A - suffix-based classes (επίθεμα - κατάληξη)

Αλγόριθμος FP-Growth

Υποπρόβλημα: Βρες συχνά στοιχειοσύνολα που τελειώνουν σε **E**



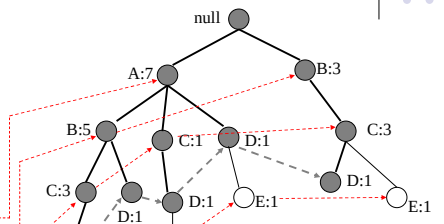
Header table

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

- Θα δούμε στη συνέχεια πως υπολογίζεται η *υποστήριξη* για τα πιθανά στοιχειοσύνολα

Αλγόριθμος FP-Growth

Για το **D**

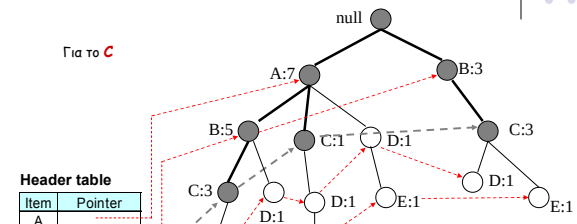


Header table

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

Αλγόριθμος FP-Growth

Για το **C**

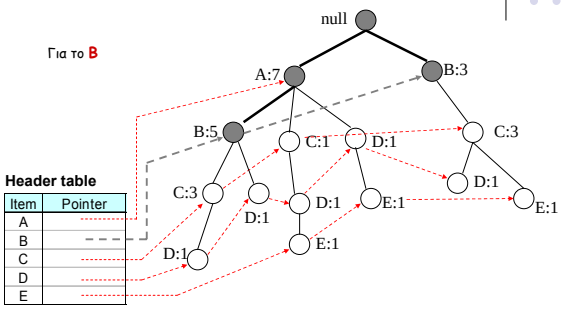


Header table

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

Αλγόριθμος FP-Growth

Για το **B**

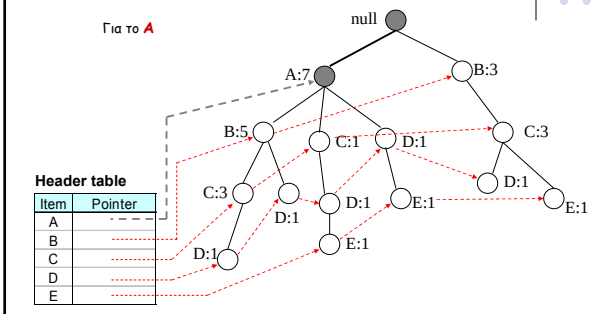


Header table

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

Αλγόριθμος FP-Growth

Για το **A**



Header table

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

Αλγόριθμος FP-Growth

Συνοπτικά

Σε κάθε βήμα, για το suffix X

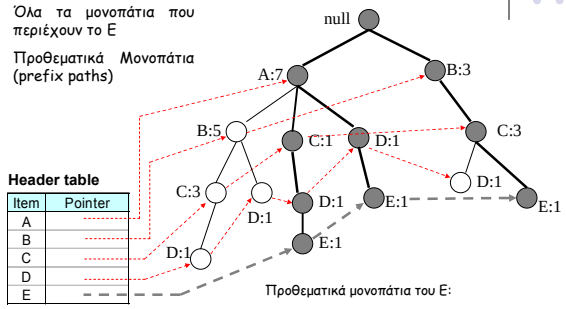
- Φάση 1
  - κατασκευάζουμε το προθεματικό δέντρο για το X και υπολογίζουμε την υποστήριξη χρησιμοποιώντας τον πίνακα
- Φάση 2
  - Αν είναι συχνό, κατασκευάζουμε το υπο-συνθήκη δέντρο για το X, σε βήματα
    - επανα-υπολογισμός υποστήριξης
    - περικοπή κόμβων με μικρή υποστήριξη
    - περικοπή φύλλων

Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 1 – κατασκευή προθεματικού δέντρου

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το E

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)



Header table

Item	Pointer
A	
B	
C	
D	
E	

Προθεματικά μονοπάτια του E:

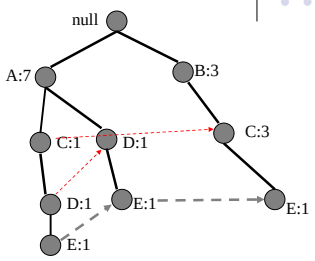
{E}, {D,E}, {C,D,E}, {A,D,E}, {A,C,D,E}, {C,E}, {B,C,E}

Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 1

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το E

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)



Προθεματικά μονοπάτια του E:

{E}, {D,E}, {C,D,E}, {A,D,E}, {A,C,D,E}, {C,E}, {B,C,E}

Αλγόριθμος FP-Growth

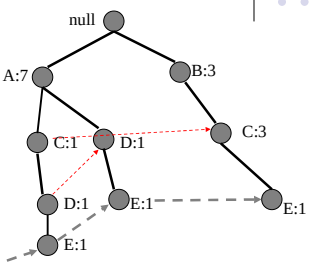
Έστω minsup = 2

Βρες την υποστήριξη του {E}

Πως;

Ακολούθησε τους συνδέσμους αθροίζοντας 1+1+1=3>2

Οπότε {E} συχνό



{E} συχνό άρα προχωράμε για DE, CE, BE, AE

Αλγόριθμος FP-Growth

{E} συχνό άρα προχωράμε για DE, CE, BE, AE

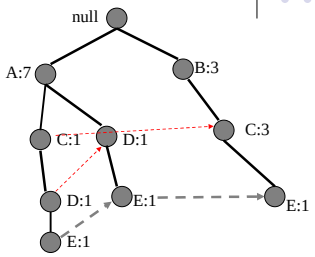
Φάση 2

Μετατροπή των προθεματικών δέντρων σε FP-δέντρο υπό συνθήκες (conditional FP-tree)

Δύο αλλαγές

(1) Αλλαγή των μετρητών

(2) Περικοπή

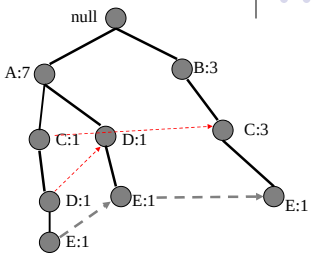


Αλγόριθμος FP-Growth

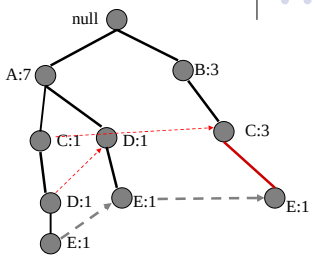
Αλλαγή μετρητών

Οι μετρητές σε κάποιους κόμβους περιλαμβάνουν δοσοληψίες που δεν έχουν το E

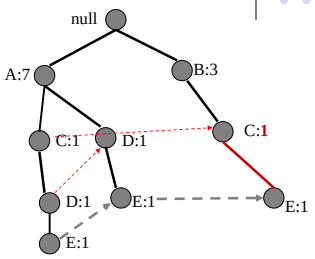
Πχ στο null->B->C->E μετράμε και την {B, C}



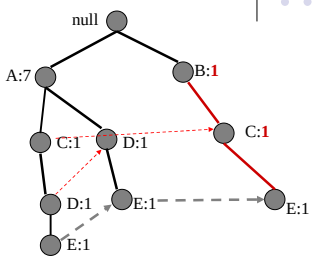
Αλγόριθμος FP-Growth



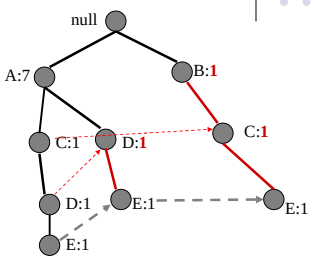
Αλγόριθμος FP-Growth



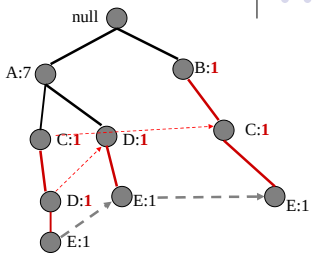
Αλγόριθμος FP-Growth



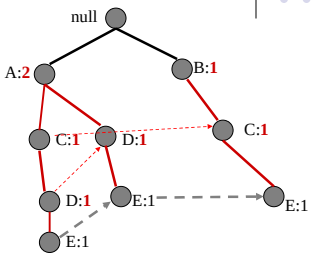
Αλγόριθμος FP-Growth



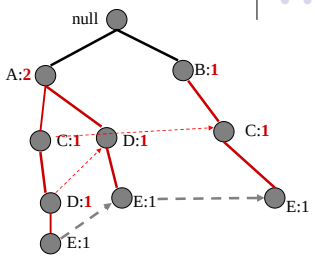
Αλγόριθμος FP-Growth



Αλγόριθμος FP-Growth



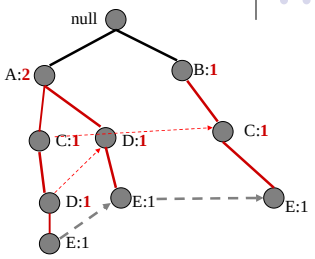
Αλγόριθμος FP-Growth



Αλγόριθμος FP-Growth

Περικοπή (truncate)

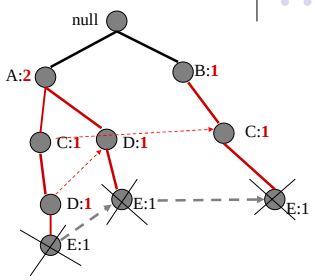
Σβήσε τους κόμβους του E



Αλγόριθμος FP-Growth

Περικοπή (truncate)

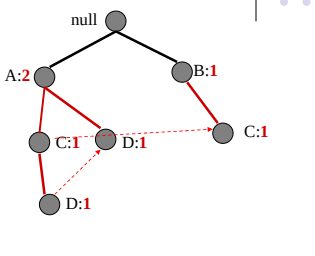
Σβήσε τους κόμβους του E



Αλγόριθμος FP-Growth

Περικοπή (truncate)

Σβήσε τους κόμβους του E



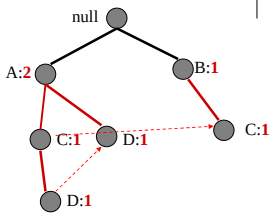
Αλγόριθμος FP-Growth

Πιθανή περαιτέρω περικοπή

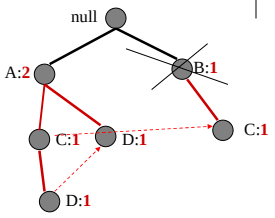
Κάποια στοιχεία μπορεί να έχουν υποστήριξη μικρότερη της ελάχιστης

Πχ το B -> περικοπή

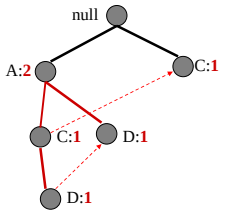
Αυτό σημαίνει ότι το B εμφανίζεται μαζί με το E λιγότερο από minsup φορές



Αλγόριθμος FP-Growth



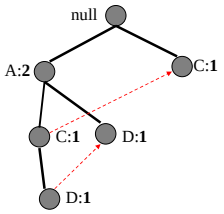
Αλγόριθμος FP-Growth



Αλγόριθμος FP-Growth

Υπο-συνθήκη FP-δέντρο για το E

Ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται για το {D, E}, {C, E}, {A, E}

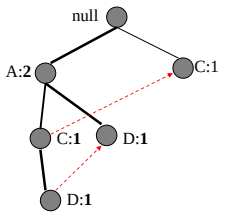


Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 1

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το D (DE)

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)

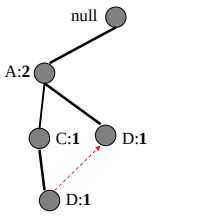


Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 1

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το D (DE)

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)



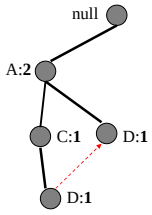
Αλγόριθμος FP-Growth

Βρες την υποστήριξη του {D, E}

Πως;

Ακολούθησε τους συνδέσμους αθροίζοντας 1+1=2≥2

Οπότε {D, E} συχνό

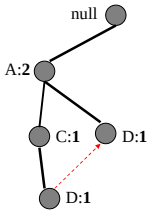


Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 2

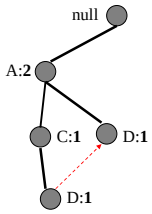
Κατασκεύασε το υπο-συνθήκη FP-δέντρο για το {D, E}

1. Αλλαγή υποστήριξης
2. Περικοπές κόμβων



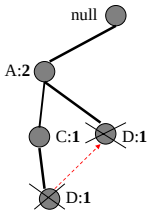
Αλγόριθμος FP-Growth

1. Αλλαγή υποστήριξης



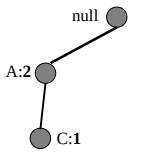
Αλγόριθμος FP-Growth

2. Περικοπές κόμβων



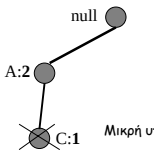
Αλγόριθμος FP-Growth

2. Περικοπές κόμβων



Αλγόριθμος FP-Growth

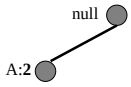
2. Περικοπές κόμβων



Μικρή υποστήριξη

Αλγόριθμος FP-Growth

Τελικό υπο-συνθήκη FP-δέντρο για το {D, E}



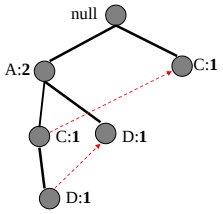
Υποστήριξη του A είναι ≥ minsup -> {A, D, E} συχνό

Αφού μόνο έναν κόμβο, επιστροφή στο επόμενο υποπρόβλημα

Αλγόριθμος FP-Growth

Υπο-συνθήκη FP-δέντρο για το E

Ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται για το {~~D, E~~}, **{C, E}**, {A, E}

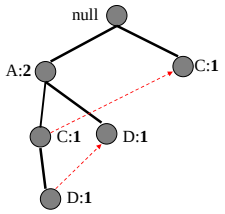


Αλγόριθμος FP-Growth

Βάση 1

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το C (CE)

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)

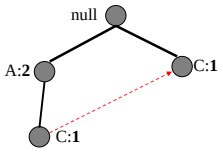


Αλγόριθμος FP-Growth

Βάση 1

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το C (CE)

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)



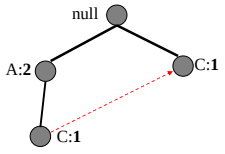
Αλγόριθμος FP-Growth

Βρες την υποστήριξη του {C, E}

Πως;

Ακολούθησε τους συνδέσμους αθροίζοντας 1+1=2≥2

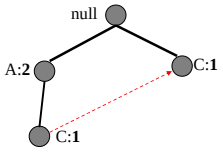
Οπότε {C, E} συχνό



Αλγόριθμος FP-Growth

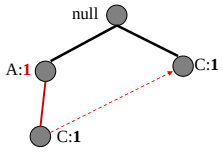
Κατασκεύασε το υπο-συνθήκη FP-δέντρο για το {C, E}

1. Αλλαγή υποστήριξης
2. Περικοπές κόμβων



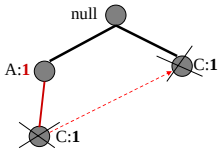
Αλγόριθμος FP-Growth

1. Αλλαγή υποστήριξης



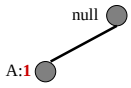
Αλγόριθμος FP-Growth

2. Περικοπή Κόμβων



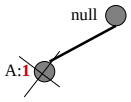
Αλγόριθμος FP-Growth

2. Περικοπή Κόμβων



Αλγόριθμος FP-Growth

2. Περικοπή Κόμβων



Αλγόριθμος FP-Growth

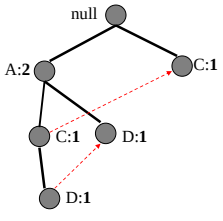
2. Περικοπή Κόμβων

Άρα, επιστροφή στο επόμενο υποπρόβλημα

Αλγόριθμος FP-Growth

Υπο-συνθήκη FP-δέντρο για το E

Ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται για το {D, E}, {C, E}, {A, E}

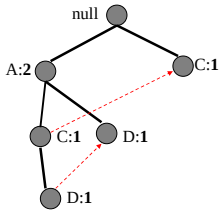


Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 1

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το A (AE)

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)

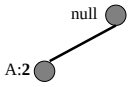


Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 1

Όλα τα μονοπάτια που περιέχουν το A (AE)

Προθεματικά Μονοπάτια (prefix paths)

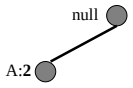


Αλγόριθμος FP-Growth

Βρες την υποστήριξη του {A, E}

Οπότε {A, E} συχνό

Δε χρειάζεται να φτιάξουμε υπο-συνθήκη FP-δέντρο για το {A, E}



Αλγόριθμος FP-Growth

Άρα για το E

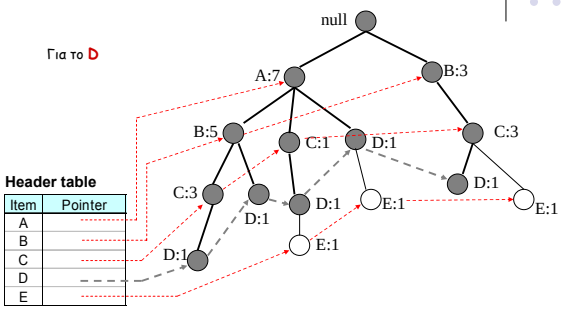
Έχουμε τα εξής συχνά στοιχειοσύνολα

{E} {D, E} {A, D, E} {C, E} {A, E}

Συνεχίζουμε για το D

Αλγόριθμος FP-Growth

Για το **D**



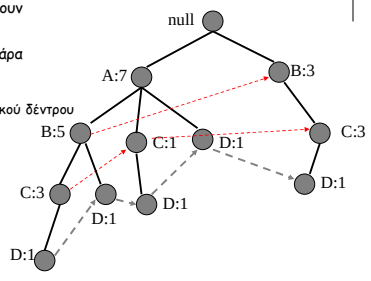
Αλγόριθμος FP-Growth

Φάση 1

Όλα τα προθεματικά μονοπάτια που περιέχουν το D

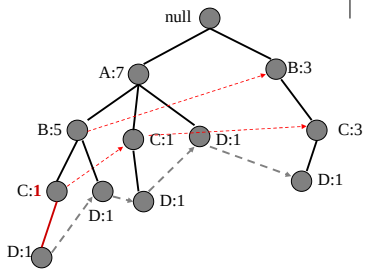
Υποστήριξη 5>2 -> άρα συχνό

Μετατροπή του προθεματικού δέντρου σε FP-δέντρο υπό συνθήκη



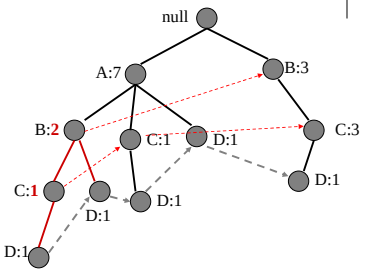
Αλγόριθμος FP-Growth

1. Αλλαγή υποστήριξης



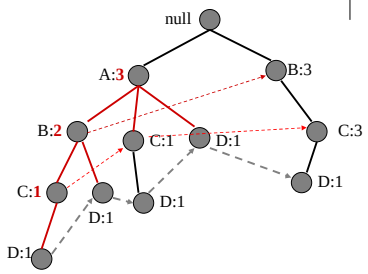
Αλγόριθμος FP-Growth

1. Αλλαγή υποστήριξης



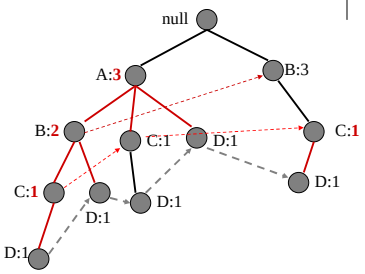
Αλγόριθμος FP-Growth

1. Αλλαγή υποστήριξης



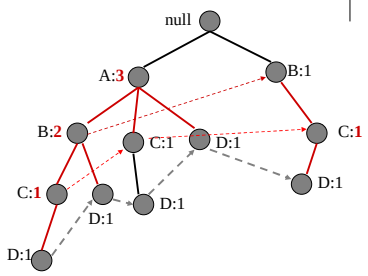
Αλγόριθμος FP-Growth

1. Αλλαγή υποστήριξης



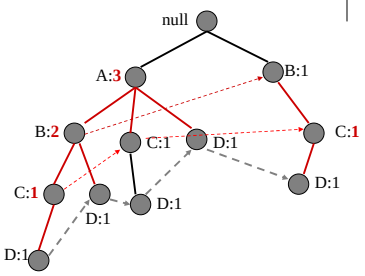
Αλγόριθμος FP-Growth

1. Αλλαγή υποστήριξης

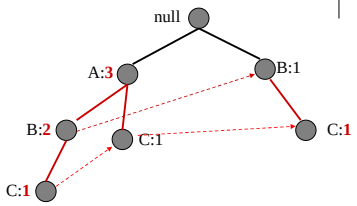


Αλγόριθμος FP-Growth

2. Περικοπή Κόμβων



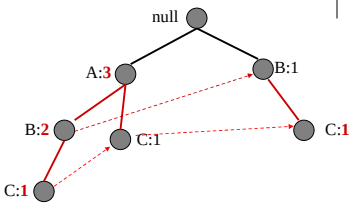
2. Περικοπή Κόμβων



Προθεματικά δέντρα και υποσυνθήκη δέντρα

Για τα AD, BD και CD

κοκ



Παρατηρήσεις

Παράδειγμα τεχνικής διαίρει-και-βασίλευε

Σε κάθε αναδρομικό βήμα, λύνεται και ένα υπο-πρόβλημα:

- Κατασκευάζεται το προθεματικό δέντρο
- Υπολογίζεται η νέα υποστήριξη για τους κόμβους του
- Περικόβονται οι κόμβοι με μικρή υποστήριξη

Επειδή τα υποπροβλήματα είναι ξένα μεταξύ τους, δεν δημιουργούνται τα ίδια συχνά στοιχειοσύνολα δυο φορές

Ο υπολογισμός της υποστήριξης είναι αποδοτικός – γίνεται ταυτόχρονα με τη δημιουργία των συχνών στοιχειοσυνόλων

Παρατηρήσεις

Η απόδοση του FP-Growth εξαρτάται από τον παράγοντα συμπίεσης του συνόλου των δεδομένων (compaction factor)

Αν τα τελικά δέντρα είναι «θαμνώδη» (bushy) τότε δε δουλεύει καλά, αυξάνεται ο αριθμός των υποπροβλημάτων (οι αναδρομικές κλήσεις)

Αποτίμηση Κανόνων Συσχέτισης

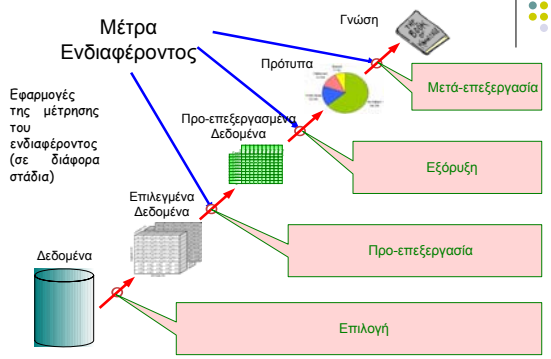
Παράγουν πάρα πολλούς κανόνες που συχνά είναι μη ενδιαφέροντες ή πλεονάζοντες (περιττοί)

Πλεονάζοντες αν $\{A, B, C\} \rightarrow \{D\}$ και $\{A,B\} \rightarrow \{D\}$ έχουν την ίδια υποστήριξη & εμπιστοσύνη

Μέτρα ενδιαφέροντος (interestingness) χρησιμοποιούνται για να ελαττώσουν (prune) ή να ιεραρχήσουν (rank) τα παραγόμενα πρότυπα

Χρησιμοποιούνται σε διάφορα στάδια της διαδικασίας ανάκτησης γνώσης

Μέτρηση Ενδιαφέροντος



Αποτίμηση Κανόνων Συσχέτισης

Γενικά: αντικειμενικά (objective) και υποκειμενικά (subjective) μέτρα ενδιαφέροντος

Ας δούμε πρώτα μερικά αντικειμενικά κριτήρια:

Στην αρχική διατύπωση του προβλήματος της εξόρυξης κανόνων συσχέτισης χρησιμοποιήθηκαν ως μέτρα μόνο η *υποστήριξη* και η *εμπιστοσύνη*

Γενικά συνήθως βασίζονται σε μετρήσεις της συχνότητας εμφάνισης που δίνονται μέσω ενός πίνακα "contingency" (συνάφειας)

Μέτρηση Ενδιαφέροντος

Υπολογισμός του Μέτρου Ενδιαφέροντος (αντικειμενικά μέτρα)

Contingency table (πίνακας συνάφειας)

Μέτρηση συχνότητας εμφάνισης

	Y	$\overline{Y}$	
X	f_{11}	f_{10}	f_{1+}
$\overline{X}$	f_{01}	f_{00}	f_{o+}
	f_{+1}	f_{+0}	|T|

f_{11}: support of X and Y
f_{10}: support of X and $\overline{Y}$
f_{01}: support of $\overline{X}$ and Y
f_{00}: support of $\overline{X}$ and $\overline{Y}$

f_{11} πόσο συχνά εμφανίζεται το X και το Y (support count)

f_{+1} μετρητής υποστήριξης (support count) του Y

Χρησιμοποιείται για τον ορισμό διαφόρων μέτρων

Έστω ένας κανόνας, X → Y, η πληροφορία που χρειάζεται για τον υπολογισμό της εμπιστοσύνης και υποστήριξης του κανόνα μπορεί να υπολογιστεί από τον contingency table

Μέτρηση Ενδιαφέροντος

Μειονεκτήματα της Εμπιστοσύνης

Μεγάλες τιμές υποστήριξης μπορεί να «διώξουν» ενδιαφέροντες κανόνες. Τι γίνεται με την εμπιστοσύνη;

	Coffee	$\overline{Coffee}$	
Tea	15	5	20
$\overline{Tea}$	75	5	80
	90	10	100

Ενδιαφερόμαστε για τη σχέση μεταξύ αυτών που πίνουν καφέ και αυτών που πίνουν τσάι

Κανόνας Συσχέτισης: Tea → Coffee

Εμπιστοσύνη = P(Coffee|Tea) = 0.75

Ενώ ο κανόνας έχει υψηλή εμπιστοσύνη, ο κανόνας είναι παραπλανητικός

P(Coffee|$\overline{Tea}$) = 0.9375

P(Coffee) = 0.9

Αγνοεί την υποστήριξη του RHS

Μέτρηση Ενδιαφέροντος

Εξαιτίας τέτοιων προβλημάτων της υποστήριξης/εμπιστοσύνης,

Έχουν προταθεί πολλά αντικειμενικά μέτρα για τη μέτρηση του ενδιαφέροντος των κανόνων, που στηρίζονται κυρίως στην έννοια της στατιστικής ανεξαρτησίας

Ας δούμε ένα παράδειγμα

Μέτρα βασισμένα στη Στατιστική

Στατιστική Ανεξαρτησία

Πληθυσμός 1000 σπουδαστών

- 600 σπουδαστές ξέρουν κολύμπι (S)
- 700 σπουδαστές ξέρουν ποδήλατο (B)
- 420 σπουδαστές ξέρουν κολύμπι και ποδήλατο (S,B)

- $P(S \wedge B) = 420/1000 = 0.42$
- $P(S) \times P(B) = 0.6 \times 0.7 = 0.42$

- $P(S \wedge B) = P(S) \times P(B)$ => Στατιστική ανεξαρτησία
- $P(S \wedge B) > P(S) \times P(B)$ => Positively correlated (θετική συσχέτιση)
- $P(S \wedge B) < P(S) \times P(B)$ => Negatively correlated (αρνητική συσχέτιση)

Μέτρα που λαμβάνουν υπ΄ όψιν τους τη στατιστική εξάρτηση

Για τη συσχέτιση: $X \rightarrow Y$

$$Lift = \frac{P(Y \mid X)}{P(Y)} = \frac{f_{11}}{f_{+1}}$$

$$Interest = \frac{P(X,Y)}{P(X)P(Y)} = \frac{Nf_{11}}{f_{1+} f_{+1}}$$

$$PS = P(X,Y) - P(X)P(Y)$$

$$\phi - coefficient = \frac{P(X,Y) - P(X)P(Y)}{\sqrt{P(X)[1-P(X)]P(Y)[1-P(Y)]}} = \frac{f_{11} f_{00} - f_{01} f_{10}}{\sqrt{f_{1+} f_{+1} f_{0+} f_{+0}}}$$

Παράδειγμα: Lift/Interest

	Coffee	$\overline{\text{Coffee}}$	
Tea	15	5	20
$\overline{\text{Tea}}$	75	5	80
	90	10	100

Κανόνας συσχέτιση: Tea → Coffee

Εμπιστοσύνη= P(Coffee|Tea) = 0.75

αλλά P(Coffee) = 0.9

⇒ Interest = 0.15/(0.9*0.2)= 0.8333 (< 1, άρα αρνητικά συσχετιζόμενα)

Μειονεκτήματα του Lift & Interest

	Y	$\overline{\text{Y}}$	
X	10	0	10
$\overline{\text{X}}$	0	90	90
	10	90	100

	Y	$\overline{\text{Y}}$	
X	90	0	90
$\overline{\text{X}}$	0	10	10
	90	10	100

$$I = \frac{0.1}{(0.1)(0.1)} = 10 \qquad I = \frac{0.9}{(0.9)(0.9)} = 1.11$$

Μεγαλύτερο αν και σπάνια εμφανίζονται μαζί

c = 10/100 = 0.1
s = 1

c = 90/100 = 0.9
s = 1

ϕ-Coefficient

$$\phi - coefficient = \frac{P(X,Y) - P(X)P(Y)}{\sqrt{P(X)[1-P(X)]P(Y)[1-P(Y)]}} = \frac{f_{11} f_{00} - f_{01} f_{10}}{\sqrt{f_{1+} f_{+1} f_{0+} f_{+0}}}$$

Κανονικοποιημένη τιμή μεταξύ του -1 και 1

Δυαδική εκδοχή του Pearson's coefficient

0: στατιστική ανεξαρτησία

-1: τέλεια αρνητική συσχέτιση

1: τέλεια θετική συσχέτιση

ϕ-Coefficient

	Y	$\overline{\text{Y}}$	
X	60	10	70
$\overline{\text{X}}$	10	20	30
	70	30	100

	Y	$\overline{\text{Y}}$	
X	20	10	30
$\overline{\text{X}}$	10	60	70
	30	70	100

$$\phi = \frac{0.6 - 0.7 \times 0.7}{\sqrt{0.7 \times 0.3 \times 0.7 \times 0.3}} = 0.5238 \qquad \phi = \frac{0.2 - 0.3 \times 0.3}{\sqrt{0.7 \times 0.3 \times 0.7 \times 0.3}} = 0.5238$$

ϕ Coefficient ίδιος και για τους δύο πίνακες

ϕ-Coefficient

$$\phi - coefficient = \frac{P(X,Y) - P(X)P(Y)}{\sqrt{P(X)[1-P(X)]P(Y)[1-P(Y)]}} = \frac{f_{11} f_{00} - f_{01} f_{10}}{\sqrt{f_{1+} f_{+1} f_{0+} f_{+0}}}$$

- Είναι κατάλληλο για μη συμμετρικές (η απουσία και η παρουσία μετρούν το ίδιο)
- Λόγω κανονικοποίησης, αγνοεί το μέγεθος του δείγματος

Μέτρα βασισμένα στη Στατιστική

IS-measure

$$IS(X,Y)=\frac{s(X,Y)}{\sqrt{s(X)s(Y)}}=\frac{f_{11}}{\sqrt{f_{1+}f_{+1}}}=\sqrt{I(X,Y)s(x,Y)}$$

- είναι το συνημίτονο αν θεωρηθούν δυαδικές μεταβλητές
- γεωμετρικός μέσος της εμπιστοσύνης του X →Y και Y → X

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί πολλά μέτρα ανάλογα με την εφαρμογή

Με ποια κριτήρια θα επιλέξουμε ένα καλό μέτρο;

Πως έναν Apriori-style support based pruning επηρεάζει αυτά τα μέτρα;

#	Measure	Formula
1	ϕ-coefficient	$\frac{P(A,B)-P(A)P(B)}{\sqrt{P(A)P(B)(1-P(A))(1-P(B))}}$
2	Goodman-Kruskal's (λ)	$\frac{\sum_k \max_j P(A_j,B_k)+\sum_k \max_j P(A_j,B_k)-\max_j P(A_j)-\max_k P(B_k)}{2-\max_j P(A_j)-\max_k P(B_k)}$
3	Odds ratio (α)	$\frac{P(A,B)P(\bar{A},\bar{B})}{P(A,\bar{B})P(\bar{A},B)}$
4	Yule's Q	$\frac{P(A,B)P(\bar{A}\bar{B})-P(A,\bar{B})P(\bar{A},B)}{P(A,B)P(\bar{A}\bar{B})+P(A,\bar{B})P(\bar{A},B)}=\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$
5	Yule's Y	$\frac{\sqrt{P(A,B)P(\bar{A}\bar{B})}-\sqrt{P(A,\bar{B})P(\bar{A},B)}}{\sqrt{P(A,B)P(\bar{A}\bar{B})}+\sqrt{P(A,\bar{B})P(\bar{A},B)}}=\frac{\sqrt{\alpha}-1}{\sqrt{\alpha}+1}$
6	Kappa (κ)	$\frac{P(A,B)+P(\bar{A},\bar{B})-P(A)P(B)-P(\bar{A})P(\bar{B})}{1-P(A)P(B)-P(\bar{A})P(\bar{B})}$
7	Mutual Information (M)	$\frac{\sum_i\sum_j P(A_i,B_j)\log\frac{P(A_i,B_j)}{P(A_i)P(B_j)}}{\min(-\sum_i P(A_i)\log P(A_i),-\sum_j P(B_j)\log P(B_j))}$
8	J-Measure (J)	$\max\left(P(A,B)\log\left(\frac{P(B\|A)}{P(B)}\right)+P(A\bar{B})\log\left(\frac{P(\bar{B}\|A)}{P(\bar{B})}\right),\right.$ $\left.P(A,B)\log\left(\frac{P(A\|B)}{P(A)}\right)+P(\bar{A}B)\log\left(\frac{P(\bar{A}\|B)}{P(\bar{A})}\right)\right)$
9	Gini index (G)	$\max\left(P(A)[P(B\|A)^2+P(\bar{B}\|A)^2]+P(\bar{A})[P(B\|\bar{A})^2+P(\bar{B}\|\bar{A})^2]\right.$ $-P(B)^2-P(\bar{B})^2,$ $P(B)[P(A\|B)^2+P(\bar{A}\|B)^2]+P(\bar{B})[P(A\|\bar{B})^2+P(\bar{A}\|\bar{B})^2]$ $\left.-P(A)^2-P(\bar{A})^2\right)$
10	Support (s)	$P(A,B)$
11	Confidence (c)	$\max\{P(B\|A),P(A\|B)\}$
12	Laplace (L)	$\max\left(\frac{NP(A,B)+1}{NP(A)+2},\frac{NP(A,B)+1}{NP(B)+2}\right)$
13	Conviction (V)	$\max\left(\frac{P(A)P(\bar{B})}{P(A\bar{B})},\frac{P(B)P(\bar{A})}{P(B\bar{A})}\right)$
14	Interest (I)	$\frac{P(A,B)}{P(A)P(B)}$
15	cosine (IS)	$\frac{P(A,B)}{\sqrt{P(A)P(B)}}$
16	Piatetsky-Shapiro's (PS)	$P(A,B)-P(A)P(B)$
17	Certainty factor (F)	$\max\left(\frac{P(B\|A)-P(B)}{1-P(B)},\frac{P(A\|B)-P(A)}{1-P(A)}\right)$
18	Added Value (AV)	$\max(P(B\|A)-P(B),P(A\|B)-P(A))$
19	Collective strength (S)	$\frac{P(A,B)+P(\bar{A}\bar{B})}{P(A)P(B)+P(\bar{A})P(\bar{B})}\times\frac{1-P(A)P(B)-P(\bar{A})P(\bar{B})}{1-P(A,B)-P(\bar{A}\bar{B})}$
20	Jaccard (ζ)	$\frac{P(A,B)}{P(A)+P(B)-P(A,B)}$
21	Klosgen (K)	$\sqrt{P(A,B)}\max\{P(B\|A)-P(B),P(A\|B)-P(A)\}$

Αποτίμηση Κανόνων Συσχέτισης

Σύγκριση Μέτρων

10 παραδείγματα contingency πινάκων:

Example	f_{11}	f_{10}	f_{01}	f_{00}
E1	8123	83	424	1370
E2	8330	2	622	1046
E3	9481	94	127	298
E4	3954	3080	5	2961
E5	2886	1363	1320	4431
E6	1500	2000	500	6000
E7	4000	2000	1000	3000
E8	4000	2000	2000	2000
E9	1720	7121	5	1154
E10	61	2483	4	7452

Ιεράρχηση των πινάκων με βάση τα διάφορα μέτρα (1 ο πιο ενδιαφέρον, 10 ο λιγότερο ενδιαφέρον):

#	ϕ	λ	α	Q	Y	κ	M	J	G	s	c	L	V	I	IS	PS	F	AV	S	ζ	K
E1	1	1	3	3	3	1	2	2	1	3	5	5	4	6	2	2	4	6	1	2	5
E2	2	2	1	1	1	2	1	3	2	2	1	1	1	8	3	5	1	8	2	3	6
E3	3	3	4	4	4	3	3	8	7	1	4	4	6	10	1	8	6	10	3	1	10
E4	4	7	2	2	2	5	4	1	3	6	2	2	2	4	4	1	2	3	4	5	1
E5	5	4	8	8	8	4	7	5	4	7	9	9	9	3	6	3	9	4	5	6	3
E6	6	6	7	7	7	7	6	4	6	9	8	8	7	2	8	6	7	2	7	8	2
E7	7	5	9	9	9	6	8	6	5	4	7	7	8	5	5	4	8	5	6	4	4
E8	8	9	10	10	10	8	10	10	8	4	10	10	10	9	7	7	10	9	8	7	9
E9	9	8	5	5	5	9	9	7	9	8	3	3	3	7	9	9	3	7	9	9	8
E10	10	10	6	6	6	10	5	9	10	10	6	6	5	1	10	10	5	1	10	10	7

Αποτίμηση Κανόνων Συσχέτισης

Ιδιότητες ενός Καλού Μέτρου

Piatetsky-Shapiro:

3 γενικές ιδιότητες που πρέπει να ικανοποιεί ένα καλό μέτρο M:

- M(A, B) = 0 αν τα A και B είναι στατιστικά ανεξάρτητα
- M(A, B) αυξάνει μονότονα με το P(A,B) όταν τα P(A) και P(B) παραμένουν αμετάβλητα
- M(A,B) μειώνεται μονότονα με το P(A) [ή το P(B)] όταν τα P(A,B) και P(B) [ή P(A)] παραμένουν αμετάβλητα

Ιδιότητες Μέτρων Αποτίμησης

Αλλαγή Διάταξης Μεταβλητών (variable permutation)

	B	$\bar{B}$
A	p	q
$\bar{A}$	r	s

⇒

	A	$\bar{A}$
B	p	r
$\bar{B}$	q	s

Ισχύει M(A, B) = M(B, A)?

Γενικά συμμετρικά μέτρα για στοιχειοσύνολα και μη συμμετρικά για κανόνες

Συμμετρικά (symmetric) μέτρα:

- support (υποστήριξη), lift, collective strength, cosine, Jaccard, κλπ

Μη συμμετρικά (asymmetric) μέτρα:

- confidence (εμπιστοσύνη), conviction, Laplace, J-measure, κλπ

Ιδιότητες Μέτρων Αποτίμησης

Κλιμάκωση Γραμμής/Στήλης (Row/Column Scaling)

Παράδειγμα Βαθμός-Φύλο (Mosteller, 1968):

		κ_3 Male	κ_4 Female	
κ_1	High	2	3	5
κ_2	Low	1	4	5
		3	7	10

	Male	Female	
High	4	30	34
Low	2	40	42
	6	70	76

2x 10x

Mosteller:
Η συσχέτιση πρέπει να είναι ανεξάρτητη από το σχετικό αριθμό αγοριών-κοριτσιών στο δείγμα

Invariant under the row/column scaling operation αν M(T) = M(T') όπου T ο πίνακας contingency με μετρητές συχνότητας [f_{11}; f_{10}; f_{01}; f_{00}] και T' ο πίνακας contingency με μετρητές συχνότητας [$\kappa_1\kappa_3 f_{11}$; $\kappa_2\kappa_3 f_{10}$; $\kappa_1\kappa_4 f_{01}$; $\kappa_2\kappa_4 f_{00}$] όπου κ_1, κ_2, κ_3, κ_4 θετικές σταθερές

Ιδιότητες Μέτρων Αποτίμησης

Αντιστροφή (Inversion Operation)

	A	B	C	D	E	F
Δοσοληψία 1 →	1	0	0	1	0	0
	0	0	1	1	1	0
	0	0	1	1	1	0
	0	0	1	1	1	0
	0	1	1	0	1	1
	0	0	1	1	1	0
	0	0	1	1	1	0
	0	0	1	1	1	0
	0	0	1	1	1	0
Δοσοληψία N →	1	0	0	1	0	0
	(a)		(b)		(c)	

Invariant under the inversion operation αν η τιμή της παραμένει η ίδια αν ανταλλάξουμε τις τιμές f_{11} και f_{00} και τις τιμές f_{10} και f_{01}

Χρήσιμο για συμμετρικές μεταβλητές

Ιδιότητες Μέτρων Αποτίμησης

Null Addition (προσθήκη μη σχετιζόμενων στοιχείων)

	B	$\bar{B}$
A	p	q
$\bar{A}$	r	s

⇒

	B	$\bar{B}$
A	p	q
$\bar{A}$	r	s + k

Δεν επηρεάζονται από την αύξηση του f_{00} όταν οι άλλες τιμές παραμένουν αμετάβλητες

Invariant measures:

- support, cosine, Jaccard, κλπ

Non-invariant measures:

- correlation, Gini, mutual information, odds ratio, κλπ

Αποτίμηση Κανόνων Συσχέτισης

Παράδοξο του Simpson

Buy HDTV	Buy Exercise Machine		
	Yes	No	
Yes	99	81	180
No	54	66	120
	153	147	300

Students

Buy HDTV	Buy Exercise Machine		
	Yes	No	
Yes	1	9	10
No	4	30	34
	5	39	44

c({HTVS=Yes} → {EM=Yes})=1/10=10%
c({HTVS=No} → {EM=Yes})=4/34=11.8%

Working adults

Buy HDTV	Buy Exercise Machine		
	Yes	No	
Yes	98	72	170
No	50	36	86
	148	108	256

c({HTVS=Yes} → {EM=Yes})=99/180=55%
c({HTVS=No} → {EM=Yes})=54/120=45%

c({HTVS=Yes} → {EM=Yes})=98/170=57.7%
c({HTVS=No} → {EM=Yes})=50/86=58.1%

Αποτίμηση Κανόνων Συσχέτισης

Παράδοξο του Simpson

Students

Buy HDTV	Buy Exercise Machine		
	Yes	No	
Yes	99 a+p	81	180 b+q
No	54 c+r	66	120 d+s
	153	147	300

Buy HDTV	Buy Exercise Machine		
	Yes	No	
Yes	1 a	9	10 b
No	4 c	30	34 d
	5	39	44

c({HTVS=Yes} → {EM=Yes})=99/180=55%
c({HTVS=No} → {EM=Yes})=54/120=45%

a/b < c/d

p/q < r/s δεν συνεπάγεται ότι

(a+p)/(b+q) < (c+r)/(d+s)!

Working adults

Buy HDTV	Buy Exercise Machine		
	Yes	No	
Yes	98 p	72	170 q
No	50 r	36	86 s
	148	108	256

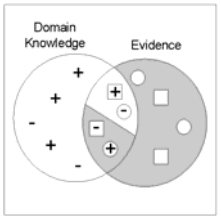
Είναι σημαντικό πως θα γίνει διαχωρισμός (stratification) των δεδομένων

Υποκειμενικά Μέτρα Ενδιαφέροντος

- Αντικειμενικά Μέτρα:
  - Ιεραρχούν τα αποτελέσματα με βάση στατιστικά στοιχεία που υπολογίζονται από τα δεδομένα
  - πχ., 21 μετρήσεις συσχέτισης (support, confidence, Laplace, Gini, mutual information, Jaccard, etc).
- Υποκειμενικά Μέτρα:
  - Ιεράρχηση των προτύπων με βάση την ερμηνεία του χρήστη
    - Ένα πρότυπο είναι υποκειμενικά ενδιαφέρον αν είναι σε αντίθεση με αυτό που αναμένει ο χρήστης (Silberschatz & Tuzhilin)
    - Ένα πρότυπο είναι υποκειμενικά ενδιαφέρον αν μπορεί να χρησιμοποιηθεί (Silberschatz & Tuzhilin)

Υποκειμενικά Μέτρα Ενδιαφέροντος

Interestingness (ενδιαφέρον) via Unexpectedness (μη αναμονή)

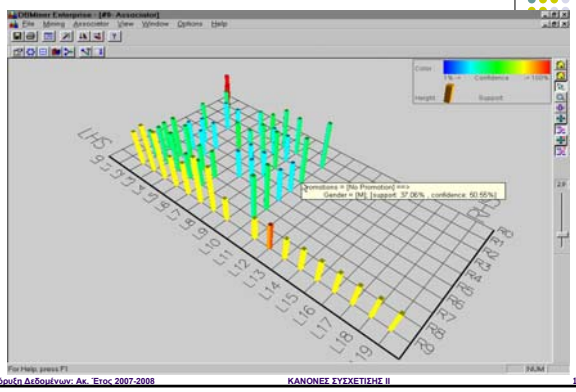


+ Pattern expected to be frequent
- Pattern expected to be infrequent
□ Pattern found to be frequent
○ Pattern found to be infrequent

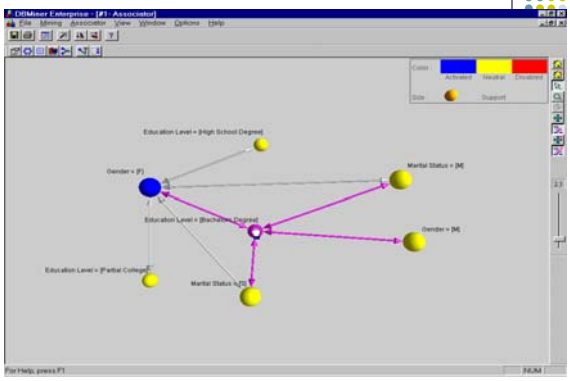
□+ ○- Expected Patterns
□- ○+ Unexpected Patterns

- Χρειάζεται να μοντελοποιήσουμε τι αναμένει ο χρήστης (domain knowledge)
- Χρειάζεται να συνδυάσουμε το τι αναμένεται από τους χρήστες με το τι δίνουν τα δεδομένα (δηλαδή τα πρότυπα που παίρνουμε - evidence)

Οπτικοποίηση: Απλός Γράφος



Οπτικοποίηση: Γράφος Κανόνων



Οπτικοποίηση: (SGI/MineSet 3.0)