

ΜΥΕ003: Ανάκτηση Πληροφορίας

Διδάσκουσα: Ευαγγελία Πιτουρά

Κεφάλαιο 3: Δομές για Λεξικά. Ανάκτηση Ανεκτική στα Σφάλματα.

Ακαδημαϊκό Έτος 2020-2021

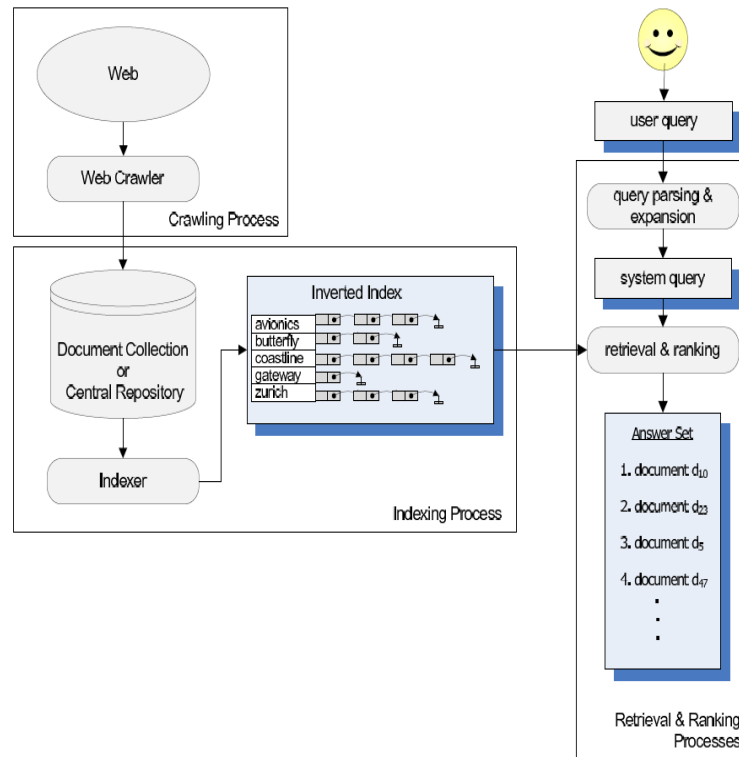
Ανάκτηση Πληροφορίας (Information Retrieval)

Ανάγκη
πληροφόρησης



Architecture of the IR System

■ High level software architecture of an IR system



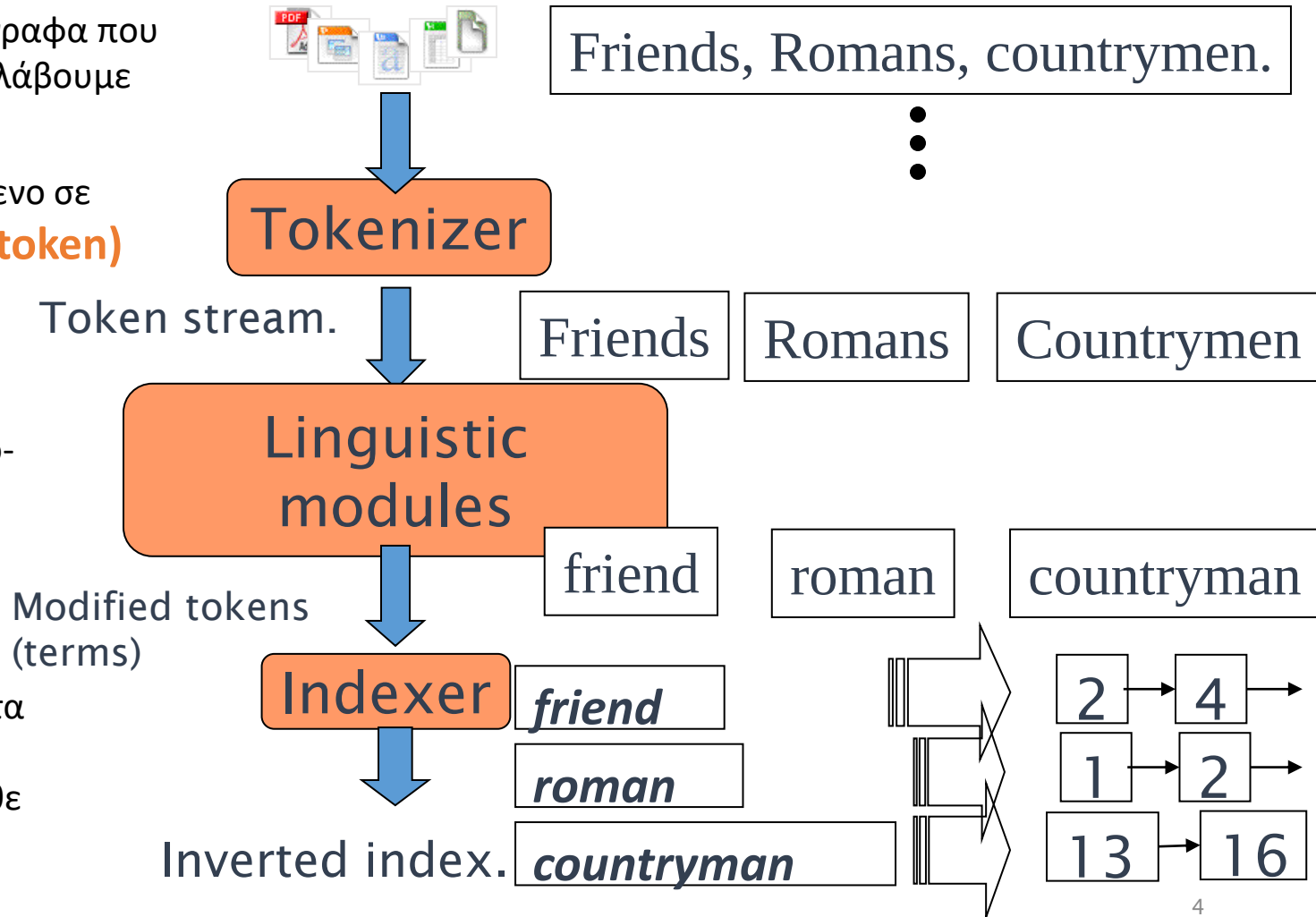
Τα βασικά βήματα για την κατασκευή του ευρετηρίου

1. Συλλέγουμε τα έγγραφα που θέλουμε να συμπεριλάβουμε στο ευρετήριο

2. Διαιρούμε το κείμενο σε γλωσσικά σύμβολα (**token**)

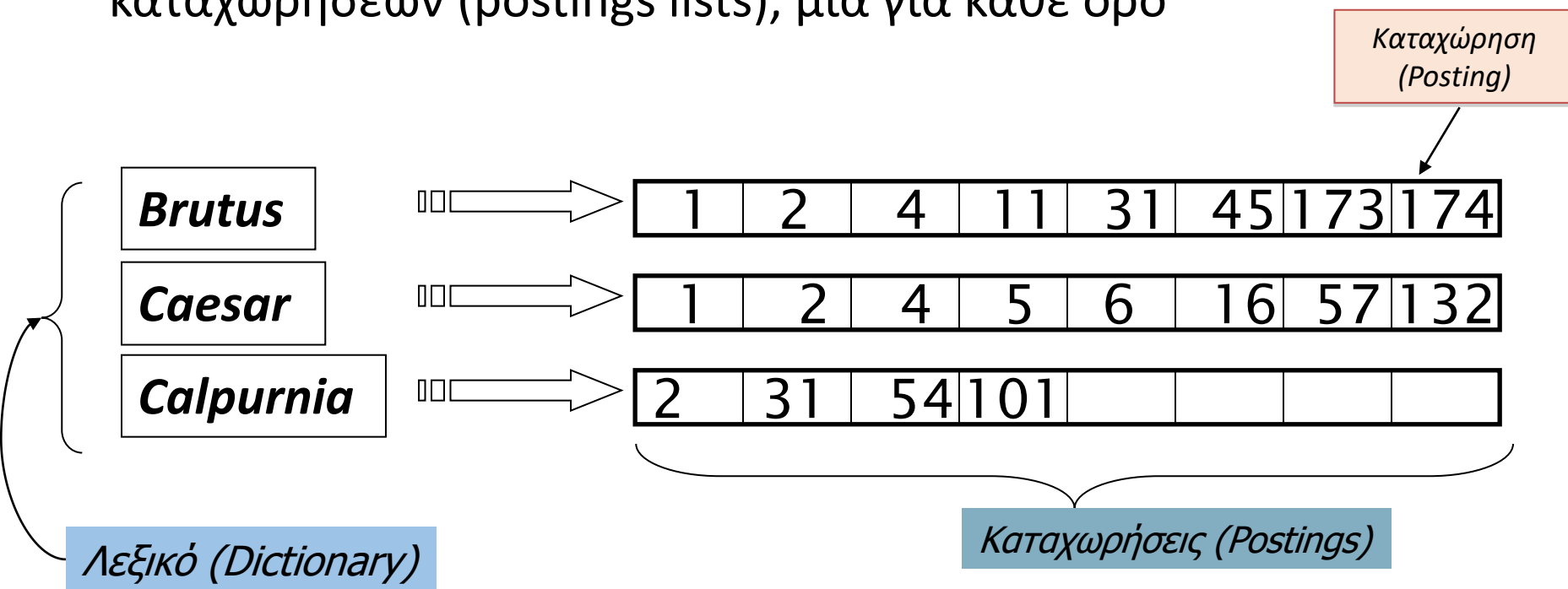
3. Γλωσσολογική προεπεξεργασία των συμβόλων

4. Ευρετηριάζουμε τα έγγραφα στα οποία περιλαμβάνεται κάθε όρος



Βασικές Δομές

- Λεξικό
- Ανεστραμμένο ευρετήριο: αποτελείται από λίστες καταχωρήσεων (postings lists), μία για κάθε όρο



Σε διάταξη με βάση το docID (θα δούμε σε λίγο γιατί!).

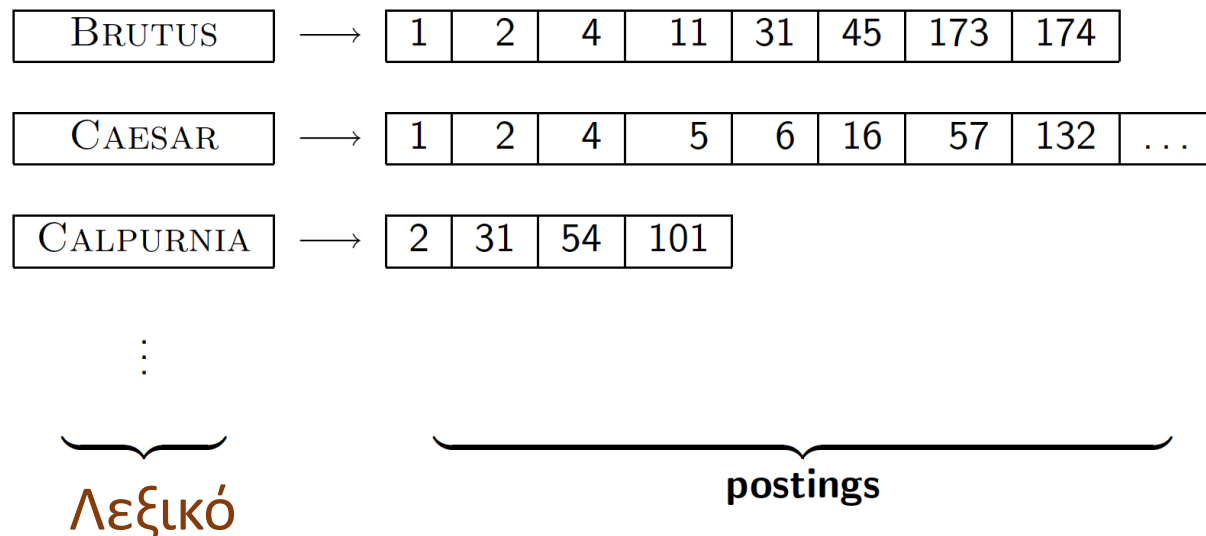
- Biwords
- Positional index

Τι θα δούμε σήμερα;

- Δομές δεδομένων για λεξικά
- Ανάκτηση ανεκτική (tolerant) σε σφάλματα
 - Ερωτήματα με wild-card * («χαρακτήρων μπαλαντέρ»)
 - Ορθογραφικά λάθη
 - Απόσταση μεταξύ όρων
 - Φωνητική διόρθωση

Δομές Δεδομένων για Λεξικά

- Το λεξικό περιέχει: το *λεξιλόγιο όρων* -- για κάθε όρο: τη συχνότητα εγγράφου (document frequency) και δείκτη στη λίστα καταχωρήσεων
- Σε κάθε ερώτημα, αναζήτηση στο λεξικό αν υπάρχει ο όρος και σε ποια έγγραφα



Ποια δομή δεδομένων είναι κατάλληλη;

Δομές Δεδομένων για Λεξικά

Λεξιλόγιο (vocabulary): το σύνολο των όρων

Λεξικό (dictionary): μια δομή για την αποθήκευση του λεξιλογίου

Πως αποθηκεύουμε ένα λεξικό (στη μνήμη) αποδοτικά;

Μια απλοϊκή λύση

- array of struct:

term	document frequency	pointer to postings list
a	656,265	→
aachen	65	→
...	...	...
zulu	221	→

char[20]

20 bytes

int

4/8 bytes

Postings *

4/8 bytes

- Πως αναζητούμε έναν όρο (κλειδί, key) στο λεξικό γρήγορα κατά την εκτέλεση του ερωτήματος;

Δομές Δεδομένων για το Λεξικό

- Δυο βασικές επιλογές:
 - Πίνακες Κατακερματισμού (Hashtables)
 - Δέντρα (Trees)
- Μερικά συστήματα ανάκτησης πληροφορίας χρησιμοποιούν πίνακες κατακερματισμού άλλα δέντρα

Δομές Δεδομένων για Λεξικά

Κριτήρια για την επιλογή δομής:

(ποιες λειτουργίες, workload, μέγεθος)

- Αποδοτική αναζήτηση ενός όρου (κλειδιού) στο λεξικό.
- Σχετικές συχνότητες προσπέλασης των κλειδιών (πιο γρήγορα οι συχνοί όροι;)
- Είναι στατικό ή έχουμε συχνά εισαγωγές/διαγραφές όρων ή και τροποποιήσεις; Μόνο εισαγωγές (insert only – append only)
- Πόσοι είναι οι όροι

Πίνακες Κατακερματισμού

Κάθε όρος του λεξιλογίου κατακερματίζεται σε έναν ακέραιο

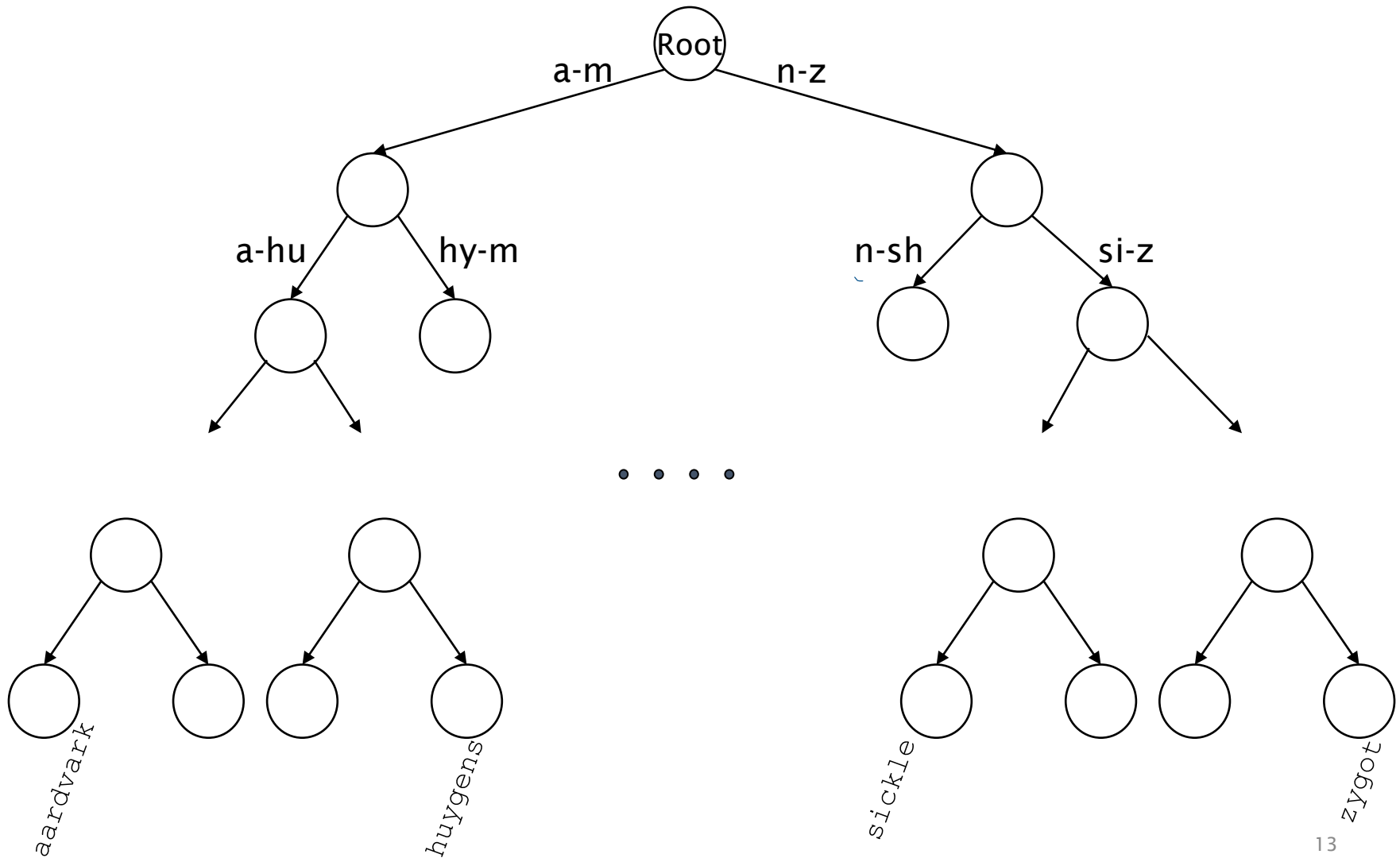
+:

- Η αναζήτηση είναι πιο γρήγορη από ένα δέντρο: $O(1)$

- :

- Δεν υπάρχει εύκολος τρόπος να βρεθούν μικρές παραλλαγές ενός όρου
 - judgment/judgement, *resume* vs. *résumé*
- Μη δυνατή η προθεματική αναζήτηση [ανεκτική ανάκληση]
- Αν το λεξιλόγιο μεγαλώνει συνεχώς, ανάγκη για να γίνει κατακερματισμός από την αρχή

Δέντρα Αναζήτησης: Δυαδικό Δέντρο

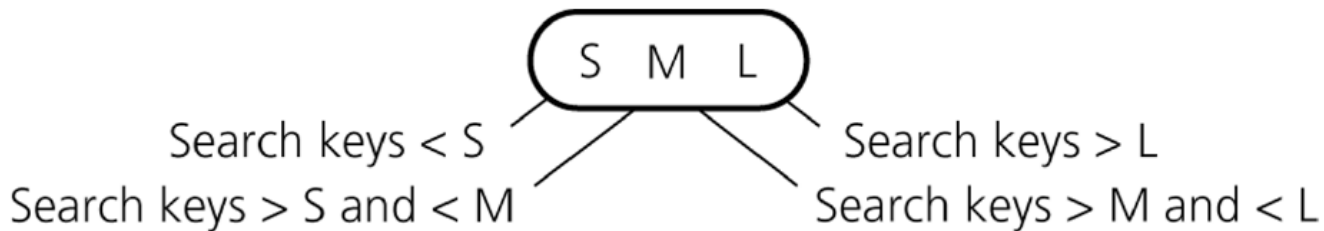


Δέντρα Αναζήτησης: Δυαδικό Δέντρο

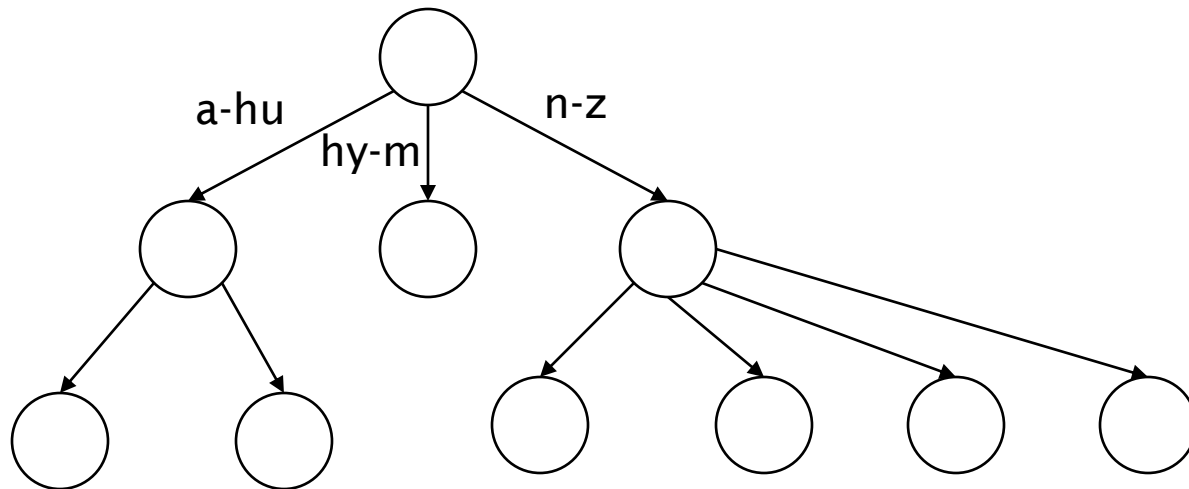
- $O(\log M)$, M : αριθμός των όρων (το μέγεθος του λεξικού)
 - προϋποθέτει ισοζύγιση

Δέντρα: B-δέντρα

Ορισμός: Κάθε εσωτερικός κόμβος έχει έναν αριθμό από παιδιά στο διάστημα $[a, b]$ όπου a, b είναι κατάλληλοι φυσικοί αριθμοί, π.χ., $[2, 4]$



Δέντρα: Β-δέντρα



Ορισμός: Κάθε εσωτερικός κόμβος έχει έναν αριθμό από παιδιά στο διάστημα $[a, b]$ όπου a, b είναι κατάλληλοι φυσικοί αριθμοί, π.χ., $[2, 4]$

Δέντρα

- Το απλούστερο: δυαδικό δέντρο
- Το πιο συνηθισμένο: B-δέντρα
- Τα δέντρα απαιτούν ένα δεδομένο τρόπο διάταξης των χαρακτήρων (αλλά συνήθως υπάρχει ή μπορεί να οριστεί)

+:

- Λύνουν το πρόβλημα προθέματος (π.χ., όροι που αρχίζουν με *hyp*)
- Πλεονεκτούν όταν το λεξικό αποθηκεύεται στο δίσκο (τότε τα a και b καθορίζονται από το μέγεθος του block)

-:

- Πιο αργή: $O(\log M)$ [και αυτό απαιτεί (ισοζυγισμένα (*balanced*) δέντρα)
- Η επανα-ισοζύγιση (rebalancing) των δυαδικών δέντρων είναι ακριβή
 - Αλλά τα B-δέντρα καλύτερα

Ερωτήματα με *

Ερωτήματα με wild-card (*)

- (1) Δεν είμαστε σίγουροι για την ορθογραφία της λέξης (πχ Sydney? Sidney?)
- (2) Υπάρχουν πολλαπλές εκδοχές της ορθογραφίας της λέξης και θέλουμε να ανακτήσουμε τα έγγραφα που περιέχουν οποιαδήποτε από αυτές (πχ color, colour)
- (3) Δεν είμαστε σίγουροι αν έχει γίνει stemming
- (4) Ορθογραφία ξένης λέξης ($\Sigma^* \xi \pi^* \rho$)

Ερωτήματα με wild-card (*)

Trailing wild card query: το “*” εμφανίζεται μόνο μια φορά στο τέλος (*prefix query*, *πρόθεμα*)

- Π.χ., ***mon****: Βρες όλα τα έγγραφα που περιέχουν οποιαδήποτε λέξη αρχίζει με “mon”
- Εύκολο όταν το λεξικό με δυαδικό δέντρο (ή B-δέντρο):
 - ανάκτησε όλους τους όρους t στο διάστημα: ***mon ≤ t < επόμενο-πρόθεμα***
 - Για κάθε όρο, αναζήτησε στο αντεστραμμένο ευρετήριο σε ποια έγγραφα εμφανίζεται

Ερωτήματα με wild-card (*)

Leading wild card queries: το “*” εμφανίζεται μόνο μια φορά στην αρχή (*postfix query*, *επίθημα*)

- *Π.χ., *mon*: Βρες όλα τα έγγραφα που περιέχουν οποιαδήποτε λέξη τελειώνει σε “mon”
- *πιο δύσκολο*
 - Διατήρησε ένα επιπρόσθετο B-tree για τους όρους ανάποδα (*backwards*), πχ ο όρος *demon* -> *nomed*
 - *Reverse B-tree*
 - Ανάκτησε όλους τους όρους t στο διάστημα: $nom \leq t < επόμενο-επίθημα-ανάποδα$.

Ερωτήματα με wild-card (*)

Πως μπορούμε να απαντήσουμε ερωτήσεις με **ένα** * στη μέση της λέξης, π.χ., **pro*cent** ?

- Όροι με πρόθημα pro
- Όροι με επίθημα cent
- Διατρέχουμε τους **όρους** που ανήκουν στην **τομή** και απορρίπτουμε όσους ταιριάζουν και με το πρόθημα και με το επίθημα
 - (αρκεί; ba*ba και όρος ba?)

Γενικά ερωτήματα με *

- * στη μέση του όρου
 - *co*tion*
- Αναζήτησε το *co** AND **tion* σε ένα B-δέντρο και ένα reverse B-δέντρο και υπολόγισε την τομή των συνόλων
 - Ακριβό!
- Δύο εναλλακτικές λύσεις (permuterm, *k*-grams)
- Και οι δύο:
 - I. Έχουν ένα *ειδικό ευρετήριο*
 - II. Μετατρέπουν την *αρχική ερώτησης q* σε μια *Boolean ερώτηση Q* στο ειδικό ευρετήριο έτσι ώστε η απάντηση στο *Q* να είναι *υπερσύνολο* της απάντησης στο *q*
 - III. Στη συνέχεια ελέγχουν τις απαντήσεις

Ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων

Πρώτη εναλλακτική λύση:

- Για κάθε όρο, αποθήκευση όλων των αντιμεταθέσεων του ->
 - **Permuterm Index** (ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων)
- Μετατροπή της ερώτησης με αντιμεταθέσεις (περιστροφές) ώστε το * να εμφανίζεται στο τέλος.
- Προθηματικό (prefix) ταίριασμα

Ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων

Κατασκευάζουμε ένα (επιπρόσθετο) **ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων** (**permuter index**) στο οποίο συνδέουμε όλες οι παραλλαγές που προκύπτουν από **την (δεξιόστροφη) περιστροφή** (rotation) του αρχικού όρου

Πχ. για τον όρο **hello** -> **hello\$**, εισάγουμε στο **λεξικό** τα:

- **hello\$, \$hello, o\$hell , lo\$hel , llo\$he, ello\$h**
 - όπου **\$** ένα ειδικός χαρακτήρας που σηματοδοτεί το τέλος μιας λέξης

Ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων

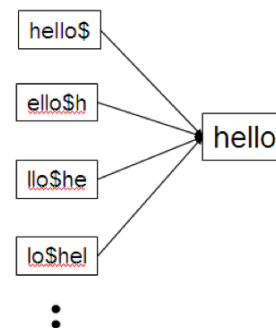
Πχ. για τον όρο **hello** -> **hello\$**, εισάγουμε στο *λεξικό* τα:

- **hello\$, \$hello, o\$hell , lo\$hel , llo\$he, ello\$h**
 - όπου **\$** ένα ειδικός χαρακτήρας που σηματοδοτεί το τέλος μιας λέξης

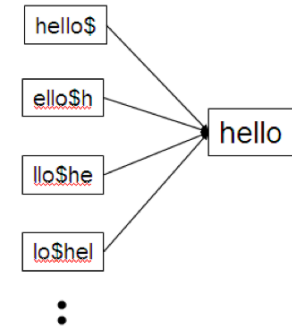
Permuterm vocabulary – όλα τα προθέματα που προκύπτουν από την περιστροφή όλων των όρων

Εισαγωγή σε δέντρο αναζήτησης

φύλλα οι αρχικοί όροι



Ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων



Πχ. για τον όρο **hello** -> **hello\$**, εισάγουμε στο *λεξικό* τα:

- **hello\$, \$hello, o\$hell , lo\$hel , llo\$he, ello\$h**
 - όπου **\$** ένα ειδικός χαρακτήρας που σηματοδοτεί το τέλος μιας λέξης

Permuterm vocabulary – όλα τα προθέματα που προκύπτουν από την περιστροφή όλων των όρων σε δέντρο αναζήτησης

Περιστροφή (rotation) του όρου του ερωτήματος ώστε το * στο τέλος

Π.χ., Ερώτημα **he*lo** -> **he*lo\$** -> **lo\$he***

Ψάχνουμε το lo\$hel* ως *prefix (πρόθεμα)* στο permuterm ευρετήριο – η δομή του το permuterm ευρετηρίου είναι κάποιο δέντρο αναζήτησης

Ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων

Παράδειγμα

Ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων για **moron, man**

Εισάγουμε στο λεξικό όλες τις περιστροφές των όρων ώστε να δείχνουν στον αρχικό όρο
 moron -> moron\$ -> στο λεξικό: **moron\$, \$moron, n\$moron, on\$mor, ron\$mo, oron\$m**

man -> man\$ -> στο λεξικό: **man\$, \$man, n\$ma, an\$m**

Ερώτημα **m*n** -> m*n\$ -> n\$m*

Ερώτημα: **mo*n** -> n\$mo*

Match?

Ερώτημα: **m*** -> \$m*

Match?

Ευρετήριο αντιμετατιθεμένων όρων

- **X^*Y^*Z** πως γίνεται match?
 - $X^*Y^*Z\$ \rightarrow Z\X^* (παίρνουμε μόνο τα άκρα)
 - Ψάξε $Z\$X^*$ και μετά έλεγξε κάθε υποψήφιο όρο για το Y
 - Πχ $fi^*mo^*er \rightarrow$ ψάξε $er\$fi^*$, έλεγξε αν και mo (π.χ., fishmonger και fillbuster)

- **Permuterm B-δέντρο** για τους αντιμετατιθεμένους όρους
- Πρόβλημα: $\approx$ **δεκαπλασιάζει** το μέγεθος του λεξικού

Εμπειρική παρατήρηση για τα Αγγλικά

Ευρετήρια k -γραμμάτων (k -gram indexes)

- **k -gram**: ακολουθία k χαρακτήρων
- Απαρίθμησε όλα τα k -γράμματα που εμφανίζονται σε κάθε όρο
 - π.χ., για το κείμενο “***April is the cruelest month***” έχουμε τα 2-γράμματα (*bigrams*)

\$a,ap,pr,ri,il,l\$, \$i,is,s\$, \$t,th,he,e\$, \$c,cr,ru,
ue,el,le,es,st,t\$, \$m,mo,on,nt,h\$

- Όπου \$ ένα ειδικός χαρακτήρας που σηματοδοτεί το τέλος και την αρχή μιας λέξης

Ευρετήρια k -γραμμάτων (k -gram indexes)

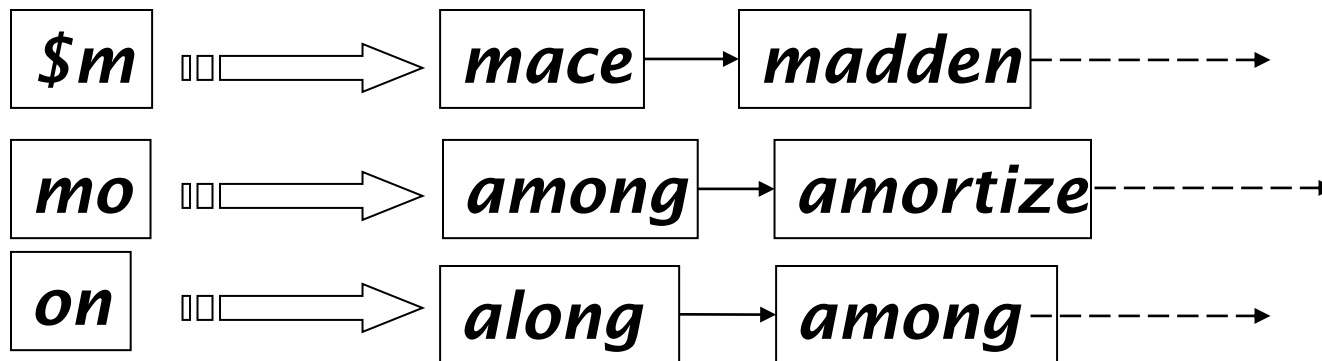
- *k-gram*: ακολουθία k χαρακτήρων
- Απαρίθμησε όλα τα k -γράμματα που εμφανίζονται σε κάθε όρο
 - π.χ., για το κείμενο “***April is the cruelest month***” έχουμε τα 2-γράμματα (*bigrams*)

\$a,ap,pr,ri,il,l\$, \$i,is,s\$, \$t,th,he,e\$, \$c,cr,ru,
ue,el,le,es,st,t\$, \$m,mo,on,nt,h\$

- Όπου \$ ένα ειδικός χαρακτήρας που σηματοδοτεί το τέλος και την αρχή μιας λέξης
- Σε ένα k -gram ευρετήριο, το **λεξικό** περιέχει όλα τα k -grams που εμφανίζονται σε οποιοδήποτε όρο
- Διατήρησε ένα **δεύτερο** αντεστραμμένο ευρετήριο από τα k -γράμματα στους **όρους του λεξικού που τα περιέχουν**

Παράδειγμα ευρετηρίου k -γραμμάτων

- Το ευρετήριο k -γραμμάτων περιέχει τους όρους και αποτελείται από k -γράμματα (εδώ $k = 2$).
- Αριστερά: k -γράμματα
- Δεξιά: λίστα με τους όρους που τα περιέχουν



$k = 3$



Επεξεργασία ερωτημάτων

- Ερώτημα ***mon**** τώρα γίνεται
 - ***\$m AND mo AND on***
 - Βρίσκει τους όρους που ταιριάζουν την AND εκδοχή του wildcard ερωτήματος.
- Απαιτείται βήμα μετά-φιλτραρίσματος (post-filter)
 - False positive, π.χ., moon
- Οι όροι που απομένουν αναζητούνται στο γνωστό αντεστραμμένο ευρετήριο όρων-εγγράφων

Ερώτηση

- Γιατί οι λίστες καταχωρήσεων σε ένα ευρετήριο k -γραμμάτων είναι διατεταγμένες;

Επεξεργασία ερωτημάτων

- Ένα Boolean ερώτημα για κάθε όρο
- Μπορεί να οδηγήσουν σε ακριβή επεξεργασία ερωτημάτων
 - `pyth* AND prog*`
- Αν ενθαρρύνουμε την “τεμπελιά” οι άνθρωποι θα ανταποκριθούν!

Type your search terms, use '*' if you need to.
E.g., Alex* will match Alexander.

- Ποιες μηχανές αναζήτησης επιτρέπουν τέτοια ερωτήματα; (παλιότερα, *altavista*)

Εναλλακτικά: *query autocomplete*

Ασκήσεις

Παράδειγμα permuterm όροι για baba, ba και αποτέλεσμα των ba^*ba και ba^*

Άσκηση 3.5

Θεωρείστε την ερώτηση fi^*mo^*er . Ποια είναι η Boolean ερώτηση στην περίπτωση ευρετηρίου 2-γραμμάτων;

fishmonger (αυτός που πουλά ψάρια)

filibuster (πολιτική κωλυσιεργία)

Διόρθωση ορθογραφικών λαθών

Διόρθωση ορθογραφικών λαθών

- Δύο βασικές χρήσεις
 - Διόρθωση των *εγγράφων* που ευρετηριοποιούνται
 - Διόρθωση των *ερωτημάτων* ώστε να ανακτηθούν «σωστές» απαντήσεις

Διόρθωση ορθογραφικών λαθών

- Δυο βασικές κατηγορίες:
 - *Μεμονωμένες λέξεις (isolated term)*
 - Εξέτασε κάθε λέξη μόνη της για λάθη
 - Δεν πιάνει typos που έχουν ως αποτέλεσμα σωστά γραμμένες λέξεις
 - π.χ., *from* → *form*
 - Βασισμένη σε *συμφραζόμενα* (context sensitive)
 - Κοιτά τις λέξεις γύρω,
 - π.χ., *I flew form Heathrow to Narita.*

Διόρθωση ορθογραφικών λαθών

- Μη πραγματικές λέξεις
grafe -> giraffe
Κάθε λέξη που δεν ανήκει στο λεξικό
- Πραγματικές λέξεις
 - Τυπογραφικά λάθη
 - three-> there
 - Γνωστικό λάθος (ομόηχες/ομώνυμες λέξεις)
 - peace -> piece
 - too -> two

Διόρθωση εγγράφων

- Χρήσιμη ιδιαίτερα για έγγραφα μετά από OCR
 - Αλγόριθμοι διόρθωσης ρυθμισμένοι για αυτό: rn μοιάζει με m
 - Μπορεί να χρησιμοποιούν ειδική γνώση (domain-specific)
 - Π.χ., OCR μπερδεύει το **O** με το **D** πιο συχνά από το **O** και το **I** (που είναι γειτονικά στα QWERTY πληκτρολόγιο), οπότε πιο πιθανή η ανταλλαγή τους στην πληκτρολόγηση
- Αλλά συχνά: web σελίδες αλλά και τυπωμένο υλικό έχουν typos
- Στόχος: το λεξικό να περιέχει λιγότερα ορθογραφικά λάθη
 - Αλλά συχνά **δεν αλλάζουμε τα έγγραφα** αλλά επεκτείνουμε την απεικόνιση ερωτήματος – εγγράφου

Διόρθωση μεμονωμένης λέξης

- Θεμελιώδης υπόθεση – *υπάρχει ένα λεξικό που μας δίνει τη σωστή ορθογραφία*
- Δυο βασικές επιλογές για αυτό το λεξικό
 - Ένα *standard λεξικό* όπως
 - Webster's English Dictionary
 - Ένα "industry-specific" λεξικό – hand-maintained
 - Το *λεξικό της συλλογής* (corpus)
 - Π.χ., όλες οι λέξεις στο web
 - Όλα τα ονόματα, ακρώνυμα κλπ.
 - (συμπεριλαμβανομένων και των ορθογραφικών λαθών)

Γενικά θέματα

- (1) Στο ερώτημα carot πάντα επέστρεψε τα έγγραφα που περιέχουν το carot καθώς και τα έγγραφα με όλες τις διορθωμένες εκδοχές του όρου, πχ carrot and tarot.
- (2) Όπως στο (1) , αλλά διορθώσεις μόνο αν το carot δεν είναι στο λεξικό
- (3) Όπως στο (1), αλλά μόνο αν η αρχική ερώτηση επιστρέφει λίγα (πχ λιγότερο από 5) έγγραφα.
- (4) Όταν η αρχική ερώτηση επιστρέφει λιγότερα από έναν προκαθορισμένο αριθμό από έγγραφα επιστρέφει «*spelling suggestions*” : “Did you mean carrot?” (και όχι επιπρόσθετα έγγραφα)

Γενικά θέματα

(1) Επιστρέφουμε τη λέξη (λέξεις) που είναι πιο «κοντά»

(2) Όταν ισοπαλία

(1) Την πιο συχνή (συχνές) στη συλλογή

(2) Την πιο συχνή στα ερωτήματα

- Δείτε στο <http://www.netpaths.net/blog/britney-spears-spelling-variations/> (αρχικά εδώ <http://www.google.com/jobs/archive/britney.html>) στατιστικά για misspellings του Britney Spears)

- Ένας απλός spell corrector σε Python
<http://norvig.com/spell-correct.html>

Διόρθωση μεμονωμένης λέξης

Δοθέντων ενός λεξικού και μιας ακολουθίας χαρακτήρων Q , επέστρεψε τις λέξεις του λεξικού που είναι **πιο κοντά** στο Q

Τι σημαίνει “πιο κοντά”?

Θα εξετάσουμε **δύο ορισμούς εγγύτητας (απόστασης)**:

- Την **απόσταση διόρθωσης -- edit distance** (Levenshtein distance) και την **σταθμισμένη εκδοχή της -- weighted edit distance**
- **Επικάλυψη (overlap) k -γραμμάτων**

Απόσταση διόρθωσης (Edit distance)

ΟΡΙΣΜΟΣ: Δοθέντων δυο αλφαριθμητικών (strings) S_1 and S_2 , η απόσταση ορίζεται ως ο *ελάχιστος αριθμός πράξεων* για τη μετατροπή του ενός στον άλλο

Συνήθως, οι πράξεις είναι σε επίπεδο χαρακτήρα

- **Levenshtein distance**: Πράξεις
 - (1) **Insert** – Εισαγωγή,
 - (2) **Delete** - Διαγραφή και
 - (3) **Replace** – Αντικατάσταση ενός χαρακτήρα (μερικές φορές: κόστος 2 ως delete-insert)
- **Damerau-Levenshtein distance**:
 - + **Transposition** - Αντιμετάθεση ενός χαρακτήρα

Απόσταση Διόρθωσης (Edit distance)

Παραδείγματα

Levenshtein distance: *dog-do*: 1, *dof-dog* *cat-cart*: 1, *cat-cut*: 1, *cat-act*: 2, *cat-dog*: 3

Damerau-Levenshtein distance: cat-act: 1

Ερώτηση: ποια είναι η απόσταση διόρθωσης μεταξύ *for* και *from* (σωστή απάντηση 2)

- Γενικά υπολογίζεται με **δυναμικό προγραμματισμό**.
- Κοιτάξτε πχ το <http://www.let.rug.nl/kleiweg/lev/> για παραδείγματα.

Δυναμικός προγραμματισμός

- Εκφράζουμε το πρόβλημα ως συνδυασμό υπό-προβλημάτων – η βέλτιστη λύση βασίζεται στη βέλτιστη λύση του υπό-προβλήματος
- Shortest path
Dynamic version of Dijkstra όχι όσο αποδοτική όσο μια greedy υλοποίηση
 - Bellman-Ford single source shortest path
 - Floyd-Warshall all pairs shortest path

Δυναμικός προγραμματισμός

Στην περίπτωση των αποστάσεων διόρθωσης – το υπό-πρόβλημα δυο προθημάτων:

- Ο βέλτιστος τρόπος από μια λέξη σε μια άλλη, βασίζεται στο βέλτιστο τρόπο από κάποιο πρόθημα της πρώτης σε κάποιο πρόθημα της δεύτερης
- Έναν πίνακα
 - Γραμμές: Γράμματα (προθήματα) της **πρώτη λέξης**
 - Στήλες: Γράμματα (προθήματα) της **δεύτερης λέξης**
 - Θέσεις του πίνακα: **βέλτιστο κόστος** (απόσταση)

Υπολογισμός απόστασης διόρθωσης

String s_2

String s_1

		f	a	s	t
	0	1	2	3	4
c	1	1	2	3	4
a	2	2	1	2	3
t	3	3	2	2	2
s	4	4	3	2	3

cats -> fast

- Κάθε στοιχείο $m[i, j]$ του πίνακα: το βέλτιστο κόστος (ελάχιστη απόσταση) για να πάμε από το πρόθεμα μήκους i του s_1 στο πρόθεμα μήκους j του s_2

Πχ $m[3, 2]$ cat->fa

$m[0, 3] \in (\text{κενό}) \rightarrow \text{fas}$

Δυναμικός προγραμματισμός

- Πως υπολογίζουμε τα στοιχεία του πίνακα;
- Επικαλυπτόμενες υπό-λύσεις:

- Βέλτιστο κόστος $m[i, j]$
 - Πχ $m[2, 3]$ ca $\rightarrow$ fas
- 3 διαφορετικοί τρόποι
 - $m[i, j-1]$ από αριστερά (γραμμή)
 - $m[2, 2]$ ca $\rightarrow$ fa (insert s)
 - $m[i-1, j]$ από πάνω (στήλη)
 - $m[1, 3]$ c $\rightarrow$ fas (delete a)
 - $m[i-1, j-1]$ (διαγώνια)
 - $m[1, 2]$ c $\rightarrow$ fa (replace a με s)

i-1, j-1	i-1, j
i, j-1	i, j

Αλγόριθμος (από αριστερά)

LEVENSHTEINDISTANCE(s_1, s_2)

```

1  for  $i \leftarrow 0$  to  $|s_1|$ 
2  do  $m[i, 0] = i$ 
3  for  $j \leftarrow 0$  to  $|s_2|$ 
4  do  $m[0, j] = j$ 
5  for  $i \leftarrow 1$  to  $|s_1|$ 
6  do for  $j \leftarrow 1$  to  $|s_2|$ 
7      do if  $s_1[i] = s_2[j]$ 
8          then  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]\}$ 
9          else  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]+1\}$ 
10 return  $m[|s_1|, |s_2|]$ 

```

$i-1, j-1$	$i-1, j$
$i, j-1$ 	i, j

Operations: **insert (cost 1)**, delete (cost 1), replace (cost 1), copy (cost 0)

Αλγόριθμος (από πάνω)

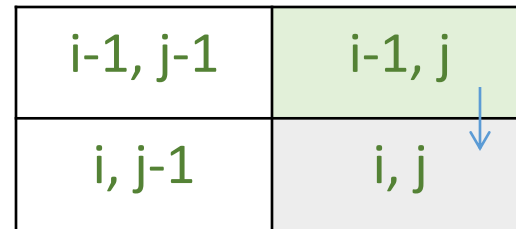
LEVENSHTEINDISTANCE(s_1, s_2)

```

1  for  $i \leftarrow 0$  to  $|s_1|$ 
2  do  $m[i, 0] = i$ 
3  for  $j \leftarrow 0$  to  $|s_2|$ 
4  do  $m[0, j] = j$ 
5  for  $i \leftarrow 1$  to  $|s_1|$ 
6  do for  $j \leftarrow 1$  to  $|s_2|$ 
7      do if  $s_1[i] = s_2[j]$ 
8          then  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]\}$ 
9          else  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]+1\}$ 
10 return  $m[|s_1|, |s_2|]$ 

```

$i-1, j-1$	$i-1, j$
$i, j-1$	i, j



Operations: insert (cost 1), delete (cost 1), replace (cost 1), copy (cost 0)

Αλγόριθμος (διαγώνια)

LEVENSHTEINDISTANCE(s_1, s_2)

Αν το i -οστό στοιχείο του s_1 είναι διαφορετικό από το j -οστό στοιχείου του s_2

$i-1, j-1$	$i-1, j$
$i, j-1$	i, j

```

1  for  $i \leftarrow 0$  to  $|s_1|$ 
2  do  $m[i, 0] = i$ 
3  for  $j \leftarrow 0$  to  $|s_2|$ 
4  do  $m[0, j] = j$ 
5  for  $i \leftarrow 1$  to  $|s_1|$ 
6  do for  $j \leftarrow 1$  to  $|s_2|$ 
7      do if  $s_1[i] = s_2[j]$ 
8          then  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]\}$ 
9          else  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]+1\}$ 
10 return  $m[|s_1|, |s_2|]$ 

```

Operations: insert (cost 1), delete (cost 1), **replace (cost 1)**, copy (cost 0)

Αλγόριθμος (διαγώνια)

LEVENSHTEINDISTANCE(s_1, s_2)

Αν το i -οστό στοιχείο του s_1 είναι ίδιο με το j -οστό στοιχείο του s_2

```

1  for  $i \leftarrow 0$  to  $|s_1|$ 
2  do  $m[i, 0] = i$ 
3  for  $j \leftarrow 0$  to  $|s_2|$ 
4  do  $m[0, j] = j$ 
5  for  $i \leftarrow 1$  to  $|s_1|$ 
6  do for  $j \leftarrow 1$  to  $|s_2|$ 
7      do if  $s_1[i] = s_2[j]$ 
8          then  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]\}$ 
9          else  $m[i, j] = \min\{m[i-1, j]+1, m[i, j-1]+1, m[i-1, j-1]+1\}$ 
10 return  $m[|s_1|, |s_2|]$ 

```

$i-1, j-1$	$i-1, j$
$i, j-1$	i, j

Operations: insert (cost 1), delete (cost 1), replace (cost 1), **copy** (cost 0)

Υπολογισμός απόστασης Levenshtein

Για να υπολογίσουμε το $m[i, j]$

	$j-1$	j
$i-1$	Εξαρτάται από το επόμενο γράμμα	Κόστος από τον πάνω γείτονα (delete) $[i-1, j]$
i	κόστος από τον αριστερό γείτονα (insert) $[i, j-1]$	Το μικρότερο από τις 3 πιθανές για να φτάσουμε στο $[i, j]$

Υπολογισμός απόστασης Levenshtein

Κόστος από τον πάνω αριστερό γείτονα Copy ή Replace	Κόστος από τον πάνω γείτονα Delete
Κόστος από τον αριστερό γείτονα Insert	Το μικρότερο από τα 3 κόστη

Υπολογισμός απόστασης διόρθωσης

LEVENSHTEINDISTANCE(s_1, s_2)

```

1  for  $i \leftarrow 0$  to  $|s_1|$ 
2  do  $m[i, 0] = i$ 
3  for  $j \leftarrow 0$  to  $|s_2|$ 
4  do  $m[0, j] = j$ 
5  for  $i \leftarrow 1$  to  $|s_1|$ 
6  do for  $j \leftarrow 1$  to  $|s_2|$ 
7      do if  $s_1[i] = s_2[j]$ 
8          then  $m[i, j] = \min$ 
9              else  $m[i, j] = \min$ 
10 return  $m[|s_1|, |s_2|]$ 
Operations: insert (cost 1), delet
(cost 0)

```

Αρχικοποίηση

String s_2

		f	a	s	t
	0	1	2	3	4
c	1	1	2	3	4
a	2	2	1	2	3
t	3	3	2	2	2
s	4	4	3	2	3

String s_1

Κόστος διόρθωσης για τα
προθέματα

Παράδειγμα for - > from

Δυναμικός προγραμματισμός

1. Βέλτιστη υπό-δομή (**Optimal substructure**): Η βέλτιστη λύση σε ένα πρόβλημα περιέχει τις υπό-λύσεις, δηλαδή τις βέλτιστες λύσεις σε υπό-προβλήματα
2. Επικαλυπτόμενες υπό-λύσεις (**Overlapping sub-solutions**): Οι υπο-λύσεις υπολογίζονται ξανά και ξανά όταν υπολογίζονται οι ολικές βέλτιστες λύσεις στον brute-force αλγόριθμο.

Δυναμικός προγραμματισμός

- Στην περίπτωση των αποστάσεων διόρθωσης – το υπό-πρόβλημα δυο προθημάτων
- Οι επικαλυπτόμενες υπό-λύσεις: χρειαζόμαστε τις περισσότερες αποστάσεις 3 φορές: κίνηση δεξιά, στη διαγώνιο, κάτω

Γιατί λέγεται δυναμικός προγραμματισμός

...The 1950s were not good years for mathematical research. [the] Secretary of Defense ...had a pathological fear and hatred of the word, research...

I decided therefore to use the word, “**programming**”.

I wanted to get across the idea that this was dynamic, this was multistage... I thought, let's ... take a word that has an absolutely precise meaning, namely **dynamic**... it's impossible to use the word, **dynamic**, in a pejorative sense. Try thinking of some combination that will possibly give it a pejorative meaning. It's impossible.

Thus, I thought dynamic programming was a good name. It was something not even a Congressman could object to.”

Richard Bellman, “Eye of the Hurricane: an autobiography” 1984.

Υπολογισμός απόστασης Levenshtein: παράδειγμα

		f	a	s	t
	<u> </u> 0	<u> 1 </u> 1	<u> 2 </u> 2	<u> 3 </u> 3	<u> 4 </u> 4
c	<u> 1 </u> 1	<u> 1 2 </u> 2 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 3 4 </u> 3 3	<u> 4 5 </u> 4 4
a	<u> 2 </u> 2	<u> 2 2 </u> 3 2	<u> 1 3 </u> 3 1	<u> 3 4 </u> 2 2	<u> 4 5 </u> 3 3
t	<u> 3 </u> 3	<u> 3 3 </u> 4 3	<u> 3 2 </u> 4 2	<u> 2 3 </u> 3 2	<u> 2 4 </u> 3 2
s	<u> 4 </u> 4	<u> 4 4 </u> 5 4	<u> 4 3 </u> 5 3	<u> 2 3 </u> 4 2	<u> 3 3 </u> 3 3

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{?}$			
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1			
s	2 2				
l	3 3				
o	4 4				

replace o with s

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \frac{3}{?}$		
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1	2 3 2 2		
s	2 2				
l	3 3				
o	4 4				

(διαγώνιο) replace o with n, insert s

(αριστερά-γραμμή) insert n, replace o with s

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$ 0	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ 2 1	$\frac{2}{2}$ 2 2	$\frac{2}{3}$ 4 ?	
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> 1 </u> 1	<u> 2 </u> 2	<u> 3 </u> 3	<u> 4 </u> 4
o	<u> 1 </u> 1	<u> 1 2 </u> 2 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 2 4 </u> 3 2	
s	<u> 2 </u> 2				
l	<u> 3 </u> 3				
o	<u> 4 </u> 4				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \quad 2$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \quad 3$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3} \quad 4$ $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3} \quad 5$ $\frac{3}{?}$
s	$\frac{2}{2}$				
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1	2 3 2 2	2 4 3 2	4 5 3 3
s	2 2				
l	3 3				
o	4 4				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$ 0	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{?}$			
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$			
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1	2 3 2 2	2 4 3 2	4 5 3 3
s	2 2	1 2 3 1	2 3 2 ?		
l	3 3				
o	4 4				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> 1	<u>1 2</u> 2 1	<u>2 3</u> 2 2	<u>2 4</u> 3 2	<u>4 5</u> 3 3
s	<u>2</u> 2	<u>1 2</u> 3 1	<u>2 3</u> 2 2		
l	<u>3</u> 3				
o	<u>4</u> 4				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{?}$	
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \frac{4}{2}$	$\frac{4}{3} \frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3} \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{3}{3} \frac{3}{3}$	$\frac{3}{4} \frac{4}{?}$
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \frac{4}{2}$	$\frac{4}{3} \frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3} \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{3}{3} \frac{3}{3}$	$\frac{3}{4} \frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$				
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{?}$			
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> 1 </u> 1	<u> 2 </u> 2	<u> 3 </u> 3	<u> 4 </u> 4
o	<u> 1 </u> 1	<u> 1 2 </u> 2 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 2 4 </u> 3 2	<u> 4 5 </u> 3 3
s	<u> 2 </u> 2	<u> 1 2 </u> 3 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 3 3 </u> 3 3	<u> 3 4 </u> 4 3
l	<u> 3 </u> 3	<u> 3 2 </u> 4 2			
o	<u> 4 </u> 4				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad} 0$	$\frac{1}{1} 1$	$\frac{2}{2} 2$	$\frac{3}{3} 3$	$\frac{4}{4} 4$
o	$\frac{1}{1} 1$	$\frac{1}{2} 2$ $\frac{2}{1} 1$	$\frac{2}{2} 3$ $\frac{2}{2} 2$	$\frac{2}{3} 4$ $\frac{3}{2} 2$	$\frac{4}{3} 5$ $\frac{3}{3} 3$
s	$\frac{2}{2} 2$	$\frac{1}{3} 2$ $\frac{3}{1} 1$	$\frac{2}{2} 3$ $\frac{2}{2} 2$	$\frac{3}{3} 3$ $\frac{3}{3} 3$	$\frac{3}{4} 4$ $\frac{4}{3} 3$
l	$\frac{3}{3} 3$	$\frac{3}{4} 2$ $\frac{4}{2} 2$	$\frac{2}{3} 3$ $\frac{3}{?} ?$		
o	$\frac{4}{4} 4$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$ 0	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ 2 1	$\frac{2}{2}$ 2 2	$\frac{2}{3}$ 4 2	$\frac{4}{3}$ 5 3
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ 2 1	$\frac{2}{2}$ 3 2	$\frac{3}{3}$ 3 3	$\frac{3}{4}$ 4 3
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ 2 2	$\frac{2}{3}$ 3 2		
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{4}{?}$	
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$ 0	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ 2 1	$\frac{2}{2}$ 2 2	$\frac{2}{3}$ 4 2	$\frac{4}{3}$ 5 3
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ 2 1	$\frac{2}{2}$ 3 2	$\frac{3}{3}$ 3 3	$\frac{3}{4}$ 4 3
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ 2 2	$\frac{2}{3}$ 3 2	$\frac{3}{3}$ 4 3	
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> </u> 1 1	<u> </u> 2 2	<u> </u> 3 3	<u> </u> 4 4
o	<u> </u> 1 1	<u> </u> 1 2 2 1	<u> </u> 2 3 2 2	<u> </u> 2 4 3 2	<u> </u> 4 5 3 3
s	<u> </u> 2 2	<u> </u> 1 2 3 1	<u> </u> 2 3 2 2	<u> </u> 3 3 3 3	<u> </u> 3 4 4 3
l	<u> </u> 3 3	<u> </u> 3 2 4 2	<u> </u> 2 3 3 2	<u> </u> 3 4 3 3	<u> </u> 4 4 4 ?
o	<u> </u> 4 4				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$ $\frac{4}{4}$
o	$\frac{4}{4}$				

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad} 0$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{2}{3} \frac{4}{2}$	$\frac{4}{3} \frac{5}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3} \frac{2}{1}$	$\frac{2}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{3}{3} \frac{3}{3}$	$\frac{3}{4} \frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4} \frac{2}{2}$	$\frac{2}{3} \frac{3}{2}$	$\frac{3}{3} \frac{4}{3}$	$\frac{4}{4} \frac{4}{4}$
o	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5} \frac{3}{?}$			

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> 1 </u> 1	<u> 2 </u> 2	<u> 3 </u> 3	<u> 4 </u> 4
o	<u> 1 </u> 1	<u> 1 2 </u> 2 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 2 4 </u> 3 2	<u> 4 5 </u> 3 3
s	<u> 2 </u> 2	<u> 1 2 </u> 3 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 3 3 </u> 3 3	<u> 3 4 </u> 4 3
l	<u> 3 </u> 3	<u> 3 2 </u> 4 2	<u> 2 3 </u> 3 2	<u> 3 4 </u> 3 3	<u> 4 4 </u> 4 4
o	<u> 4 </u> 4	<u> 4 3 </u> 5 3			

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> 1 </u> 1	<u> 2 </u> 2	<u> 3 </u> 3	<u> 4 </u> 4
o	<u> 1 </u> 1	<u> 1 2 </u> 2 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 2 4 </u> 3 2	<u> 4 5 </u> 3 3
s	<u> 2 </u> 2	<u> 1 2 </u> 3 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 3 3 </u> 3 3	<u> 3 4 </u> 4 3
l	<u> 3 </u> 3	<u> 3 2 </u> 4 2	<u> 2 3 </u> 3 2	<u> 3 4 </u> 3 3	<u> 4 4 </u> 4 4
o	<u> 4 </u> 4	<u> 4 3 </u> 5 3	<u> 3 3 </u> 4 ?		

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u> </u> 0	<u> 1 </u> 1	<u> 2 </u> 2	<u> 3 </u> 3	<u> 4 </u> 4
o	<u> 1 </u> 1	<u> 1 2 </u> 2 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 2 4 </u> 3 2	<u> 4 5 </u> 3 3
s	<u> 2 </u> 2	<u> 1 2 </u> 3 1	<u> 2 3 </u> 2 2	<u> 3 3 </u> 3 3	<u> 3 4 </u> 4 3
l	<u> 3 </u> 3	<u> 3 2 </u> 4 2	<u> 2 3 </u> 3 2	<u> 3 4 </u> 3 3	<u> 4 4 </u> 4 4
o	<u> 4 </u> 4	<u> 4 3 </u> 5 3	<u> 3 3 </u> 4 3		

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> 1	<u>1 2</u> 2 1	<u>2 3</u> 2 2	<u>2 4</u> 3 2	<u>4 5</u> 3 3
s	<u>2</u> 2	<u>1 2</u> 3 1	<u>2 3</u> 2 2	<u>3 3</u> 3 3	<u>3 4</u> 4 3
l	<u>3</u> 3	<u>3 2</u> 4 2	<u>2 3</u> 3 2	<u>3 4</u> 3 3	<u>4 4</u> 4 4
o	<u>4</u> 4	<u>4 3</u> 5 3	<u>3 3</u> 4 3	<u>2 4</u> 4 ?	

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$ 0	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ 2 1	$\frac{2}{2}$ 2 2	$\frac{2}{3}$ 4 2	$\frac{4}{3}$ 5 3
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ 2 1	$\frac{2}{2}$ 3 2	$\frac{3}{3}$ 3 3	$\frac{3}{4}$ 4 3
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ 2 2	$\frac{2}{3}$ 3 2	$\frac{3}{3}$ 4 3	$\frac{4}{4}$ 4 4
o	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$ 3 3	$\frac{3}{4}$ 3 3	$\frac{2}{4}$ 4 2	

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$ $\frac{4}{4}$
o	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{?}$

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$ $\frac{4}{4}$
o	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$

Υπολογισμός απόστασης: παράδειγμα

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad}$ 0	$\frac{1}{1}$ 1	$\frac{2}{2}$ 2	$\frac{3}{3}$ 3	$\frac{4}{4}$ 4
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ 1	$\frac{2}{2}$ 3	$\frac{2}{3}$ 4	$\frac{4}{3}$ 5
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ 2	$\frac{2}{2}$ 3	$\frac{3}{3}$ 3	$\frac{3}{4}$ 4
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ 2	$\frac{2}{3}$ 3	$\frac{3}{3}$ 4	$\frac{4}{4}$ 4
o	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$ 3	$\frac{3}{4}$ 3	$\frac{2}{4}$ 4	$\frac{4}{3}$ 5

Πως μπορώ να δω τις πράξεις που οδήγησαν από for σε from?

Πως μπορώ να δω τις πράξεις που οδήγησαν από OSLO σε SNOW?

		s	n	o	w
	<u>0</u>	<u>1 1</u>	<u>2 2</u>	<u>3 3</u>	<u>4 4</u>
o	<u>1</u> <u>1</u>	<u>1 2</u> <u>2 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>2 4</u> <u>3 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>
s	<u>2</u> <u>2</u>	<u>1 2</u> <u>3 1</u>	<u>2 3</u> <u>2 2</u>	<u>3 3</u> <u>3 3</u>	<u>3 4</u> <u>4 3</u>
l	<u>3</u> <u>3</u>	<u>3 2</u> <u>4 2</u>	<u>2 3</u> <u>3 2</u>	<u>3 4</u> <u>3 3</u>	<u>4 4</u> <u>4 4</u>
o	<u>4</u> <u>4</u>	<u>4 3</u> <u>5 3</u>	<u>3 3</u> <u>4 3</u>	<u>2 4</u> <u>4 2</u>	<u>4 5</u> <u>3 3</u>

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{\quad} 0$	$\frac{1}{1} 1$	$\frac{2}{2} 2$	$\frac{3}{3} 3$	$\frac{4}{4} 4$
o	$\frac{1}{1} 1$	$\frac{1}{2} 2$ $\frac{2}{1} 1$	$\frac{2}{2} 3$ $\frac{2}{2} 2$	$\frac{2}{3} 4$ $\frac{3}{2} 2$	$\frac{4}{3} 5$ $\frac{3}{3} 3$
s	$\frac{2}{2} 2$	$\frac{1}{3} 2$ $\frac{3}{1} 1$	$\frac{2}{2} 3$ $\frac{2}{2} 2$	$\frac{3}{3} 3$ $\frac{3}{3} 3$	$\frac{3}{4} 4$ $\frac{4}{3} 3$
l	$\frac{3}{3} 3$	$\frac{3}{4} 2$ $\frac{4}{2} 2$	$\frac{2}{3} 3$ $\frac{3}{2} 2$	$\frac{3}{3} 4$ $\frac{3}{3} 3$	$\frac{4}{4} 4$ $\frac{4}{4} 4$
o	$\frac{4}{4} 4$	$\frac{4}{5} 3$ $\frac{5}{3} 3$	$\frac{3}{4} 3$ $\frac{4}{3} 3$	$\frac{2}{4} 4$ $\frac{4}{2} 2$	$\frac{4}{3} 5$ $\frac{3}{3} 3$

cost	operation	input	output
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$
o	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$
s	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{1}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$
l	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$ $\frac{4}{4}$
o	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{3}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{4}{2}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{3}$

cost	operation	input	output
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	$\begin{array}{ c } \hline 0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 4 \\ \hline \end{array}$
o	$\begin{array}{ c } \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 2 \\ \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 3 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 4 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 5 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$
s	$\begin{array}{ c } \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 3 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 4 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$
l	$\begin{array}{ c } \hline 3 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 2 \\ \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 3 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 4 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 4 \\ \hline 4 & 4 \\ \hline \end{array}$
o	$\begin{array}{ c } \hline 4 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 3 \\ \hline 5 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 3 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 4 \\ \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 5 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$

cost	operation	input	output
1	replace	l	n
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	0	1 1	2 2	3 3	4 4
o	1 1	1 2 2 1	2 3 2 2	2 4 3 2	4 5 3 3
s	2 2	1 2 3 1	2 3 2 2	3 3 3 3	3 4 4 3
l	3 3	3 2 4 2	2 3 3 2	3 4 3 3	4 4 4 4
o	4 4	4 3 5 3	3 3 4 3	2 4 4 2	4 5 3 3

cost	operation	input	output
0	(copy)	s	s
1	replace	l	n
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

		s	n	o	w
	$\begin{array}{ c } \hline 0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 4 \\ \hline \end{array}$
o	$\begin{array}{ c } \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 2 \\ \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 3 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 4 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 5 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$
s	$\begin{array}{ c } \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 3 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 4 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$
l	$\begin{array}{ c } \hline 3 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 2 \\ \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 3 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 4 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 4 \\ \hline 4 & 4 \\ \hline \end{array}$
o	$\begin{array}{ c } \hline 4 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 3 \\ \hline 5 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 3 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 4 \\ \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 4 & 5 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$

cost	operation	input	output
1	delete	o	*
0	(copy)	s	s
1	replace	l	n
0	(copy)	o	o
1	insert	*	w

Πως μπορώ να δω τις πράξεις που οδήγησαν από CAT σε CATCAT?

		c	a	t	c	a	t
	<u> </u> 0	<u> 1 </u> 1	<u> 2 </u> 2	<u> 3 </u> 3	<u> 4 </u> 4	<u> 5 </u> 5	<u> 6 </u> 6
c	<u> 1 </u> 1	<u> 0 2 </u> 2 0	<u> 2 3 </u> 1 1	<u> 3 4 </u> 2 2	<u> 3 5 </u> 3 3	<u> 5 6 </u> 4 4	<u> 6 7 </u> 5 5
a	<u> 2 </u> 2	<u> 2 1 </u> 3 1	<u> 0 2 </u> 2 0	<u> 2 3 </u> 1 1	<u> 3 4 </u> 2 2	<u> 3 5 </u> 3 3	<u> 5 6 </u> 4 4
t	<u> 3 </u> 3	<u> 3 2 </u> 4 2	<u> 2 1 </u> 3 1	<u> 0 2 </u> 2 0	<u> 2 3 </u> 1 1	<u> 3 4 </u> 2 2	<u> 3 5 </u> 3 3

		c	a	t	c	a	t
	0	11	22	33	44	55	66
c	11	02 20	23 11	34 22	35 33	56 44	67 55
a	22	21 31	02 20	23 11	34 22	35 33	56 44
t	33	32 42	21 31	02 20	23 11	34 22	35 33

cost	operation	input	output
1	insert	*	c
1	insert	*	a
1	insert	*	t
0	(copy)	c	c
0	(copy)	a	a
0	(copy)	t	t

		c	a	t	c	a	t
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{6}$
c	$\frac{1}{1}$	$\frac{0}{2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$
a	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{0}{2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{4}$
t	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{0}{2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$

cost	operation	input	output
0	(copy)	c	c
1	insert	*	a
1	insert	*	t
1	insert	*	c
0	(copy)	a	a
0	(copy)	t	t

		c	a	t	c	a	t
	$\frac{\quad}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{6}$
c	$\frac{1}{1}$	$\frac{0}{2} \mid \frac{2}{0}$	$\frac{2}{1} \mid \frac{3}{1}$	$\frac{3}{2} \mid \frac{4}{2}$	$\frac{3}{3} \mid \frac{5}{3}$	$\frac{5}{4} \mid \frac{6}{4}$	$\frac{6}{5} \mid \frac{7}{5}$
a	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3} \mid \frac{1}{1}$	$\frac{0}{2} \mid \frac{2}{0}$	$\frac{2}{1} \mid \frac{3}{1}$	$\frac{3}{2} \mid \frac{4}{2}$	$\frac{3}{3} \mid \frac{5}{3}$	$\frac{5}{4} \mid \frac{6}{4}$
t	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4} \mid \frac{2}{2}$	$\frac{2}{3} \mid \frac{1}{1}$	$\frac{0}{2} \mid \frac{2}{0}$	$\frac{2}{1} \mid \frac{3}{1}$	$\frac{3}{2} \mid \frac{4}{2}$	$\frac{3}{3} \mid \frac{5}{3}$

cost	operation	input	output
0	(copy)	c	c
0	(copy)	a	a
1	insert	*	t
1	insert	*	c
1	insert	*	a
0	(copy)	t	t

		c		a		t		c		a		t	
		0	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6					
c		1 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4	6 7 5 5					
a		2 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3	5 6 4 4					
t		3 3	3 2 4 2	2 1 3 1	0 2 2 0	2 3 1 1	3 4 2 2	3 5 3 3					

cost	operation	input	output
0	(copy)	c	c
0	(copy)	a	a
0	(copy)	t	t
1	insert	*	c
1	insert	*	a
1	insert	*	t

Σταθμισμένη απόσταση διόρθωσης

- Το βάρος μιας πράξης εξαρτάται από τον ποιο χαρακτήρα (χαρακτήρες) αφορά
 - Στόχος να λάβει υπόψη λάθη OCR ή πληκτρολόγησης
Παράδειγμα: ***m*** πιο πιθανό να πληκτρολογηθεί ως ***n*** παρά ως ***q***
 - Οπότε η αντικατάσταση του ***m*** από ***n*** έχει μικρότερη απόσταση διόρθωσης από την απόσταση του από το ***q***
 - Διατύπωση ως πιθανοτικό μοντέλο
- Προϋποθέτει ως είσοδο έναν πίνακα βαρών
- *Πως θα μετατρέψουμε το δυναμικό προγραμματισμό για να χειριστούμε τα βάρη;*

Απόσταση διόρθωσης (ασκήσεις)

- Η Levenshtein απόσταση διόρθωσης είναι ή όχι
(α) συμμετρική,
(β) ισχύει η τριγωνική ανισότητα;
- Τροποποιείτε τον αλγόριθμο ώστε να υπολογίζει την απόσταση Damerau-Levenshtein

Επικάλυψη k -γραμμαμάτων

Εναλλακτικός ορισμός απόστασης με βάση τα κοινά k -γράμματα

- Η ομοιότητα δυο όρων είναι ίση με το πλήθος των κοινών k -γραμμαμάτων τους

Παράδειγμα

3-γράμματα

november

- Τα τριγράμματα είναι *non*, *one*, *ven*, *emb*, *mbe*, *ber*.

december

- Τα τριγράμματα είναι *dec*, *ece*, *cem*, *emb*, *mbe*, *ber*.

Άρα 3 τριγράμματα επικαλύπτονται (από τα 6 κάθε όρου) – ομοιότητα 3

Μια δυνατότητα – συντελεστής Jaccard

- Συνήθης μέτρηση της επικάλυψης

Έστω X και Y δύο σύνολα, ο **συντελεστής Jaccard (Jaccard coefficient)** ορίζεται ως:

$$|X \cap Y| / |X \cup Y|$$

- Ίσος με 1 όταν τα X και Y έχουν τα ίδια στοιχεία και 0 όταν είναι ξένα
- Τα X and Y δε χρειάζεται να έχουν το ίδιο μέγεθος
- Πάντα μεταξύ του 0 και του 1
 - Το κατώφλι καθορίζει αν υπάρχει ταίριασμα, πχ., αν J.C. > 0.8, τότε ταίριασμα

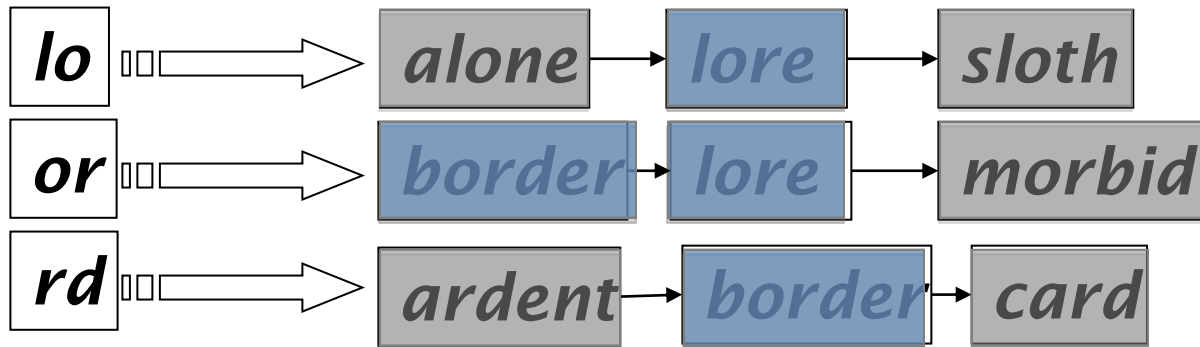
Πως υπολογίζουμε αποδοτικά στην περίπτωση των k -γραμμάτων;

Επικάλυψη k -γραμμάτων

- Απαρίθμησε όλα τα k -γράμματα στον όρο της ερώτησης
- Χρησιμοποίησε το ευρετήριο k -γραμμάτων για να ανακτήσεις όλους τους όρους του λεξικού που ταιριάζουν κάποιο από τα k -γράμματα του ερωτήματος
- Ανέκτησε όλους τους όρους του λεξικού που ταιριάζουν κάποιο ($\geq$ *κατώφλι*) αριθμό από τα k -γράμματα του ερωτήματος

Παράδειγμα: Ταίριασμα 2-γραμμάτων

- Έστω το ερώτημα **lord** – θέλουμε να βρούμε τις λέξεις που ταιριάζουν τουλάχιστον 2 από τα 3 διγράμματα (**lo**, **or**, **rd**)



Η τυπική συγχώνευση θα τα δώσει

Για το JC χρειαζόμαστε και τον αριθμό των 2-γραμμάτων (το μήκος της λέξης)

Απόσταση διόρθωσης από όλους τους όρους του λεξικού;

- Δοθέντος ενός (ανορθόγραφου) ερωτήματος, υπολογίζουμε την απόσταση διόρθωσης από όλους τους όρους του λεξικού
 - Ακριβό και αργό
- Μπορούμε να μειώσουμε τον αριθμό των υποψήφιων όρων του ευρετηρίου;
 - Μόνο λέξεις που αρχίζουν από το ίδιο γράμμα
 - Να θεωρήσουμε ότι υπάρχει * και ένα permuterm (με κάποιες τροποποιήσεις)
 - Να βρούμε λέξεις με αρκετά κοινά k -γράμματα και να περιορίσουμε τον υπολογισμό απόστασης με αυτές

Χρήση των αποστάσεων διόρθωσης

1. Έχοντας μια ερώτηση, πρώτα απαρίθμησε όλες τις ακολουθίες χαρακτήρων μέσα σε μια προκαθορισμένη (σταθμισμένη) απόσταση διόρθωσης (π.χ., 2)
2. Βρες την τομή αυτού του συνόλου με τις «σωστές» λέξεις
3. *Πρότεινε τους όρους* που βρήκες στο χρήστη
 - Ψάξε όλες τις πιθανές διορθώσεις στο αντεστραμμένο ευρετήριο και επέστρεψε όλα τα έγγραφα ... αργό
 - Μπορούμε να *επιστρέψουμε τα έγγραφα* μόνο για την πιο πιθανή διόρθωση (πχ τη πιο συνηθισμένη λέξη) ή τη διόρθωση που επιλέγουν οι χρήστες πιο συχνά (*hit-based correction*)
 - Η εναλλακτική λύση παίρνει τον έλεγχο από το χρήστη αλλά κερδίζουμε ένα γύρο διάδρασης

Διόρθωση εξαρτώμενη από το περιβάλλον

Κείμενο: *I **flew from Heathrow to Narita.***

- Θεωρείστε το ερώτημα-φράση “***flew form Heathrow***”
- Θα θέλαμε να απαντήσουμε

Did you mean “***flew from Heathrow***”?

Γιατί δεν υπάρχουν (αρκετά) έγγραφα που να ταιριάζουν στο αρχικό ερώτημα φράση

Διόρθωση βασισμένη στα συμφραζόμενα

Χρειάζεται συμφραζόμενο περιβάλλον για να το πιάσει αυτό.

Πρώτη ιδέα:

1. Ανέκτησε τους όρους του λεξικού που είναι κοντά (σε σταθμισμένη απόσταση διόρθωσης) **από κάθε όρο του ερωτήματος** (ακόμα και για αυτές χωρίς λάθος)
2. Δοκίμασε όλες τις **πιθανές φράσεις που προκύπτουν** κρατώντας κάθε φορά μια λέξη σταθερή
 - *flew from heathrow*
 - *fled form heathrow*
 - *flea form heathrow*
3. *Hit-based spelling correction*: Πρότεινε την εναλλακτική με τα περισσότερα hits

Διόρθωση βασισμένη στα συμφραζόμενα

Εναλλακτική προσέγγιση με χρήση biwords

1. Σπάσε της φράση σε σύζευξη biwords.
2. Ψάξε τα biwords που χρειάζονται διόρθωση μόνο ενός όρου.
3. Απαρίθμησε μόνο τις φράσεις που περιέχουν «κοινά» biwords.

ΦΩΝΗΤΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ (Soundex)

Soundex

Φωνητική διόρθωση: ερώτημα που «ακούγεται»
όπως ο σωστός όρος

- Κλάση ευριστικών για την επέκταση ενός ερωτήματος σε φωνητικά (**phonetic**) ισοδύναμα
 - Εξαρτώνται από τη γλώσσα – κυρίως για ονόματα
 - Π.χ., *chebyshev* → *tchebycheff*
- Προτάθηκε από το U.S. census ... το 1918 (για ονόματα από εγκληματίες!)

Βασική ιδέα: “**phonetic hash**”: όροι που «ακούγονται»
το ίδιο κατακερματίζονται στην ίδια θέση

Soundex

- Μετέτρεψε κάθε token προς δεικτοδότηση σε μια μορφή 4-χαρακτήρων
- Το ίδιο και για τους όρους του ερωτήματος
- Κατασκεύασε ένα ανεστραμμένο ευρετήριο από αυτούς τους 4-χαρακτήρες στον αρχικό όρο και ψάξε στο ευρετήριο τις μειωμένες μορφές
 - (όταν το ερώτημα χρειάζεται φωνητικό ταίριασμα)

<http://www.creativyst.com/Doc/Articles/SoundEx1/SoundEx1.htm#Top>

Soundex: τυπικός αλγόριθμος

1. Κράτησε τον πρώτο χαρακτήρα της λέξης
2. Μετάτρεψε όλες τις εμφανίσεις των παρακάτω όρων σε '0' (zero):
'A', 'E', 'I', 'O', 'U', 'H', 'W', 'Y'.
3. Άλλαξε τα γράμματα σε αριθμούς ως ακολούθως:
 - B, F, P, V $\rightarrow$ 1
 - C, G, J, K, Q, S, X, Z $\rightarrow$ 2
 - D, T $\rightarrow$ 3
 - L $\rightarrow$ 4
 - M, N $\rightarrow$ 5
 - R $\rightarrow$ 6

Σημασία το πρώτο γράμμα, όλα τα φωνήεντα το ίδιο, σύμφωνα που ακούγονται το ίδιο

Soundex συνέχεια

4. Σβήσε όλα τα ζεύγη συνεχόμενων ίδιων αριθμών
5. Σβήσε όλα τα απομένοντα 0
6. Πρόσθεσε 0 στο τέλος και επέστρεψε τις τέσσερις πρώτες θέσεις που είναι της μορφής <uppercase letter> <digit> <digit> <digit>.

Π.χ., **Herman** γίνεται H655.



Το *hermann* δίνει τον ίδιο κωδικό;

ΤΕΛΟΣ 3^{ου} Κεφαλαίου

Ερωτήσεις?

Χρησιμοποιήθηκε κάποιο υλικό των:

- ✓ *Pandu Nayak and Prabhakar Raghavan, CS276:Information Retrieval and Web Search (Stanford)*
- ✓ *Hinrich Schütze and Christina Lioma, Stuttgart IIR class*