

Άσκηση 1

Ο διάμεσος ενός συνόλου S με n αριθμούς είναι ο αριθμός $k \in S$ ο οποίος είναι μεγαλύτερος από $\lfloor n/2 \rfloor$ αριθμούς του S . Π.χ., ο 5 είναι διάμεσος του συνόλου $\{1, 2, 5, 6, 9\}$, ενώ ο 9 είναι διάμεσος του συνόλου $\{1, 2, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$. Σχεδιάστε μια δομή δεδομένων η οποία αποθηκεύει ένα δυναμικό σύνολο ακέραιων αριθμών S και υποστηρίζει τις παρακάτω μεθόδους:

`void insert(int k)` εισαγάγει στο σύνολο S τον ακέραιο αριθμό k

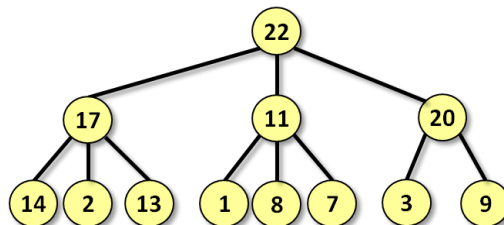
`int findMedian()` επιστρέφει τον διάμεσο των ακέραιων του συνόλου S

`void deleteMedian(int k)` διαγράφει από το σύνολο S τον ακέραιο αριθμό k

Η δομή πρέπει να εκτελεί τη μέθοδο `findMedian` σε χρόνο $O(1)$ και τις `insert` και `deleteMedian` σε χρόνο $O(\log n)$. Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε ένα μια ουρά προτεραιότητας ελάχιστου και μια ουρά προτεραιότητας μέγιστου.

Άσκηση 2

Ο δ -σωρός αποτελεί γενίκευση της δομής του δυαδικού σωρού που έχουμε δει στο μάθημα. Ένας δ -σωρός είναι ένα πλήρες δ -αδικό δένδρο με ρίζα όπου κάθε κόμβος έχει έως δ παιδιά, όπου $\delta \geq 2$ ακέραιος, και οι κόμβοι προστίθενται από αριστερά προς τα δεξιά και από μικρότερο προς μεγαλύτερο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. (Δηλαδή υπάρχουν κόμβοι στο επίπεδο k μόνο αν όλα τα παραπάνω επίπεδα είναι πλήρη.)



Δείξτε πως μπορεί να υλοποιηθεί αυτή η δομή με ένα πίνακα. Δώστε αποδοτικές υλοποιήσεις των λειτουργιών `delMax` και `insert`. Αναλύστε το χρόνο εκτέλεσης τους ως συνάρτηση του δ και του αριθμού των στοιχείων N .

Άσκηση 3

Έστω ότι εκτελούμε την παρακάτω ακολουθία εισαγωγών σε ένα αρχικά κενό δυαδικό δένδρο αναζήτησης:

1, 4, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 9

α) Σχεδιάστε τη μορφή του δένδρου αναζήτησης μετά από κάθε εισαγωγή.

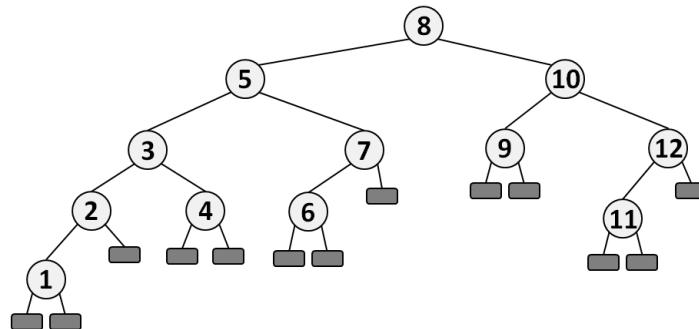
β) Επαναλάβετε το (α) για την περίπτωση που το δυαδικό δένδρο είναι δένδρο AVL. Περιγράψτε αναλυτικά ποιες πράξεις εξισορρόπησης εκτελούνται μετά από κάθε εισαγωγή.

γ) Επαναλάβετε το (α) για την περίπτωση που το δυαδικό δένδρο είναι κοκκινόμαυρο δένδρο. Περιγράψτε αναλυτικά ποιες πράξεις εξισορρόπησης εκτελούνται μετά από κάθε εισαγωγή.

δ) Επαναλάβετε το (α) για την περίπτωση που το δυαδικό δένδρο είναι αρθρωτό δένδρο. Περιγράψτε αναλυτικά το είδος των περιστροφών που εκτελούνται μετά από κάθε εισαγωγή.

Άσκηση 4

α) Δείξτε αναλυτικά τα βήματα που εκτελούνται με τη διαγραφή των κλειδιών 8 και 3 στο παρακάτω δένδρο AVL.



β) Επαναλάβετε το (α) για το κοκκινόμαυρο δένδρο

