

Άσκηση 1

Διατάξτε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς το ρυθμό αύξησης, από τη μικρότερη ως τη μεγαλύτερη

$$f_1(n) = 5n^2 \lg n, \quad f_2(n) = 2^{\lg n}, \quad f_3(n) = 20\sqrt{n} + 100 \lg n, \quad f_4(n) = n^3$$

όπου $\lg$ ο δυαδικός λογάριθμος και $\ln$ ο φυσικός λογάριθμος.

Άσκηση 2

α) Έστω ότι ο χρόνος εκτέλεσης $T(n)$ ενός αλγορίθμου ικανοποιεί την παρακάτω αναδρομική σχέση

$$T(n) = 8 T(n/2) + n^2, n \geq 2$$

με αρχική συνθήκη $T(1) = 1$. Δείξτε ότι $T(n) = \Theta(n^3)$. Υπόδειξη : Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της αντικατάστασης.

β) Δείξτε το ίδιο όταν

$$T(n) = 8 T(n/2) + n, n \geq 2$$

με αρχική συνθήκη $T(1) = 1$.

Άσκηση 3

Ένας πρόγραμμα επεξεργασίας κειμένου χρησιμοποιεί μια δομή δεδομένων buffer, της οποίας η διασύνδεση δίνεται από τον παρακάτω αφηρημένο τύπο δεδομένων :

buffer()	δημιουργεί μια κενή δομή τύπου buffer
void insert(char c)	εισάγει το χαρακτήρα c στην τρέχουσα θέση του buffer
char delete()	διαγράφει και επιστρέφει το χαρακτήρα της τρέχουσας θέσης του buffer
void left(int k)	μετακινεί την τρέχουσα θέση του buffer κατά k θέσεις αριστερά
void right(int k)	μετακινεί την τρέχουσα θέση του buffer κατά k θέσεις δεξιά
int size()	επιστρέφει τον αριθμό των χαρακτήρων του buffer

Δώστε μια αποδοτική υλοποίηση του παραπάνω αφηρημένου τύπου δεδομένων. Υπόδειξη : Σκεφτείτε τη χρήση δύο δομών στοιβάς.

Άσκηση 4

α) Έστω ότι μας δίνεται ένας ακέραιος αριθμός v και ένας διατεταγμένος πίνακας A με N ακέραιους, όπου $A[0] < A[1] < \dots < A[N-1]$. Θέλουμε να βρούμε αν ο A περιέχει ένα αριθμό $A[i]$ τέτοιο ώστε $v + A[i] = 0$. Περιγράψτε μια γρήγορη μέθοδο που να εντοπίζει ένα τέτοιο $A[i]$ αν υπάρχει. Ποίος είναι ο ασυμπτωτικός χρόνος εκτέλεσης της μεθόδου σας στη χειρότερη περίπτωση;

β) Η παρακάτω μέθοδος δέχεται στην είσοδο έναν πίνακα A με N ακέραιους αριθμούς και μετράει πόσες τριάδες $(A[i], A[j], A[k])$ δίνουν άθροισμα 0.

```
public static int countTriples(int[] a) {
    int N = a.length;
    int count = 0;
    for (int i = 0; i < N; i++)
        for (int j = i+1; j < N; j++)
            for (int k = j+1; k < N; k++)
                if (a[i] + a[j] + a[k] == 0) count++;
    return count;
}
```

Όπως είδαμε στο μάθημα, η μέθοδος `countTriples` εκτελείται σε χρόνο $\Theta(N^3)$. Περιγράψτε έναν ασυμπτωτικά ταχύτερο αλγόριθμο με τη βοήθεια της μεθόδου του ερωτήματος (α). Ποίος είναι ο ασυμπτωτικός χρόνος εκτέλεσης του αλγόριθμου σας στη χειρότερη περίπτωση;