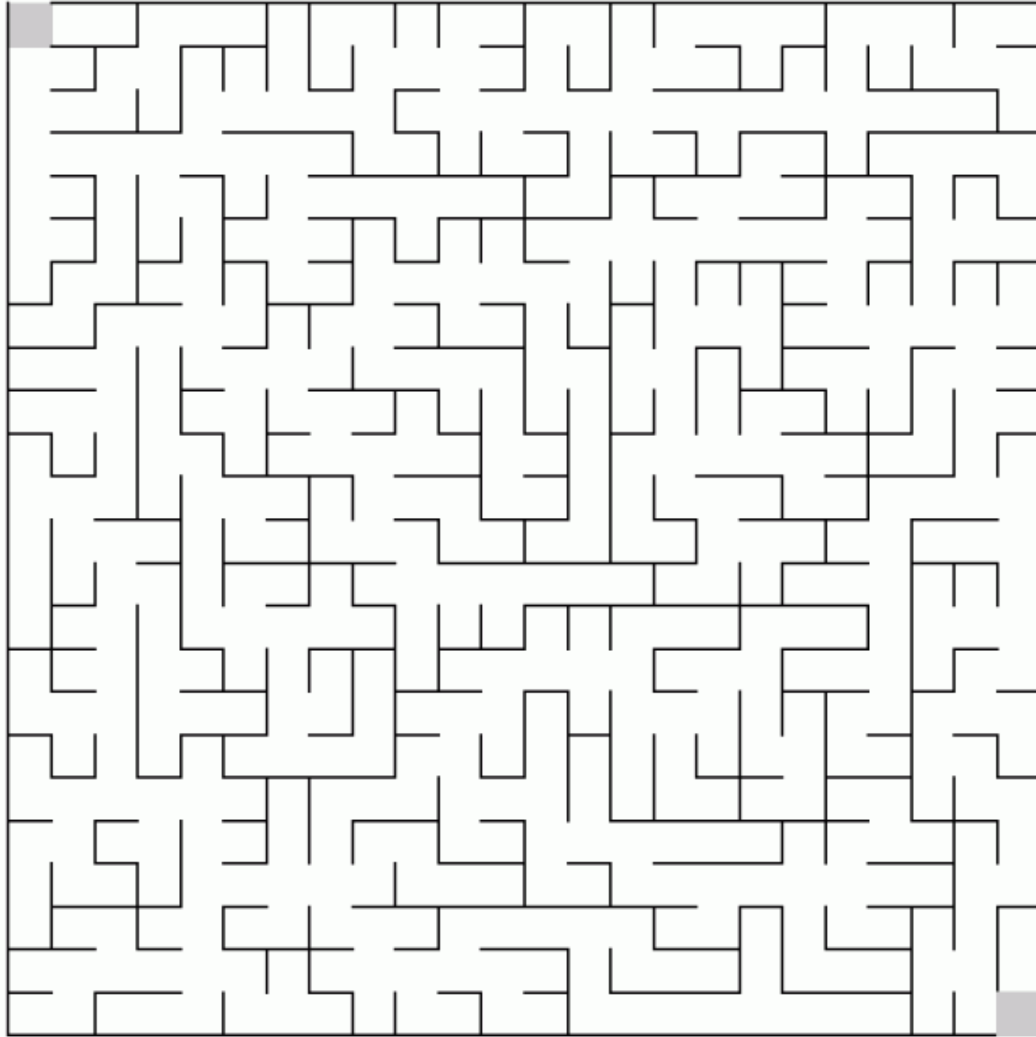


Διερεύνηση γραφήματος

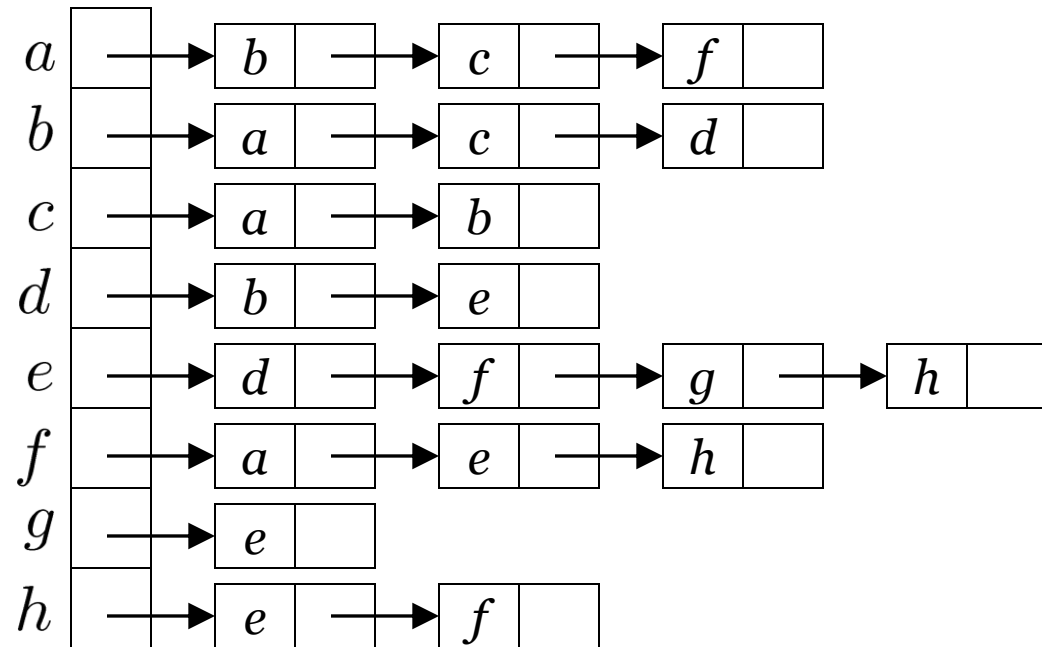
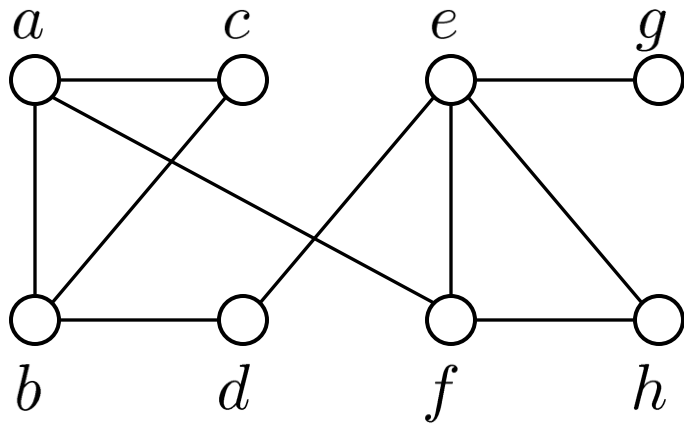


Διερεύνηση γραφήματος

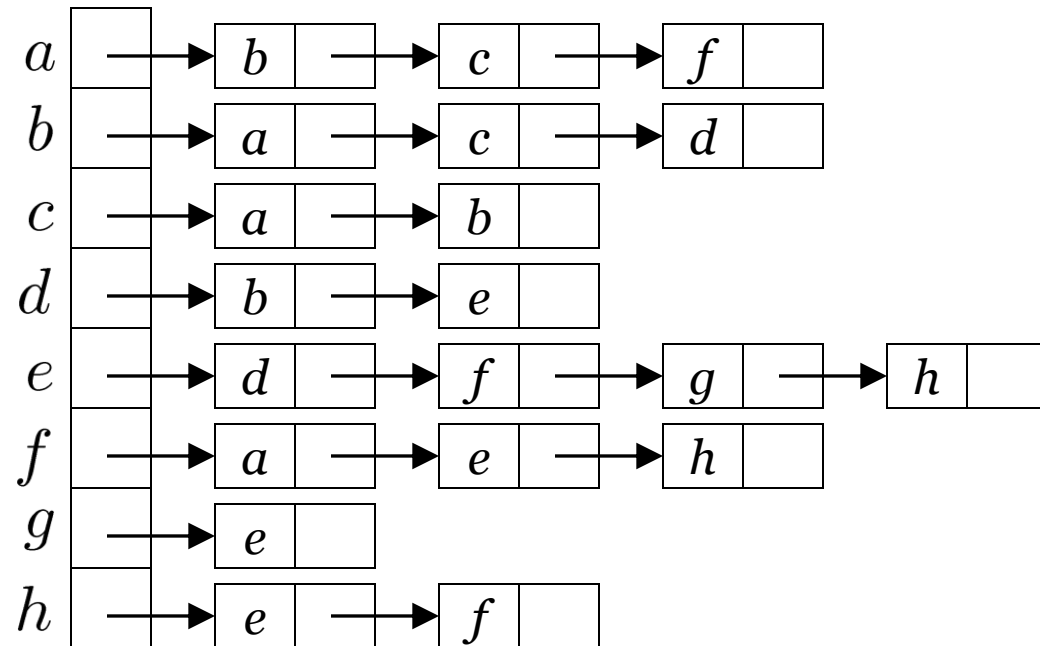
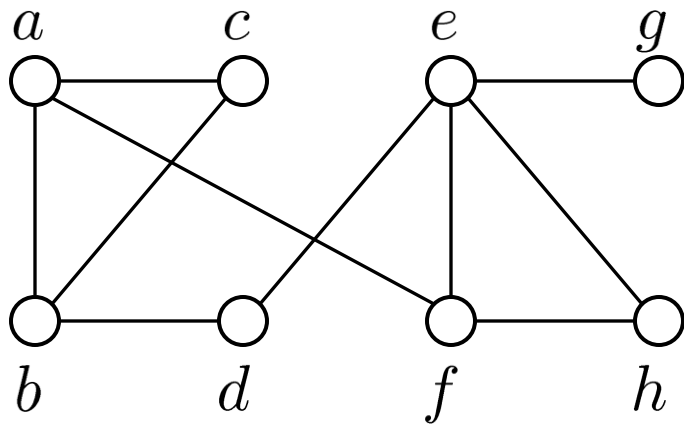
Ένας αλγόριθμος διερεύνησης γραφήματος επισκέπτεται τους κόμβους του γραφήματος με μια καθορισμένη στρατηγική, π.χ. κατά εύρος ή κατά βάθος.

Οριζόντια διερεύνηση (breadth-first search) : Διατηρεί τη σειρά επίσκεψης των κόμβων σε μία FIFO ουρά. Μόλις επισκεφτεί ένα κόμβο v τότε τοποθετεί στην ουρά όλους τους κόμβους προς τους οποίους έχει ακμή ο v και τους οποίους δεν έχει επισκεφτεί ακόμα.

Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



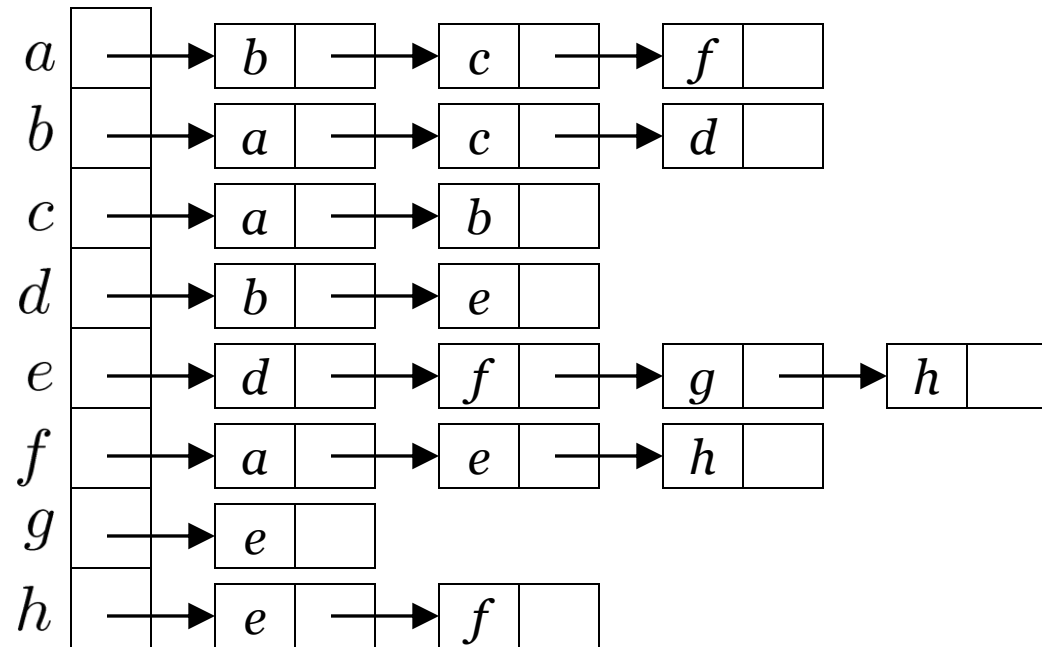
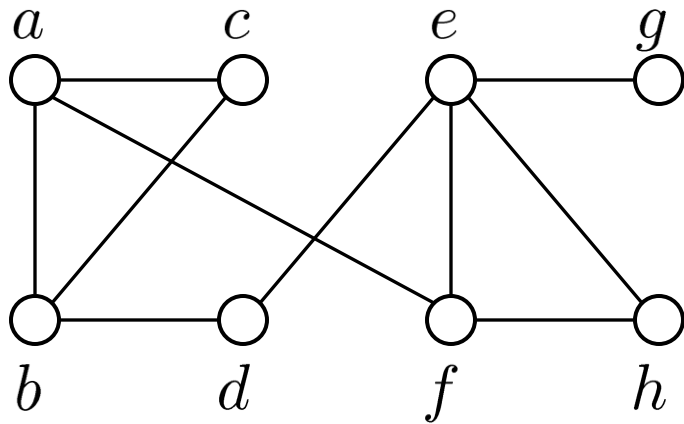
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



Η αναζήτηση θα ξεκινήσει από τον κόμβο a .

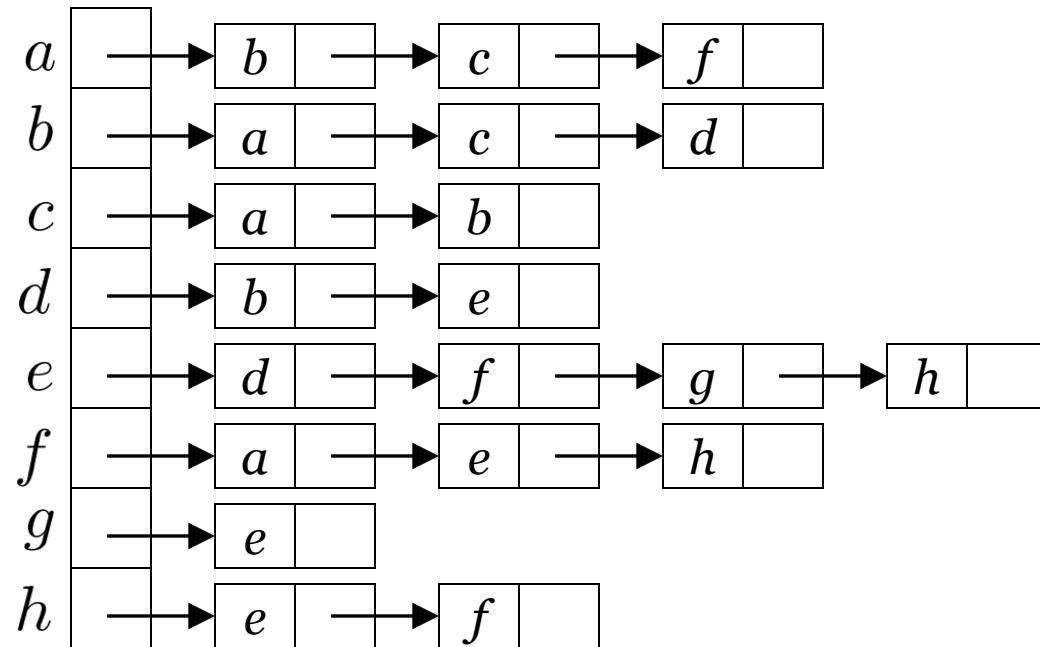
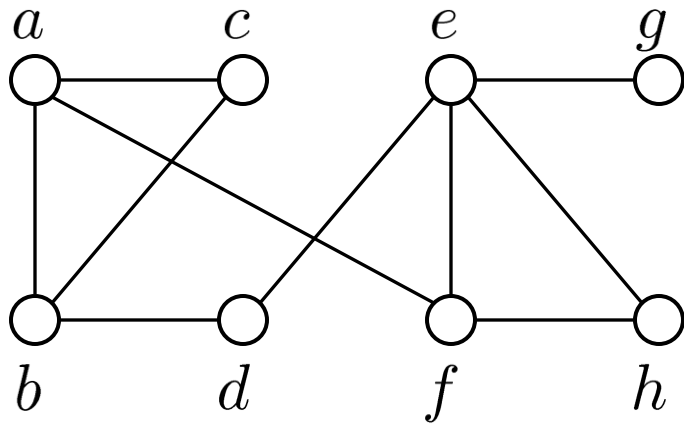
Χρησιμοποιούμε μία FIFO ουρά Q για να κρατάμε τη σειρά επίσκεψης των κόμβων.

Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



Ουρά Q : Αρχικά κενή

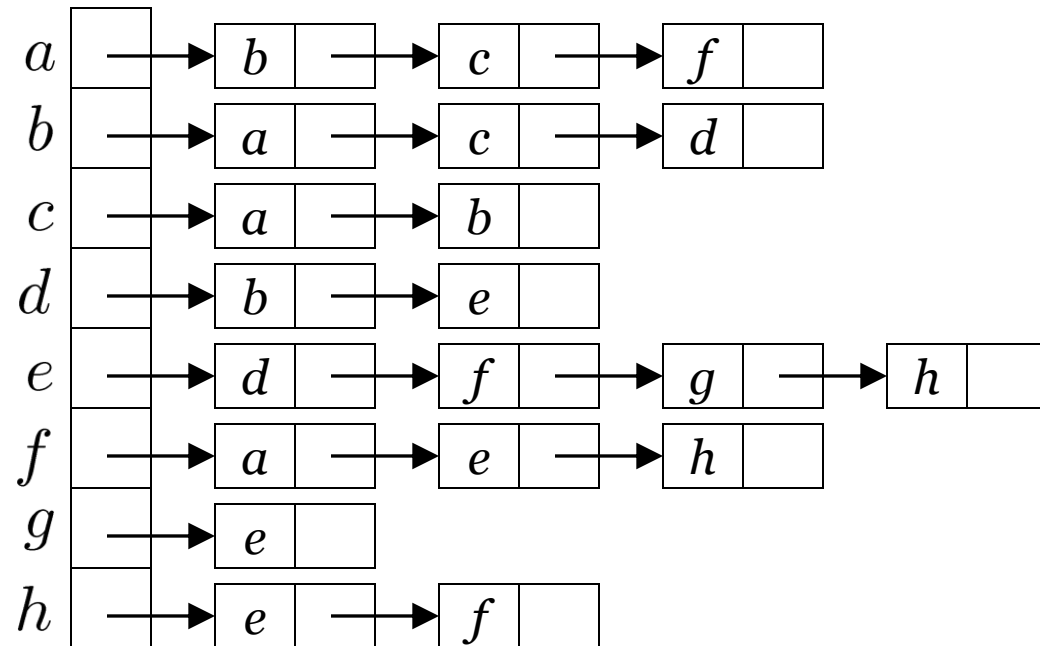
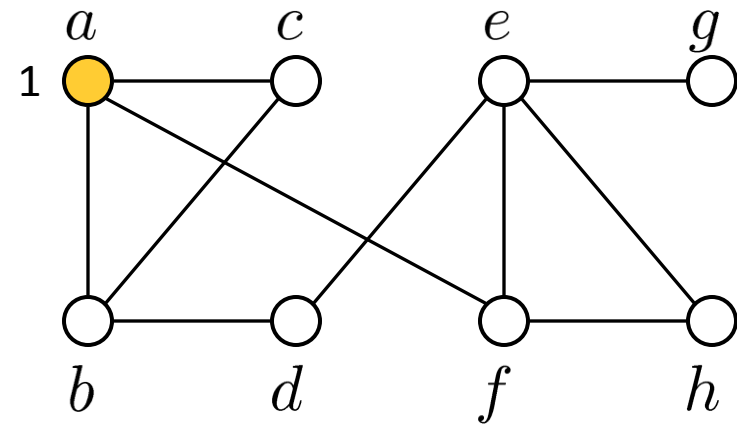
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q,a) : τοποθετεί το a στο τέλος της ουράς

Ουρά Q : Αρχικά κενή

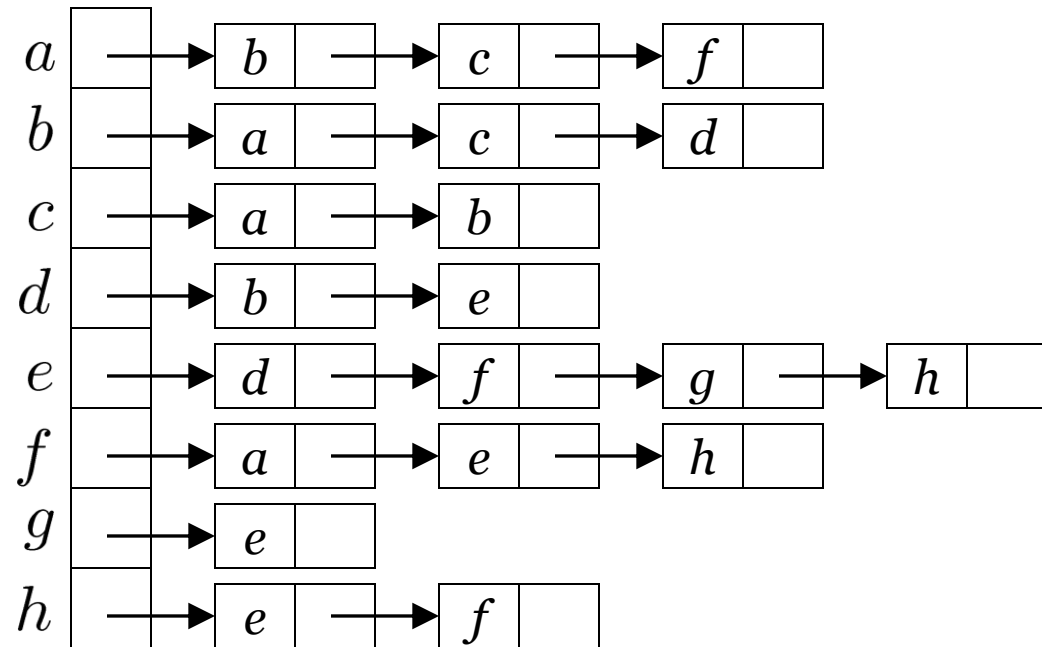
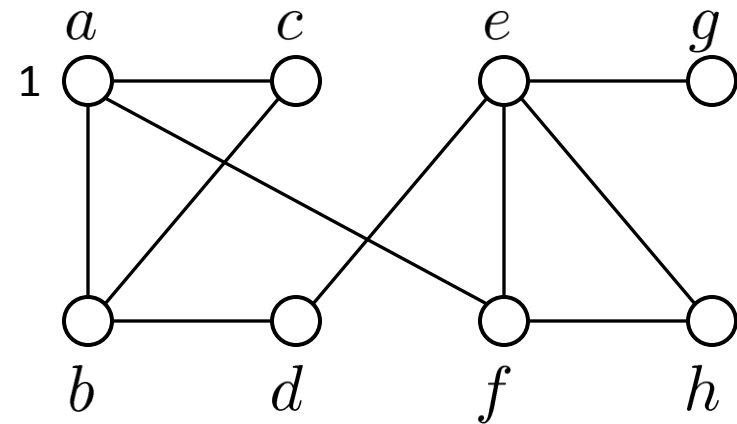
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q,a) : τοποθετεί το a στο τέλος της ουράς

Ουρά Q : a

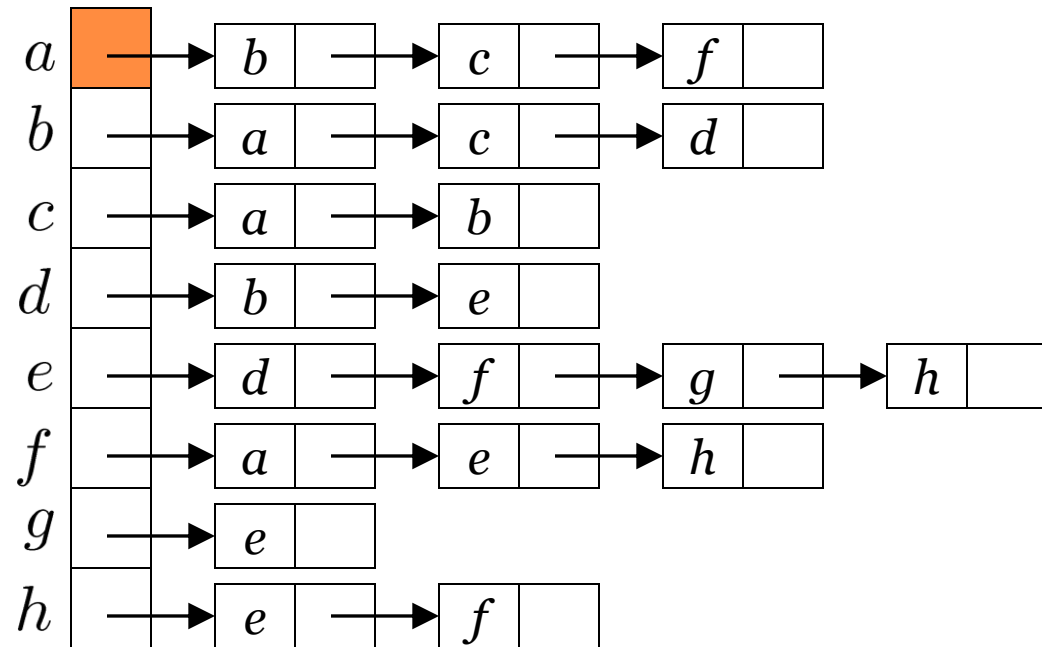
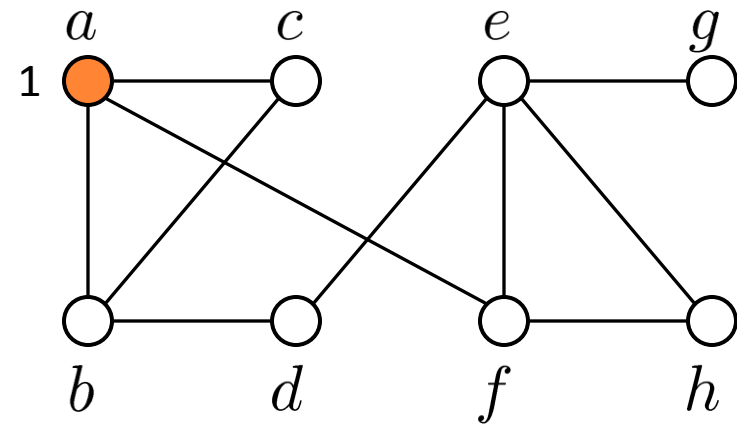
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q) : επιστρέφει το πρώτο στοιχείο της Q που θα επεξεργαστούμε

Ουρά Q : a

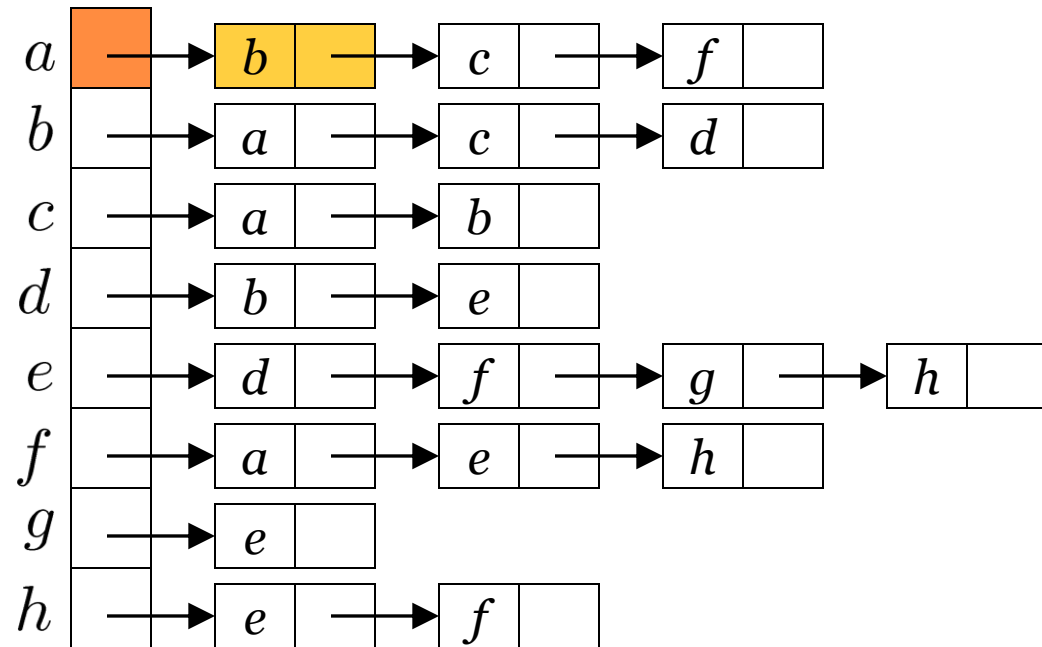
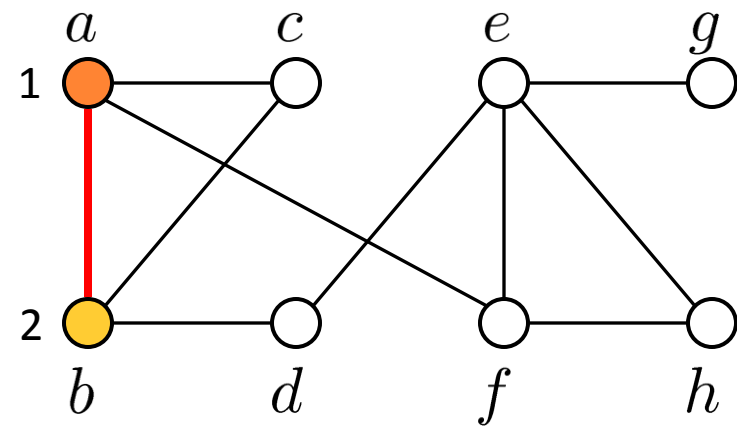
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του a

Ουρά Q :

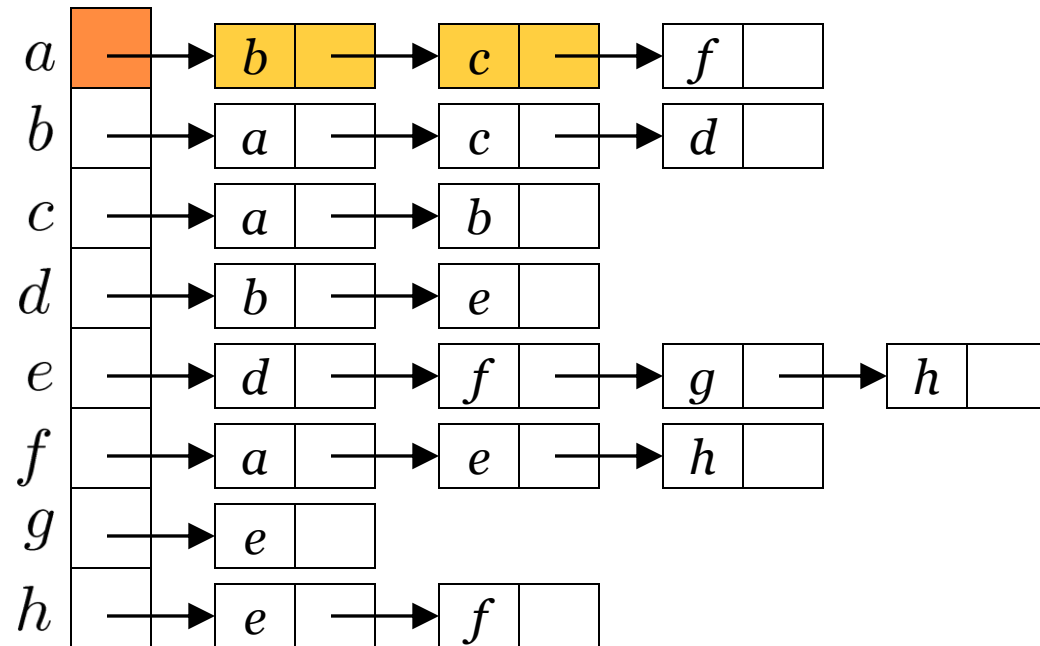
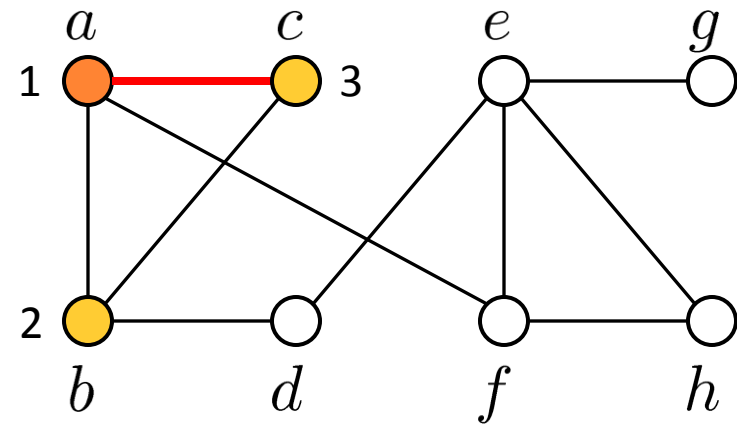
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q, b)

Ουρά Q : b

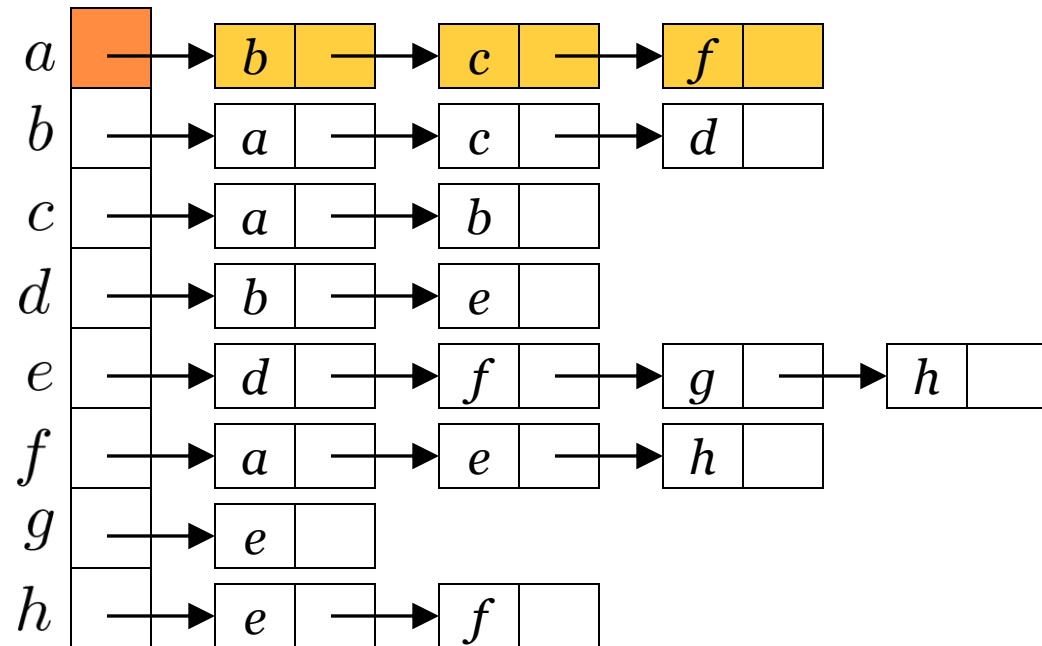
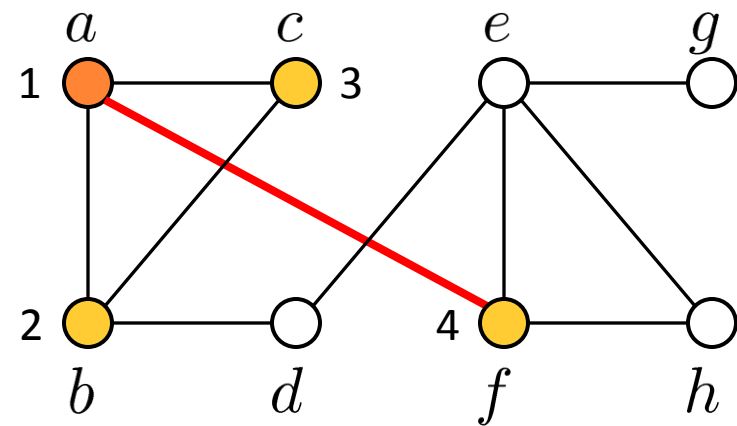
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q,c)

Ουρά Q : b c

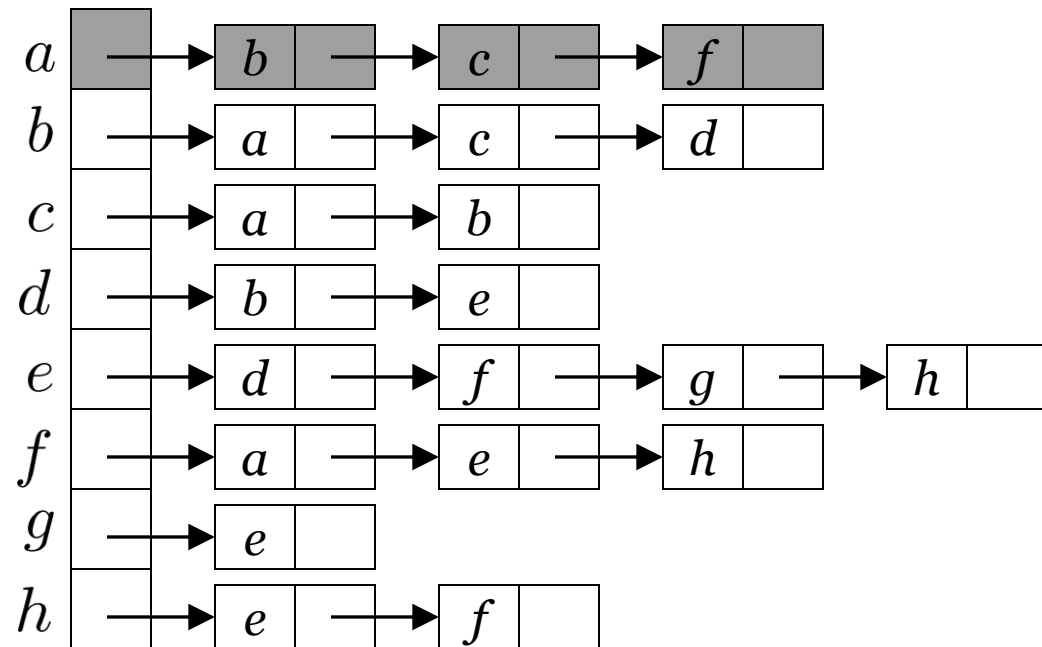
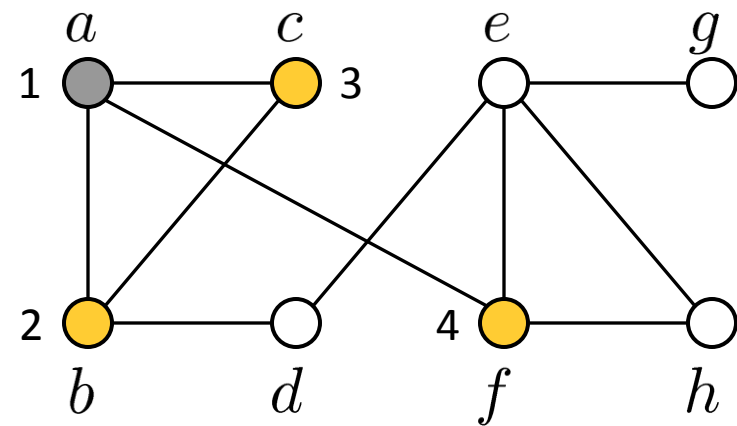
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q,f)

Ουρά Q : b, c, f

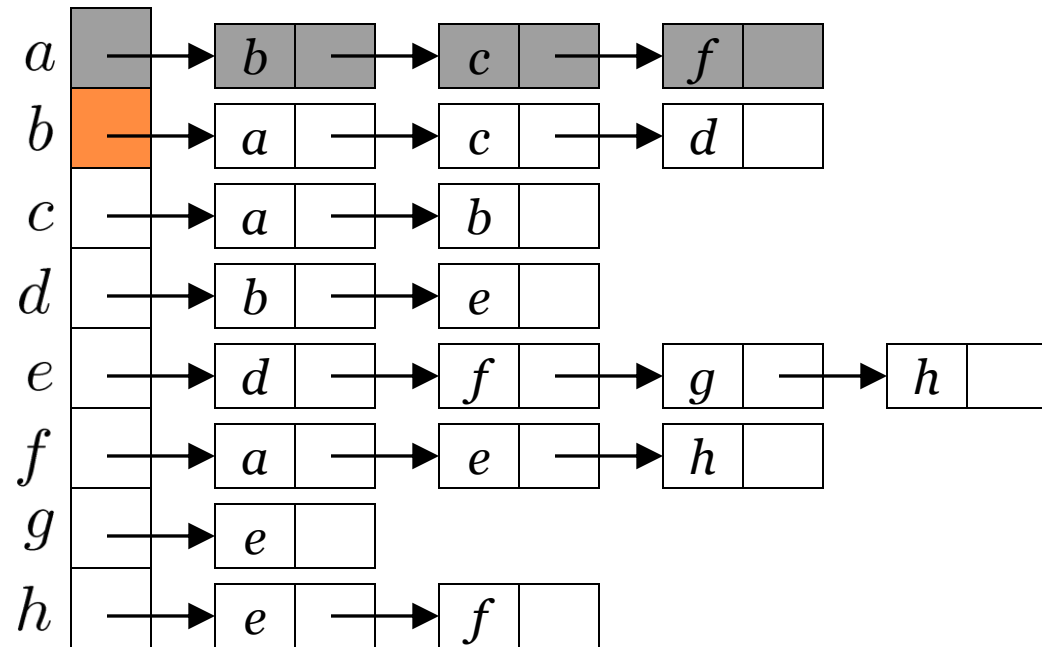
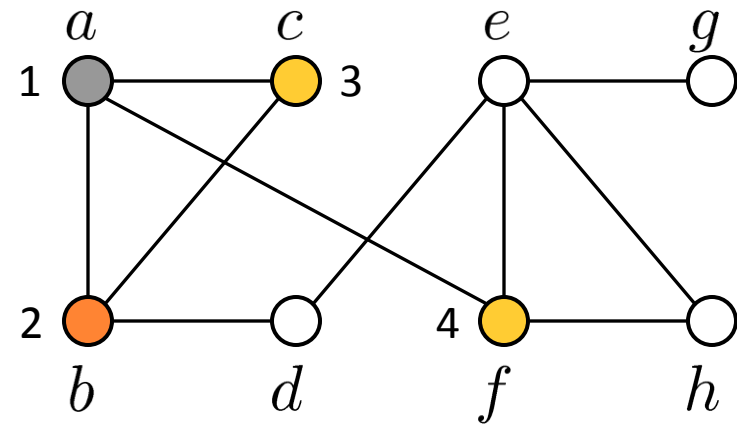
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q)

Ουρά Q : b, c, f

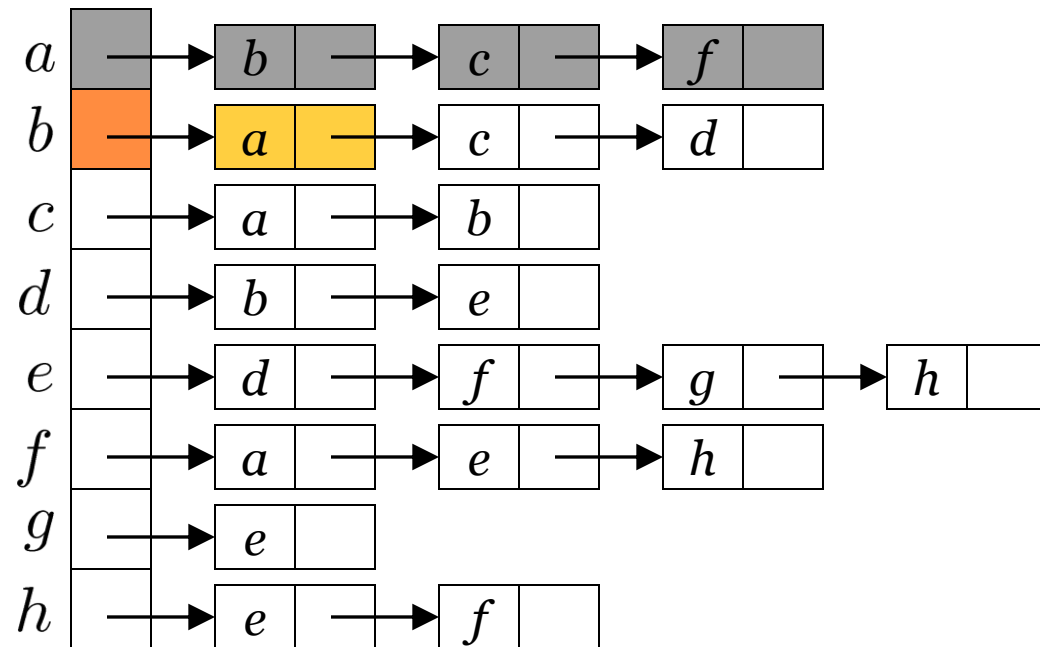
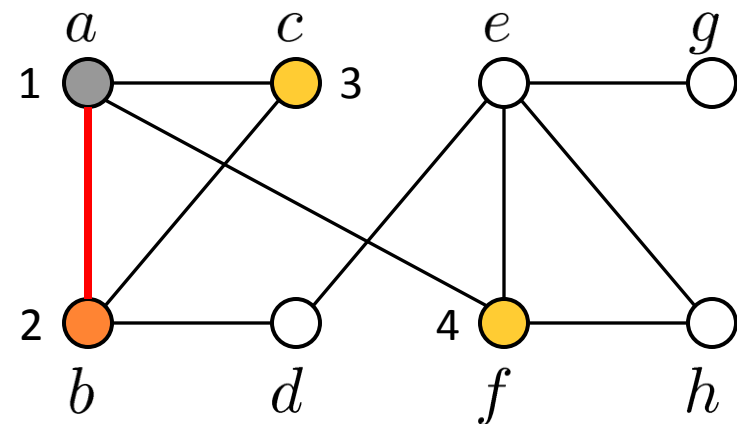
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του b

Ουρά Q : c, f

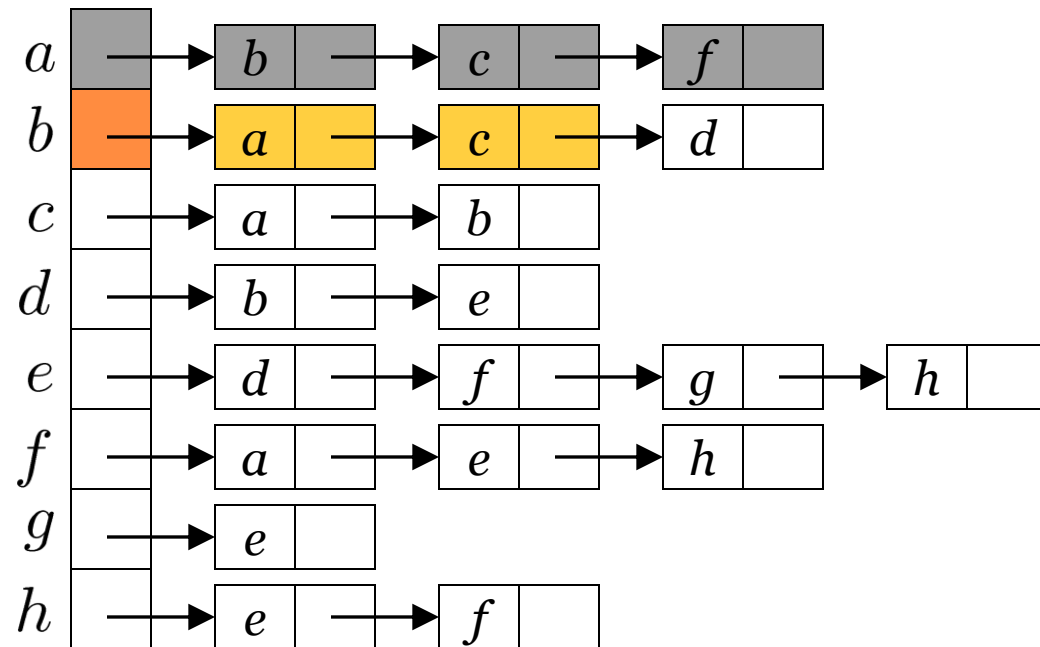
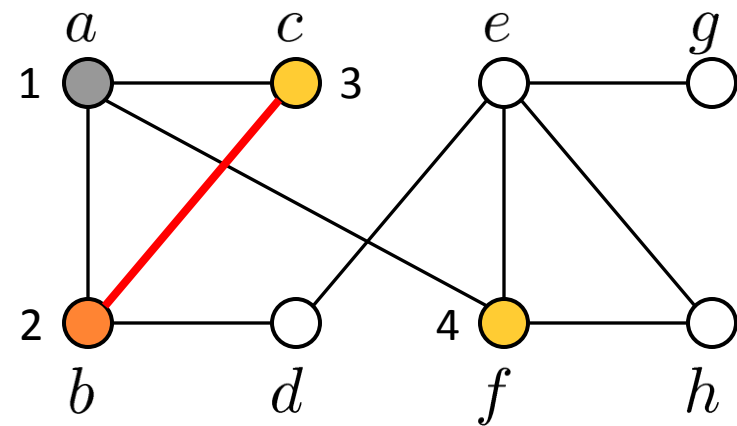
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος a είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : c f

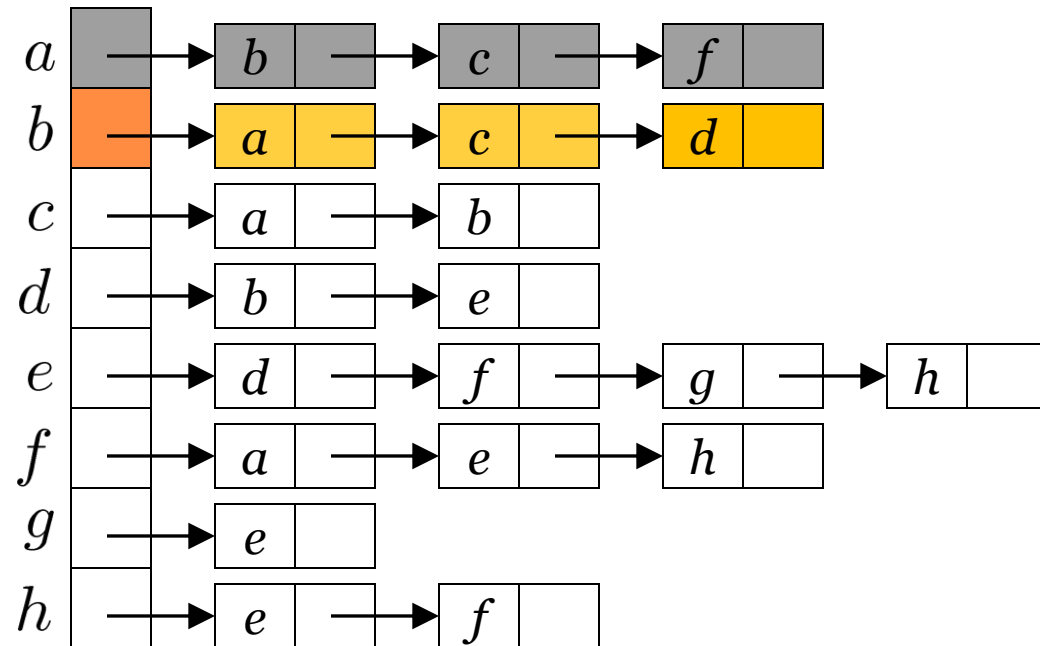
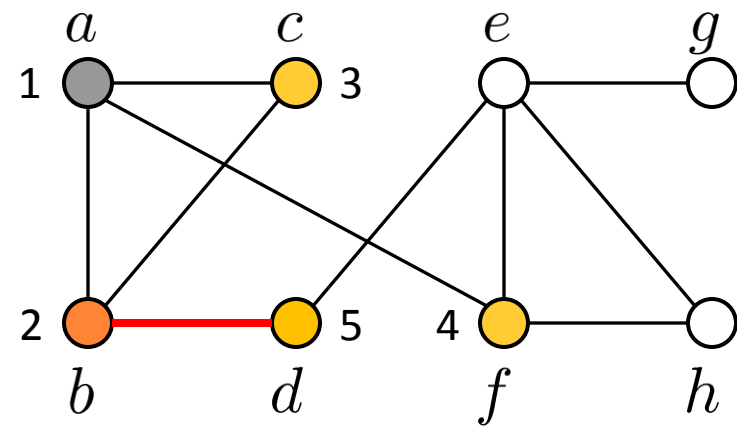
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος c είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : c f

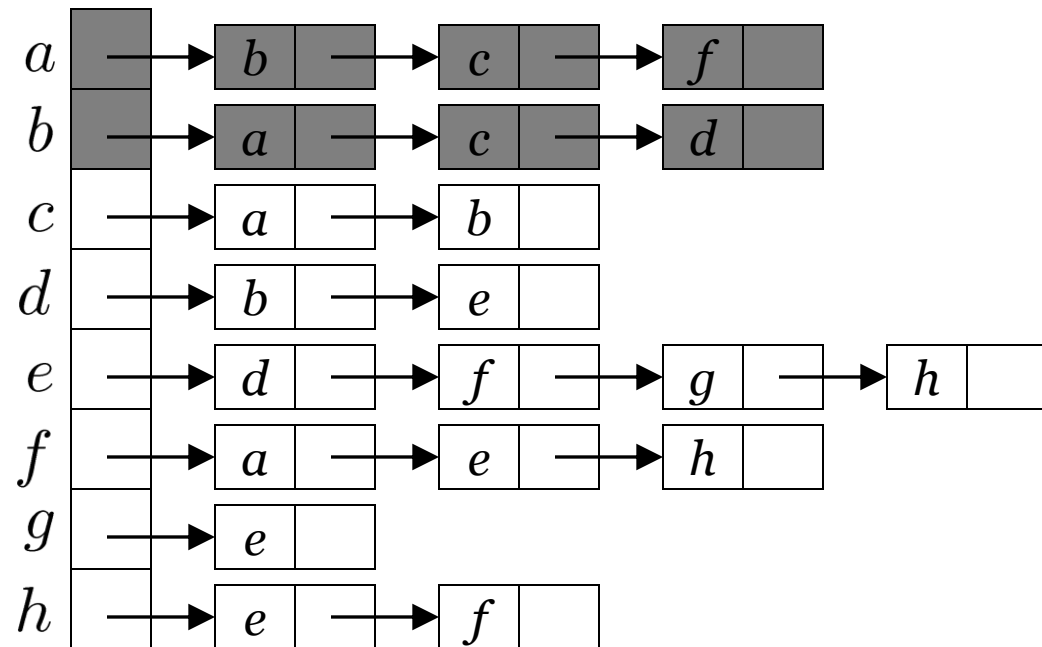
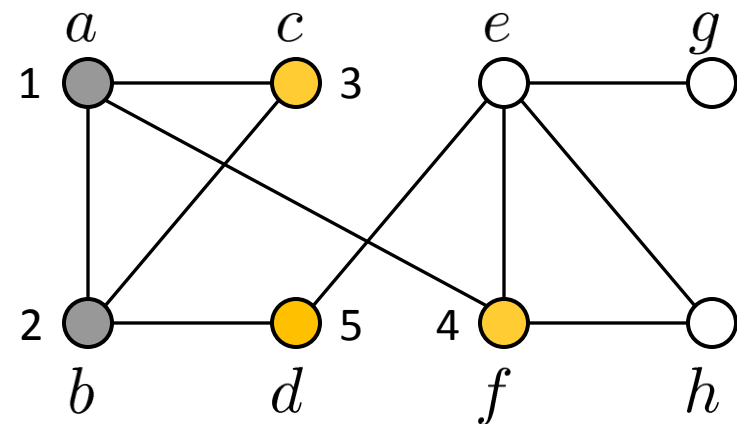
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q, d)

Ουρά Q : c f d

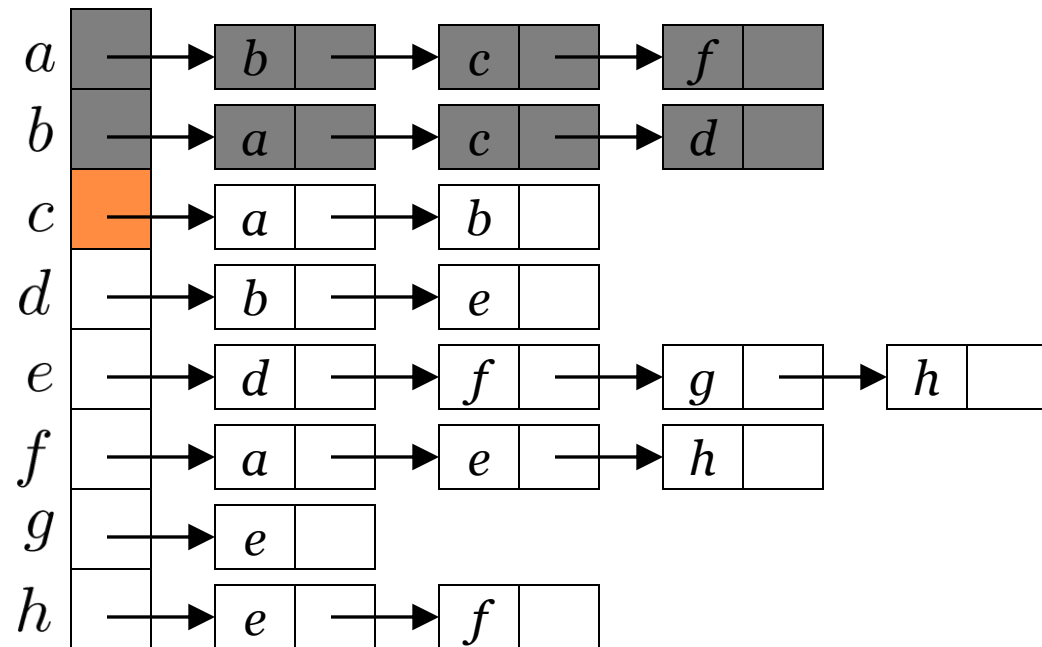
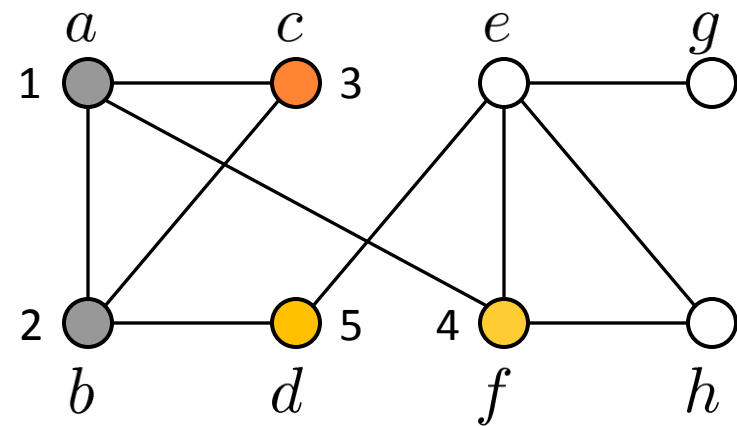
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q)

Ουρά Q : c f d

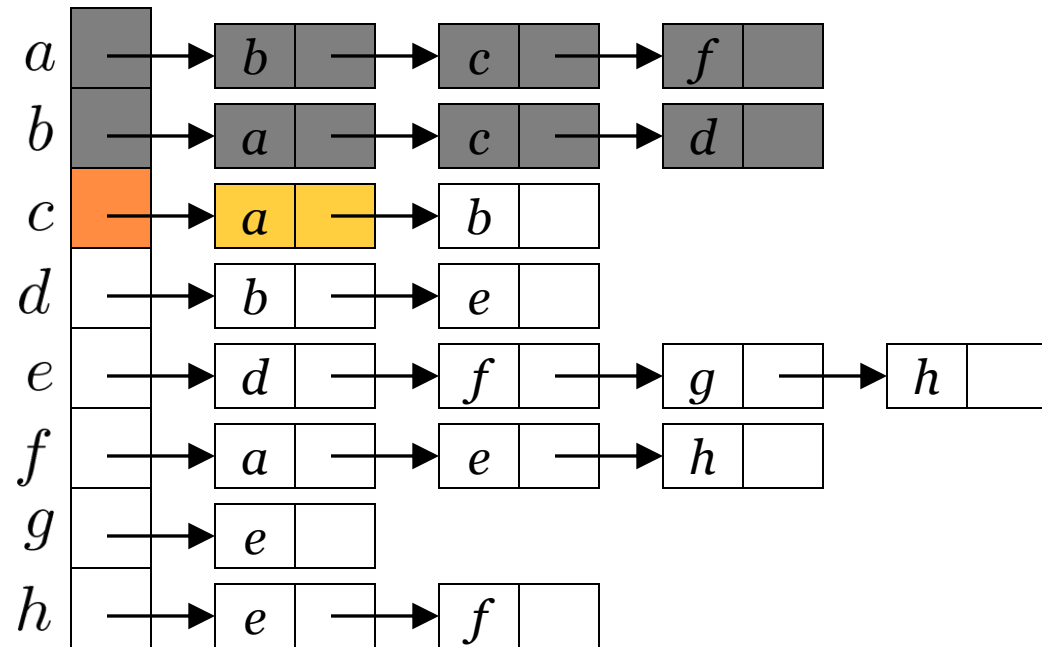
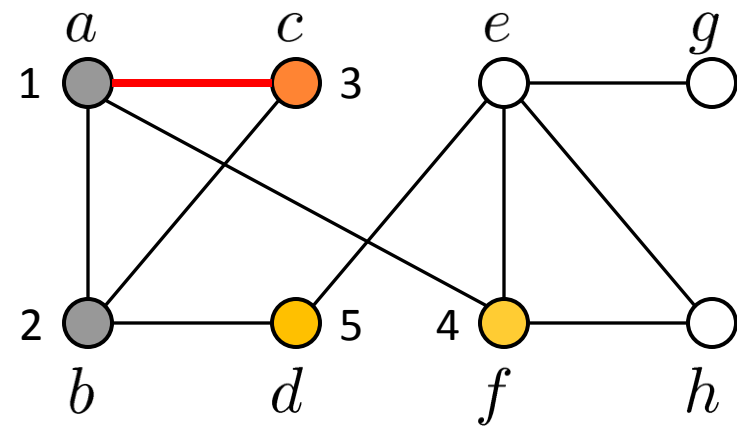
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του c

Ουρά Q : f d

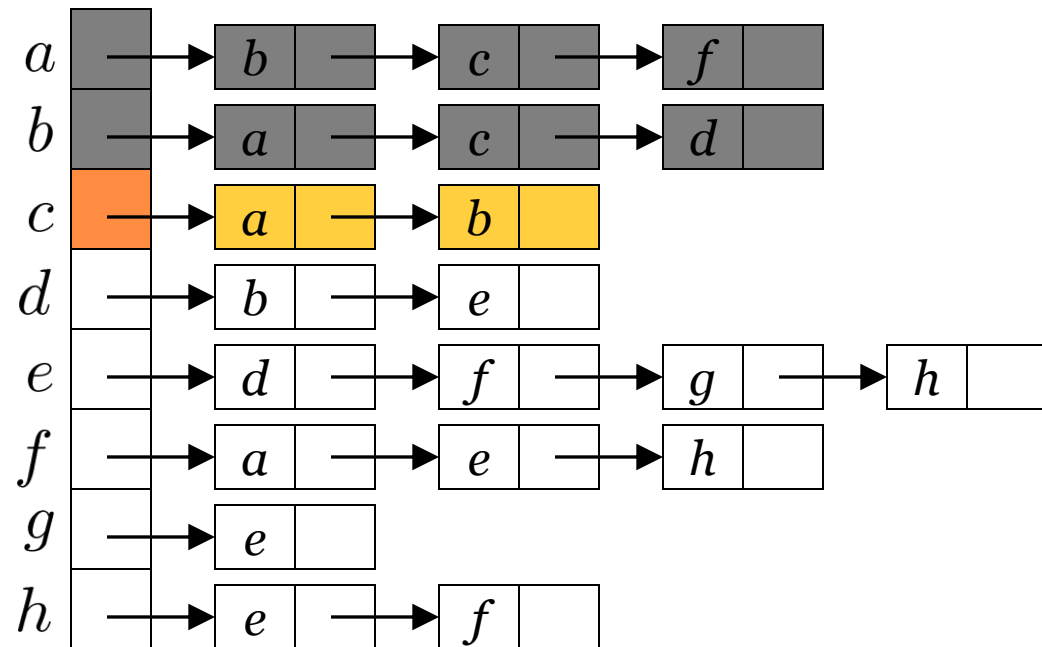
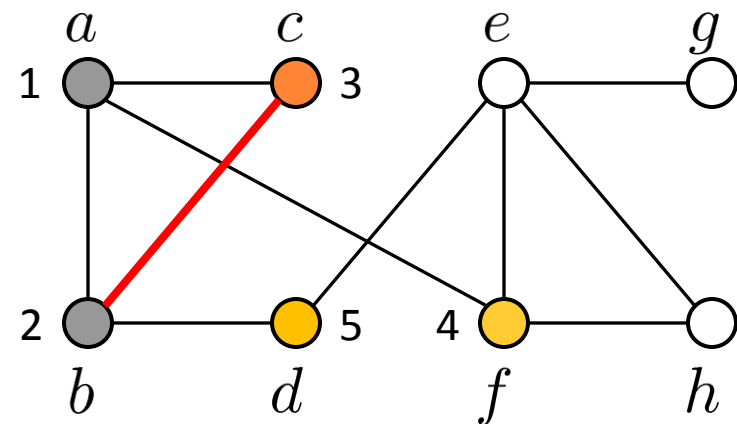
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος *a* είχε τοποθετηθεί στην *Q* προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά *Q* : *f* *d*

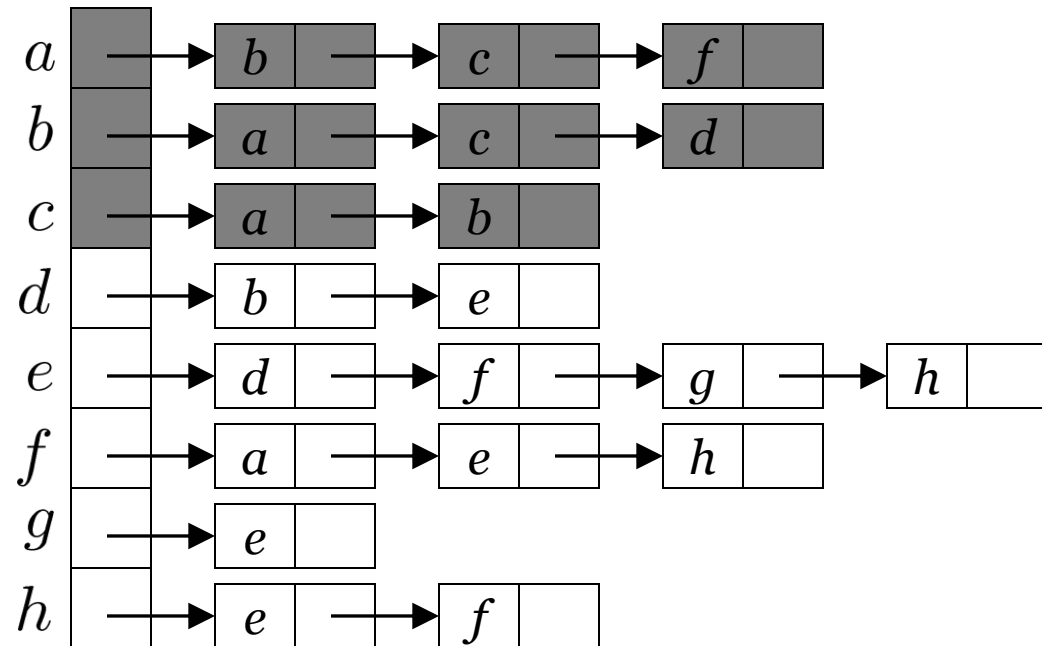
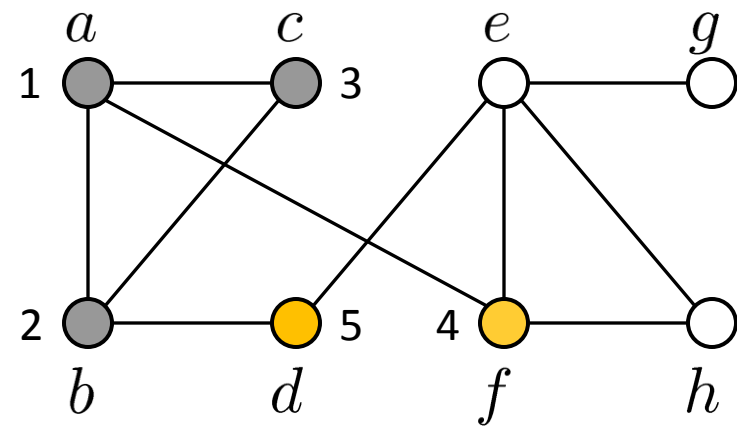
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος b είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : f d

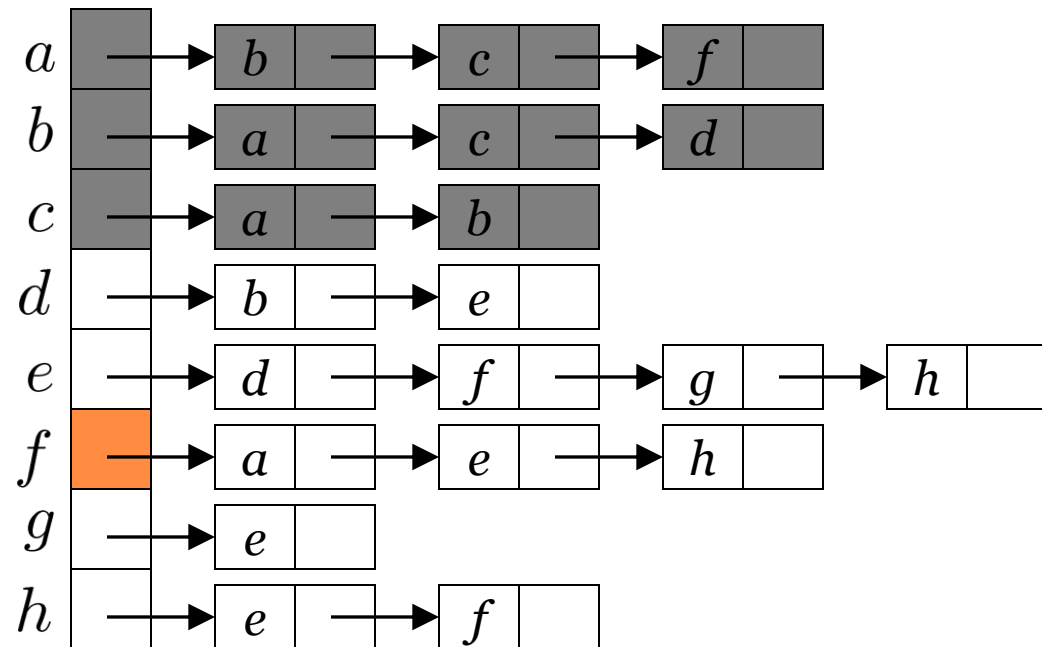
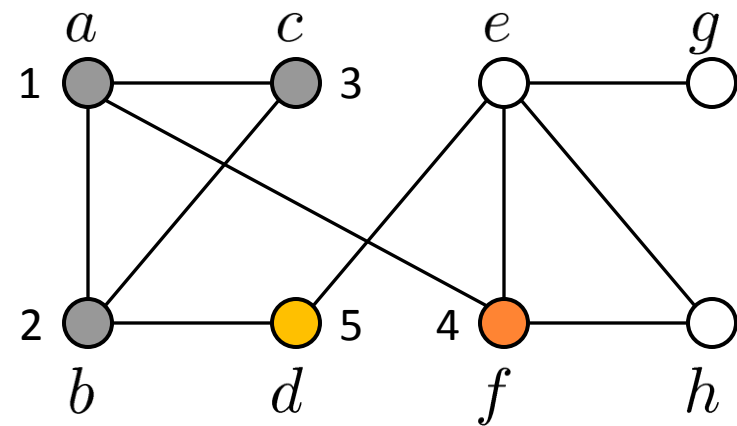
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q)

Ουρά Q : f, d

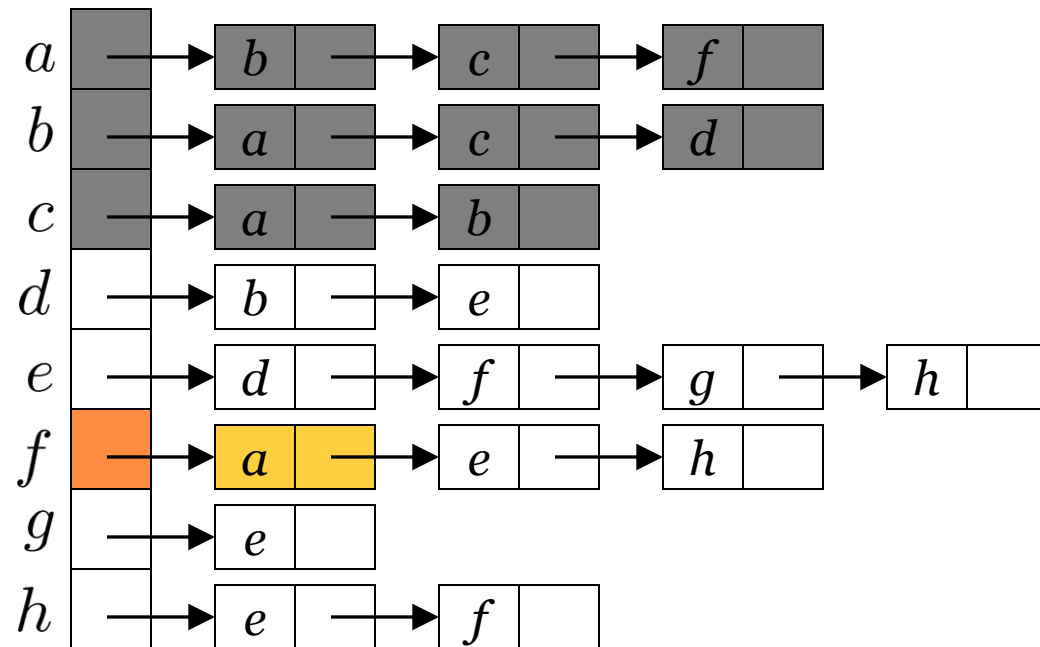
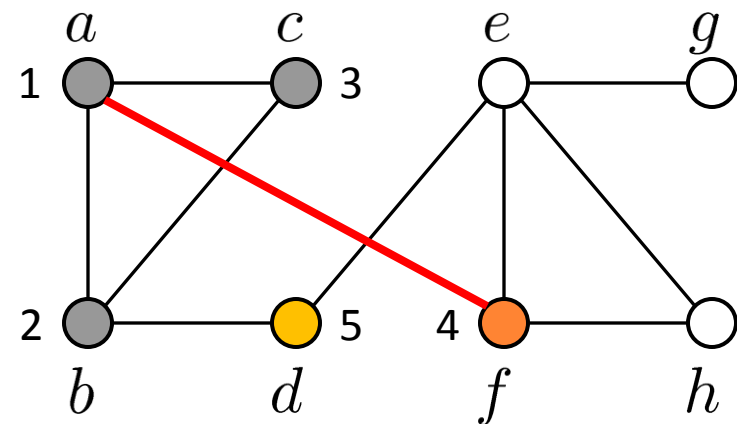
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του f

Ουρά Q : d

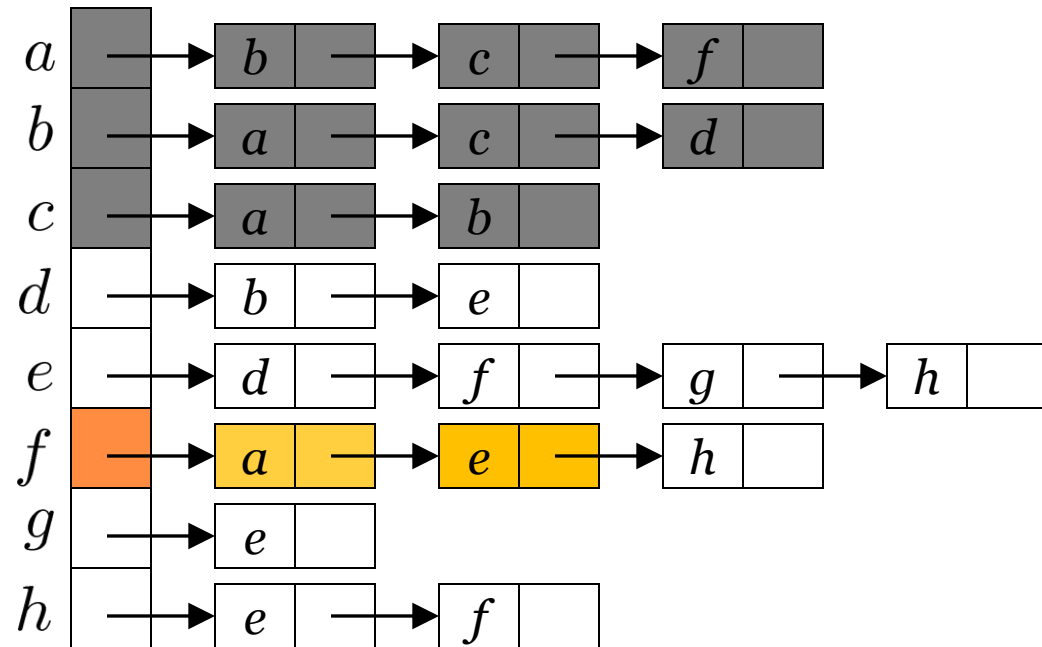
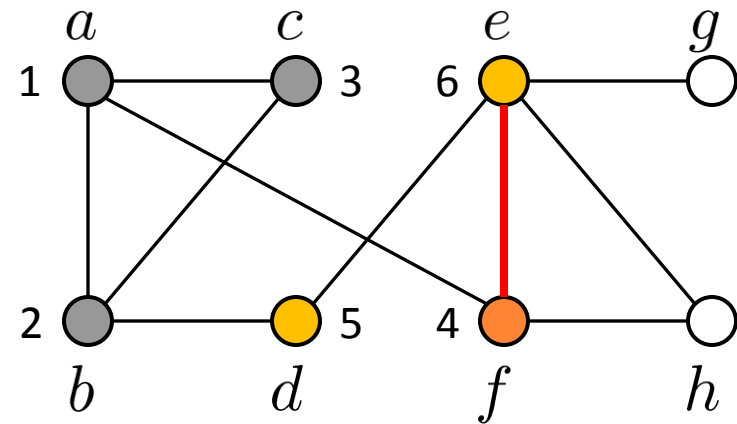
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος a είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : d

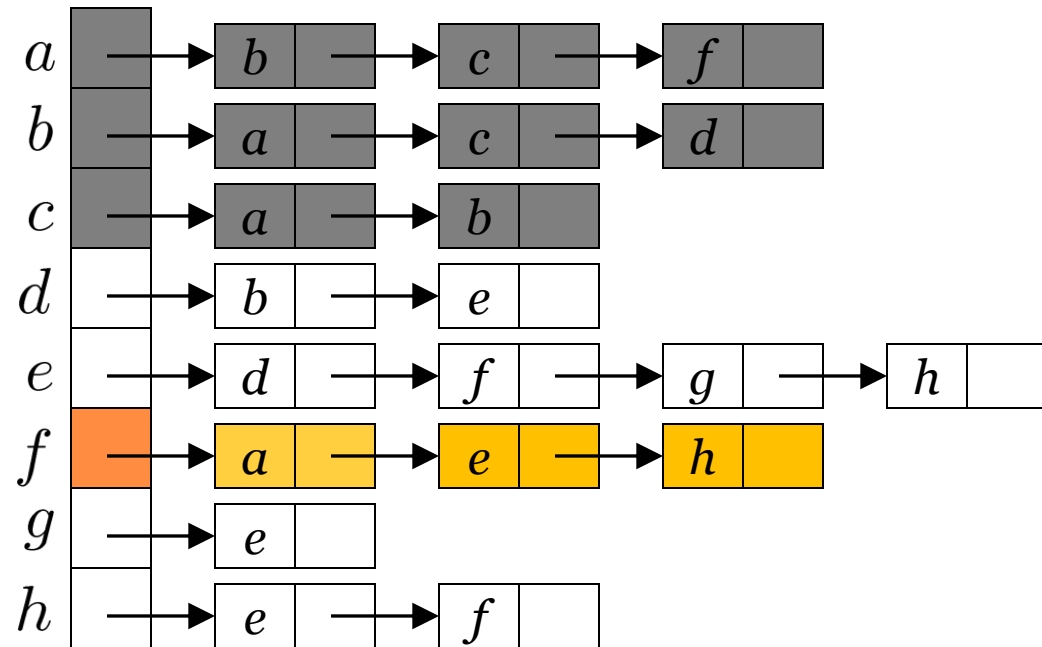
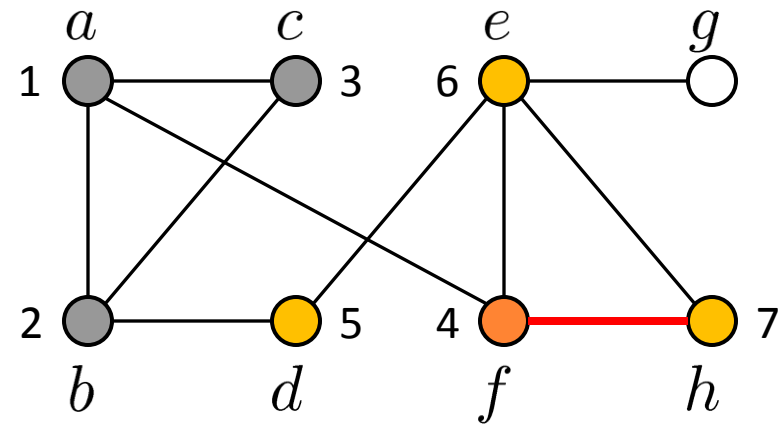
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q,e)

Ουρά Q : d e

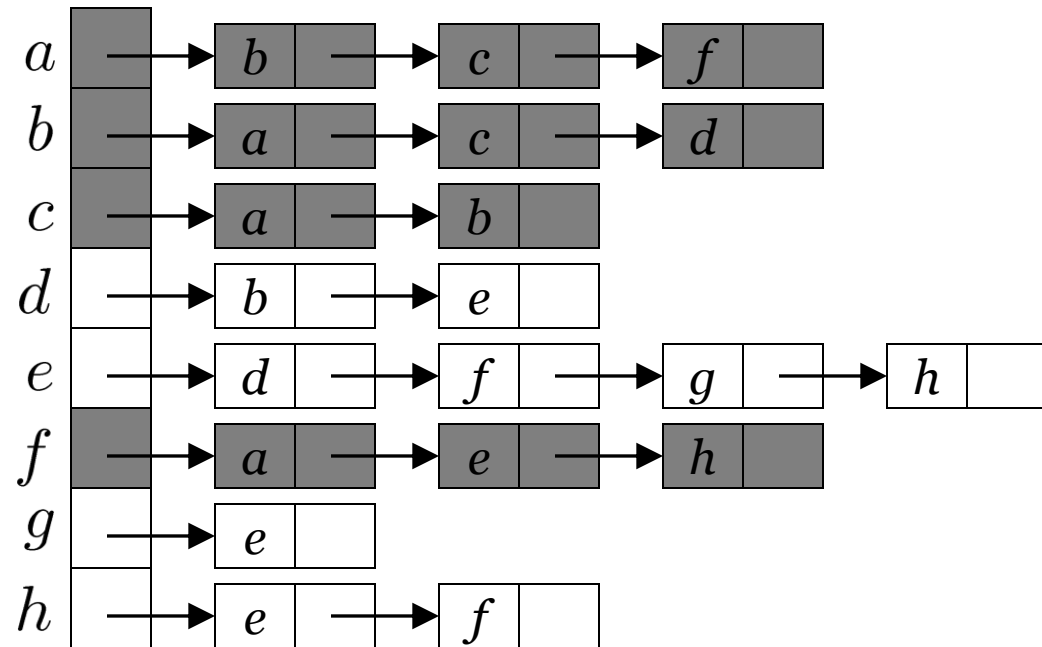
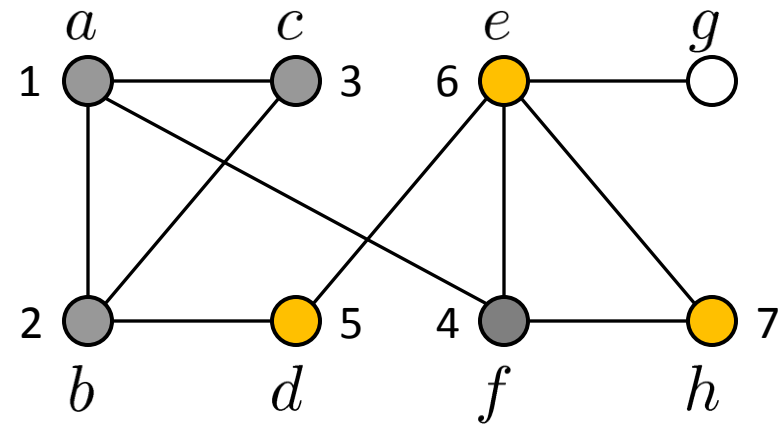
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q, h)

Ουρά Q : d e h

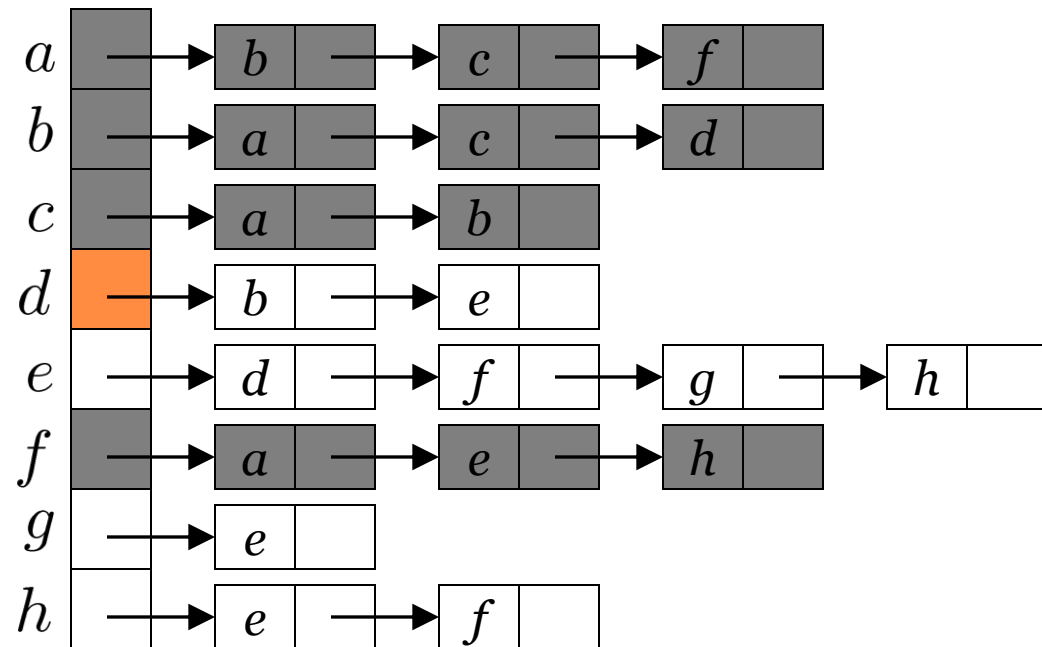
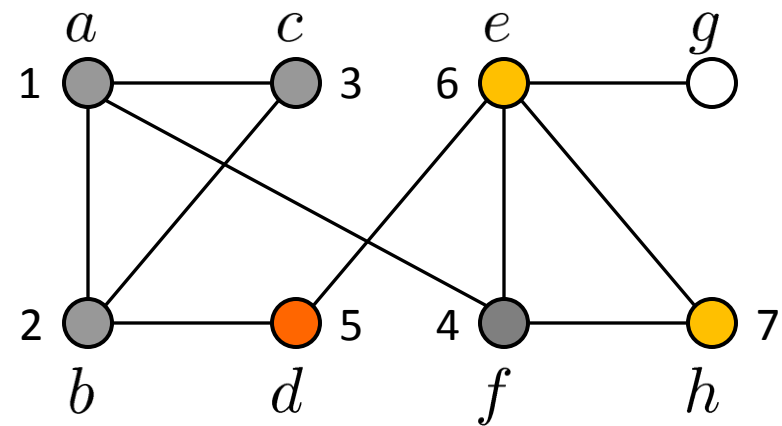
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q)

Ουρά Q : d e h

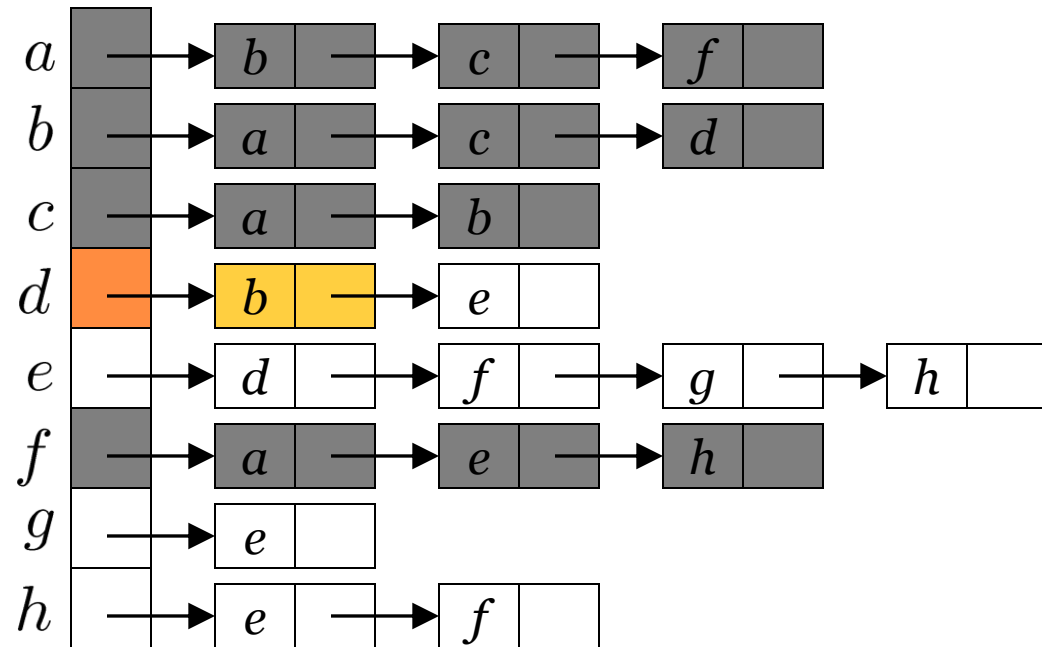
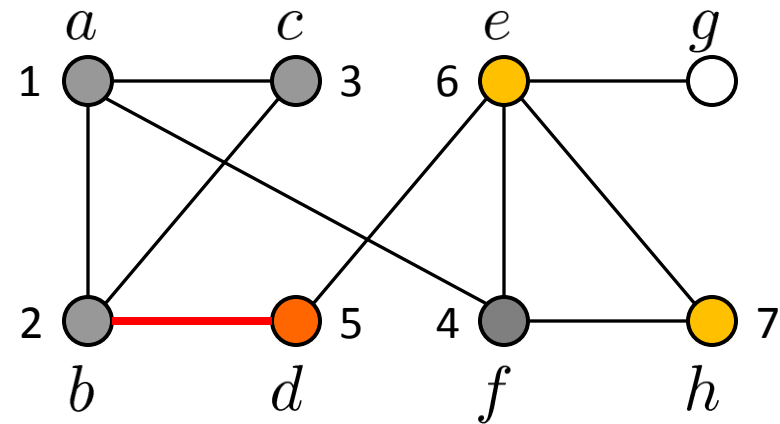
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του d

Ουρά Q : e h

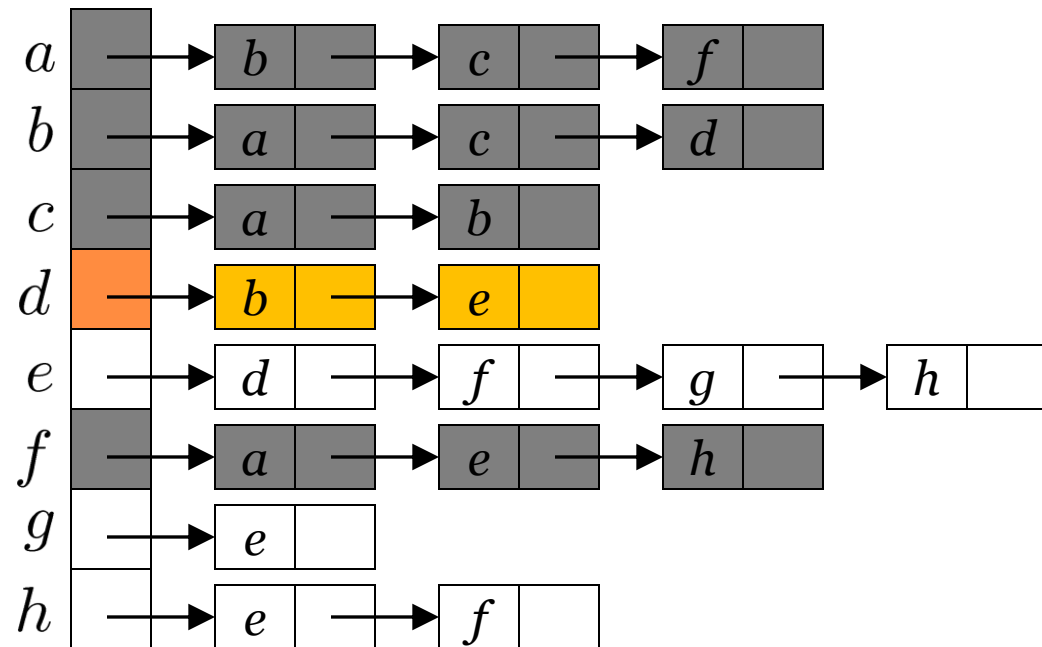
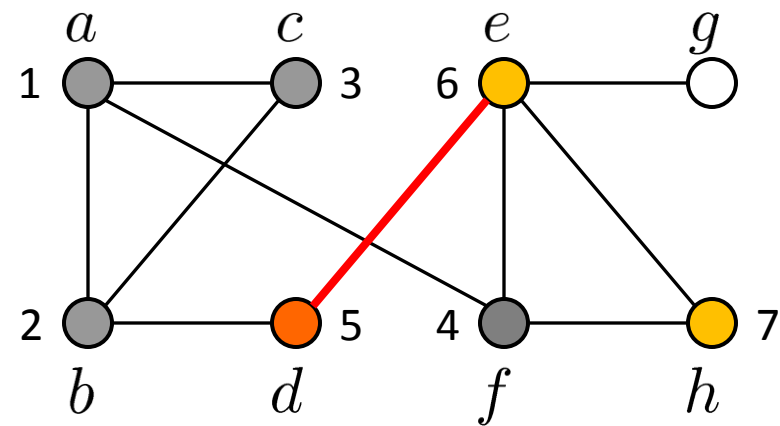
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος b είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : e h

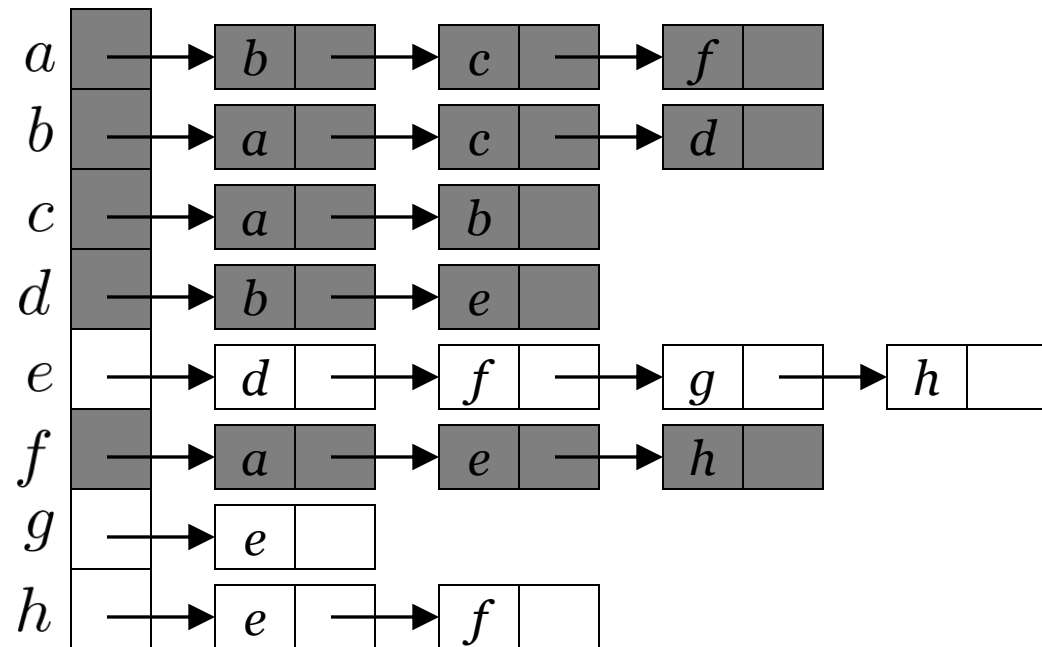
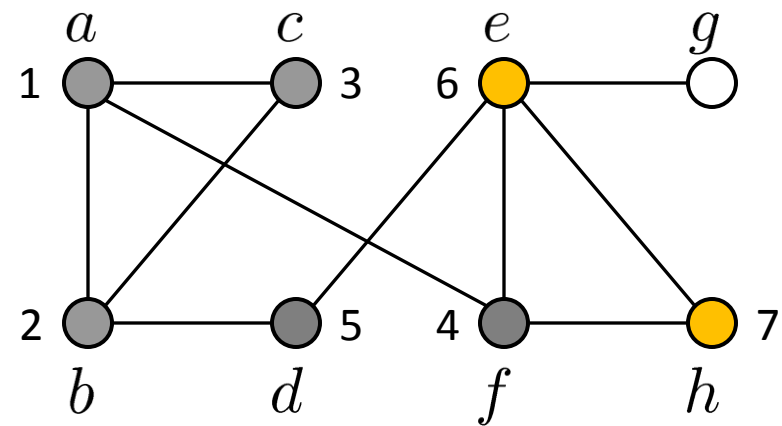
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος e είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : e h

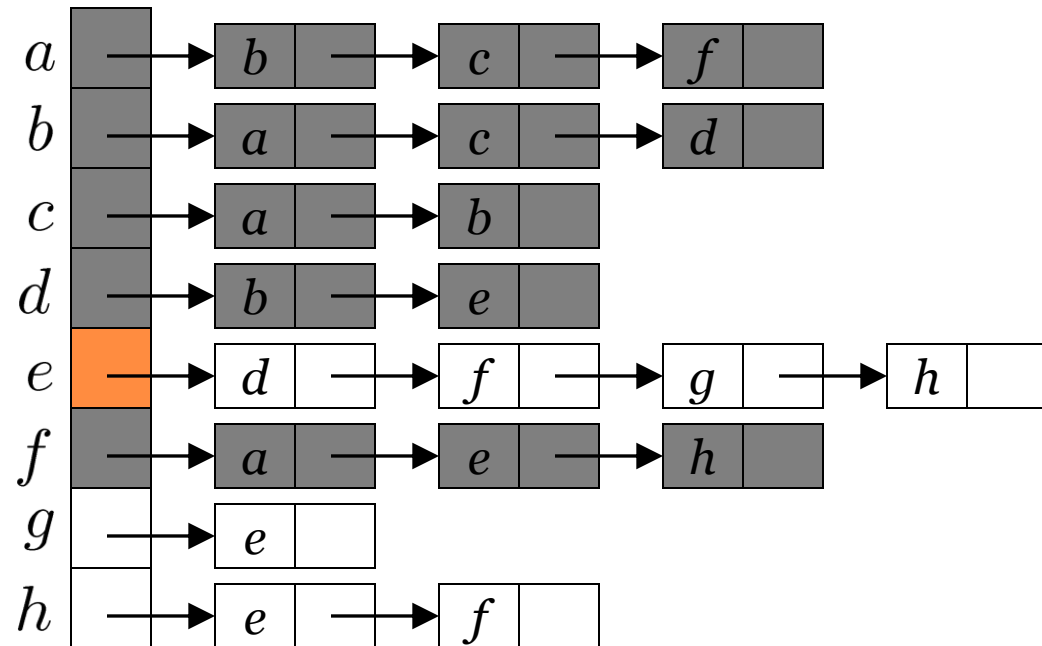
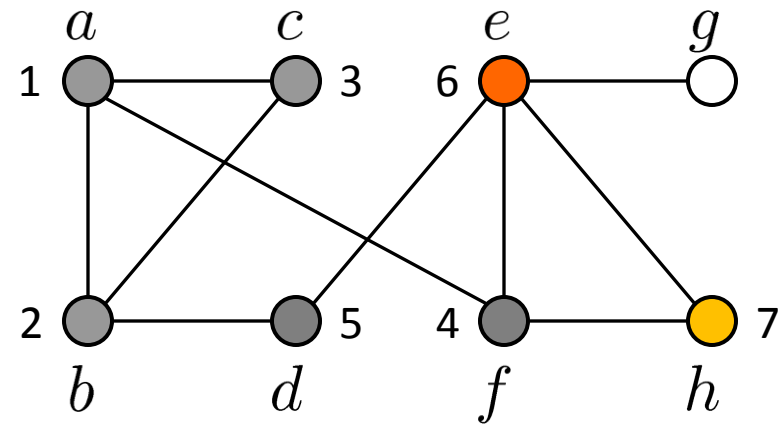
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q)

Ουρά Q : e h

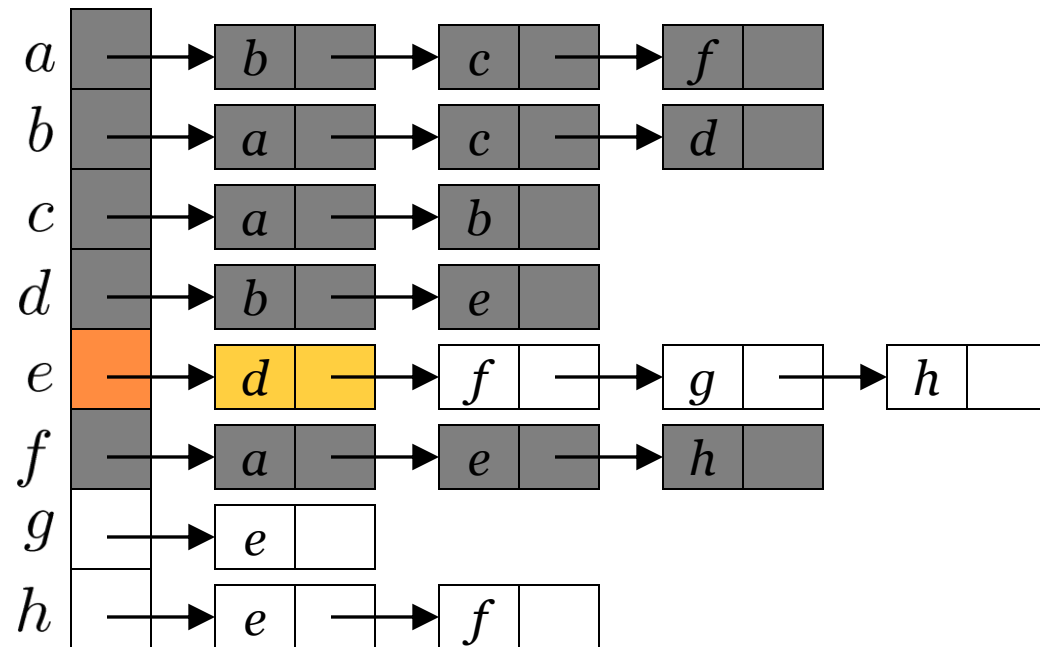
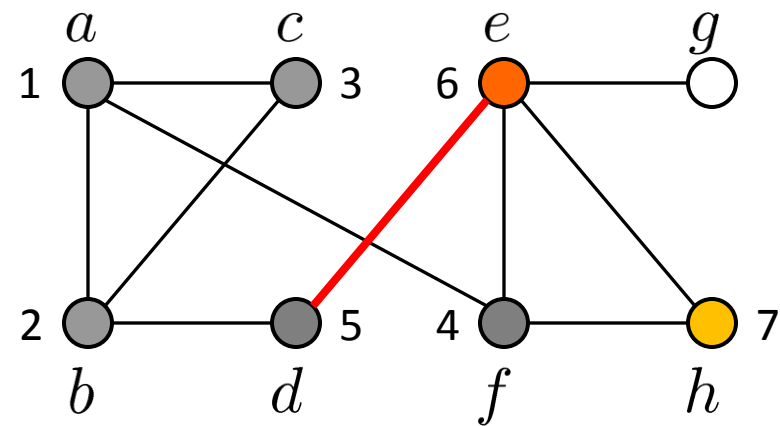
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του e

Ουρά Q : h

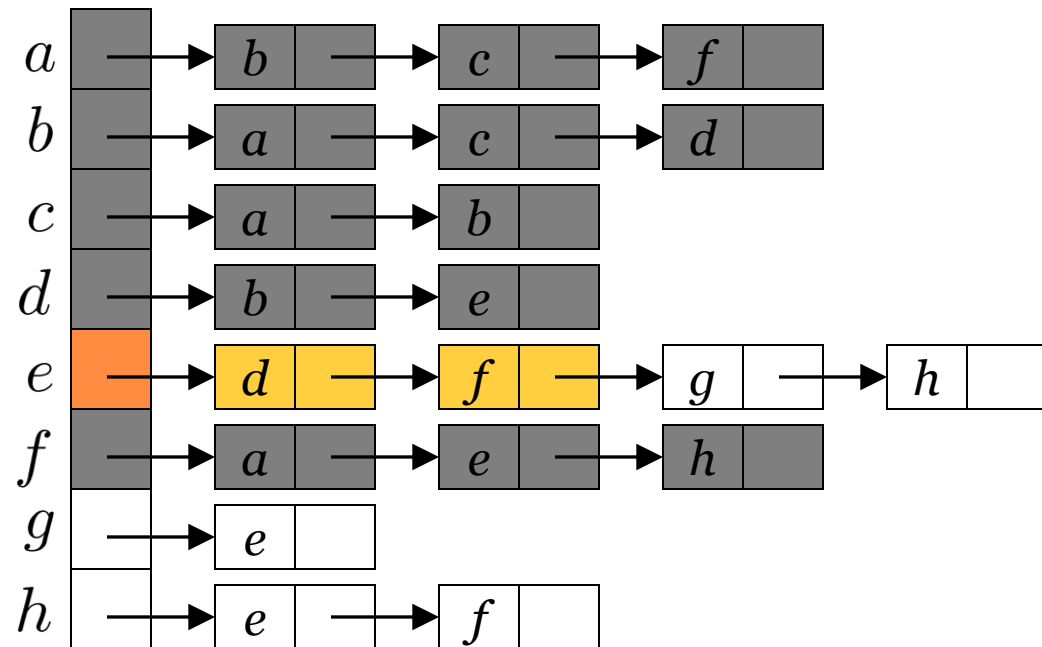
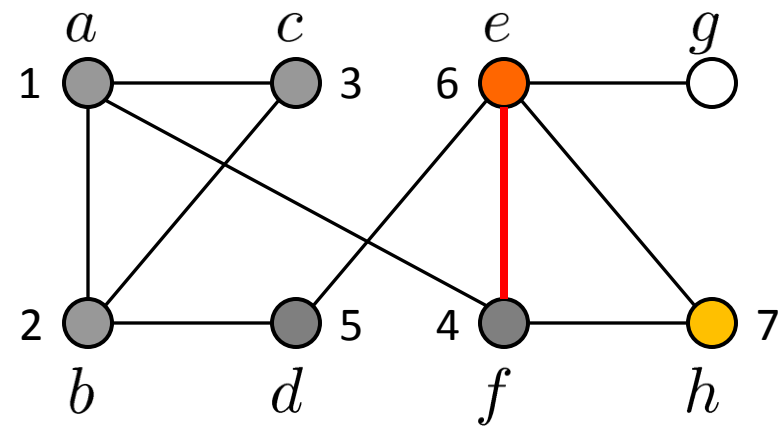
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος d είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : h

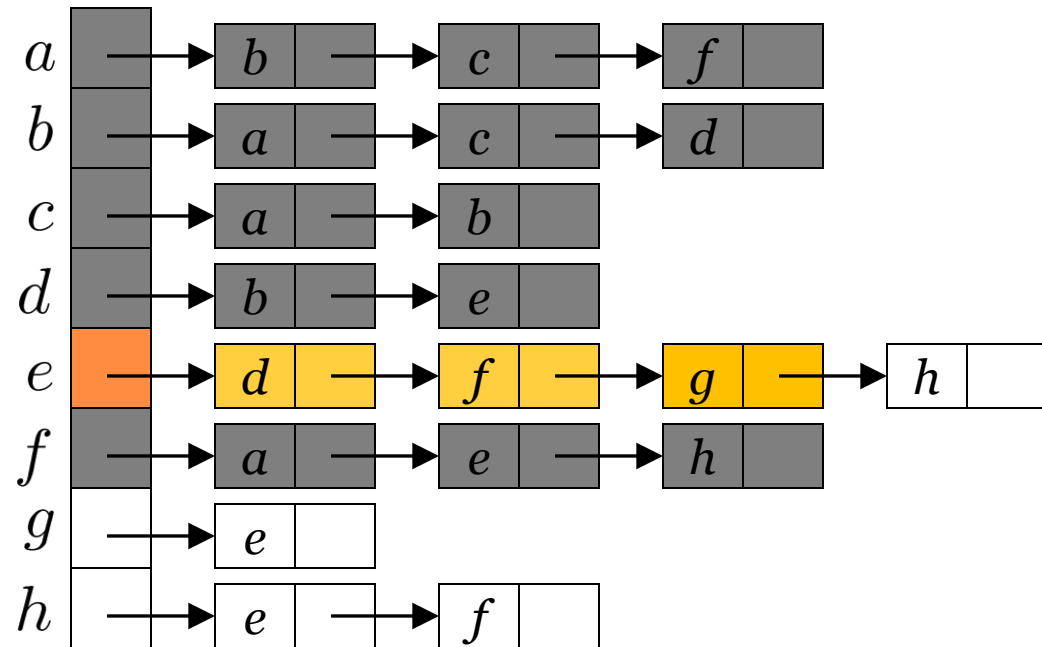
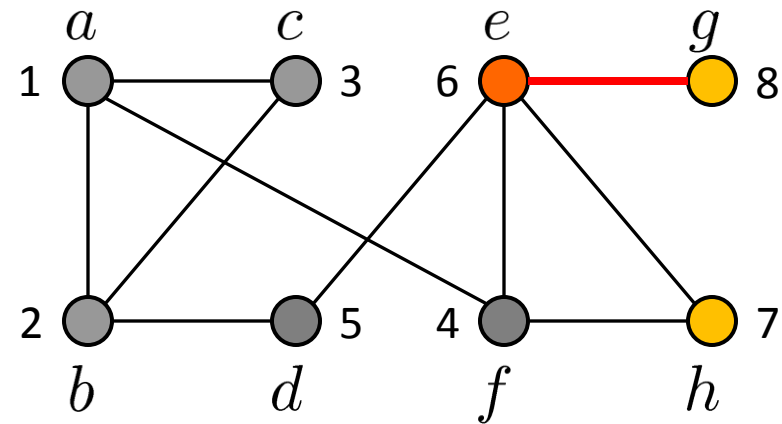
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος f είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : h

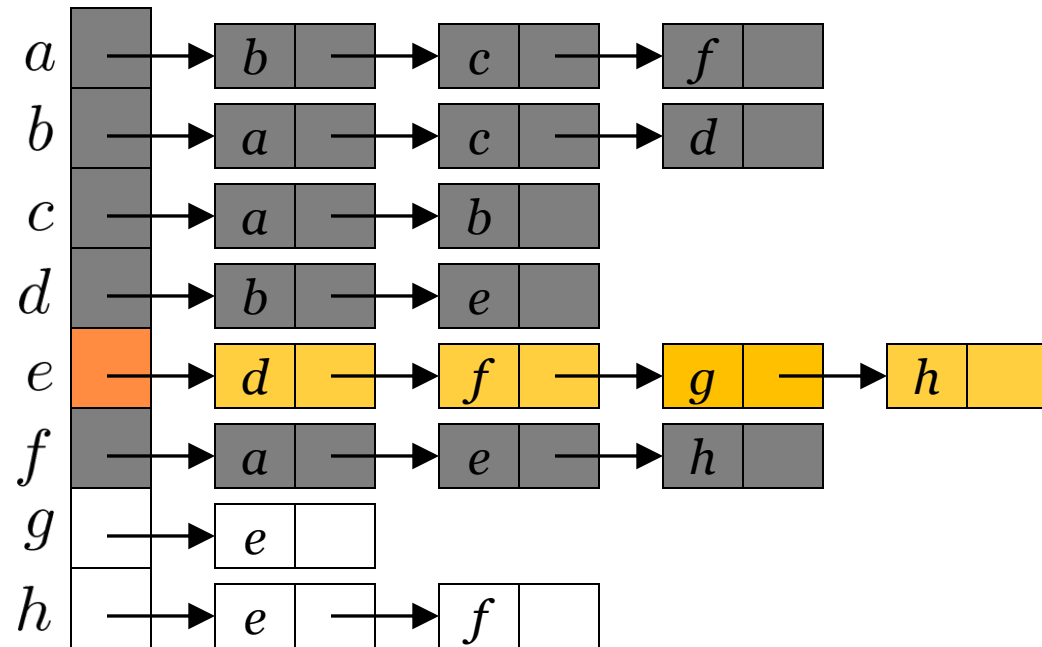
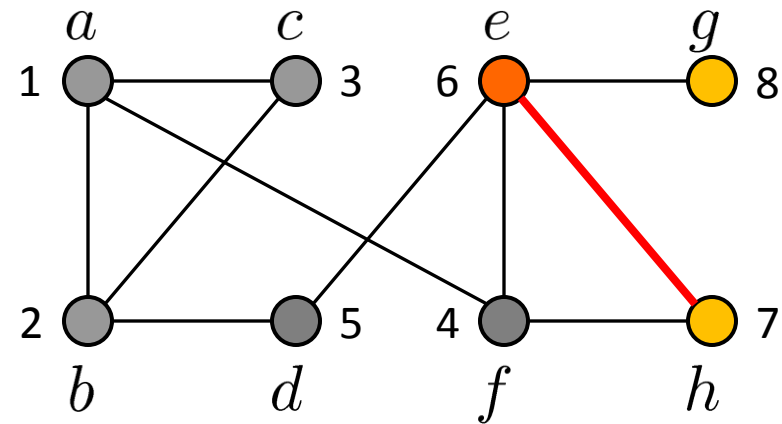
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



τοποθέτηση(Q,g)

Ουρά Q : h g

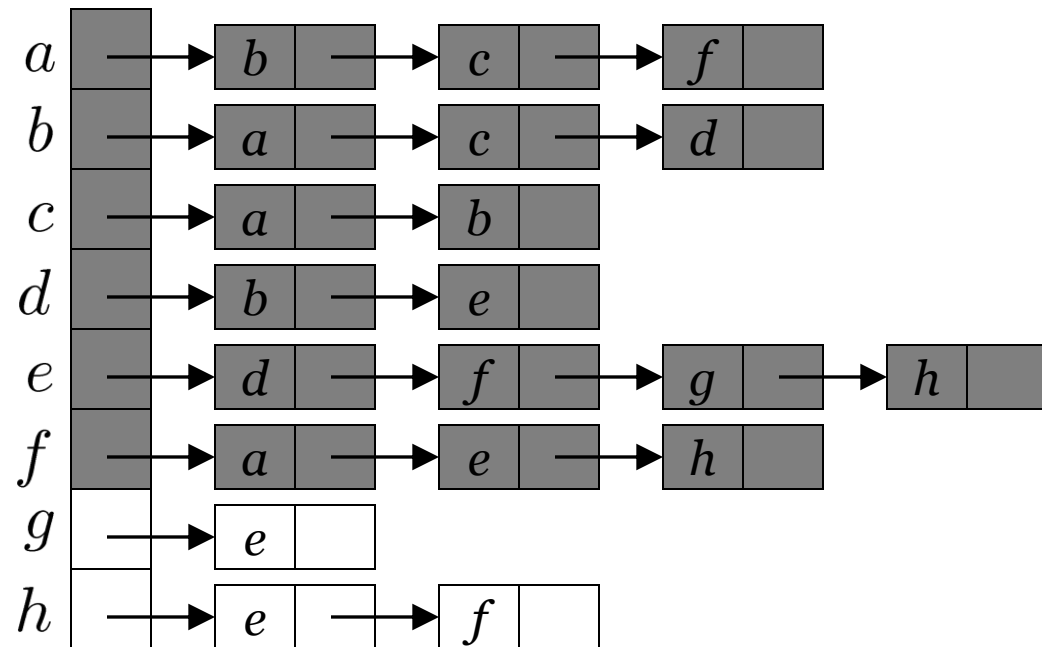
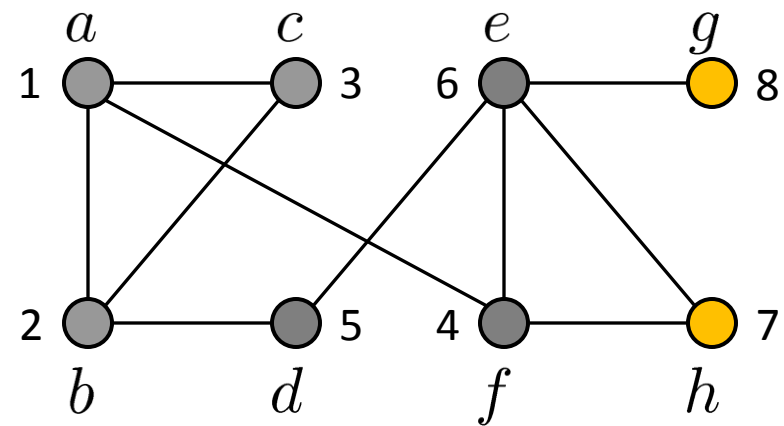
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος h είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : h g

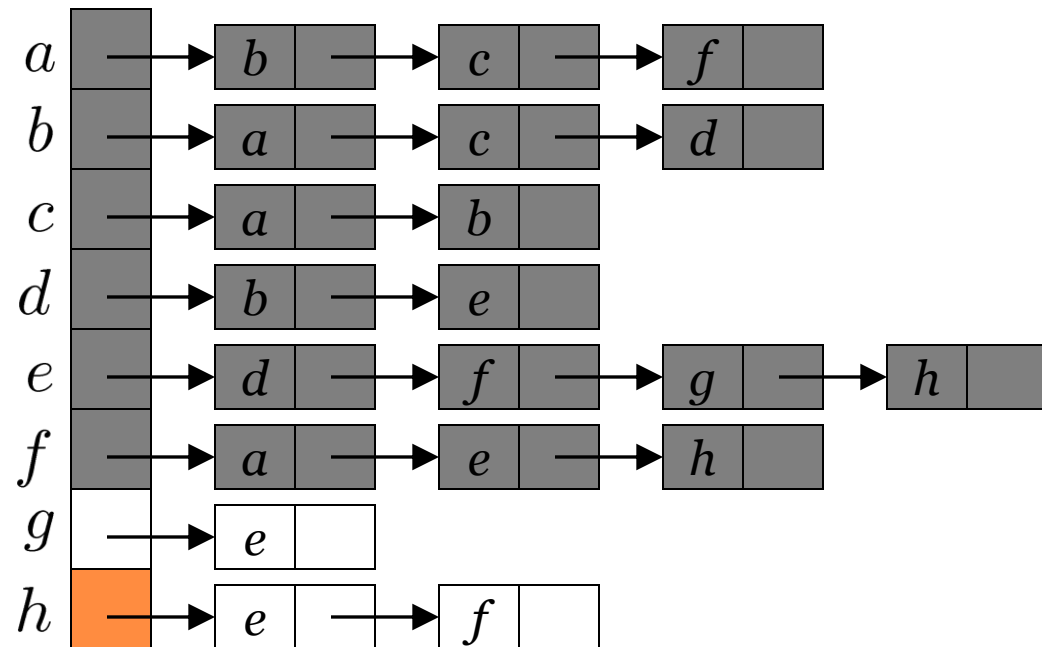
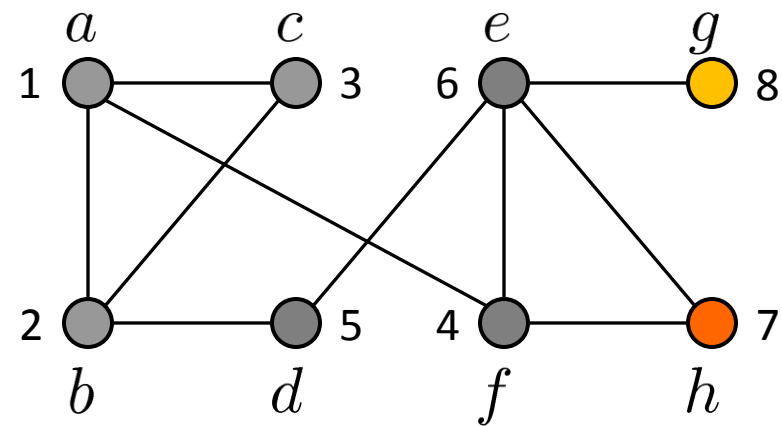
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q)

Ουρά Q : h g

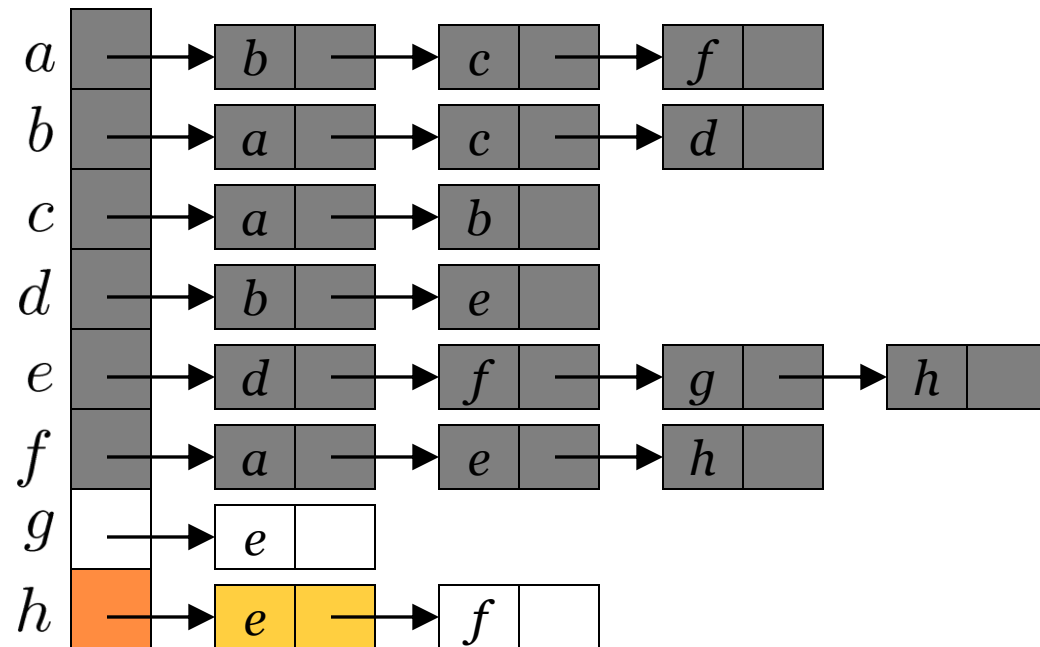
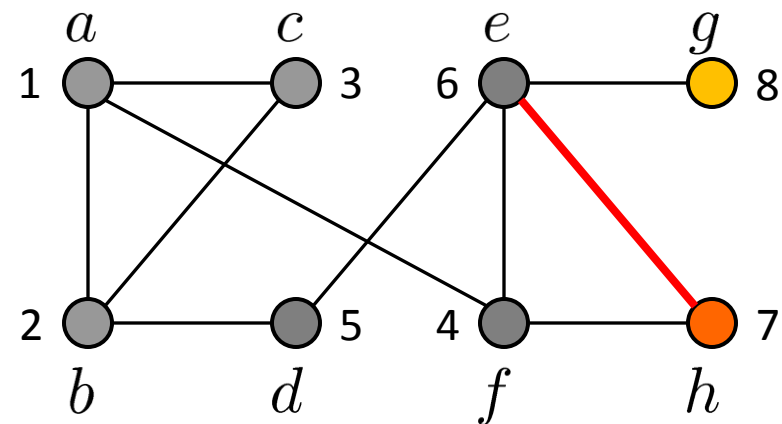
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του h

Ουρά Q : g

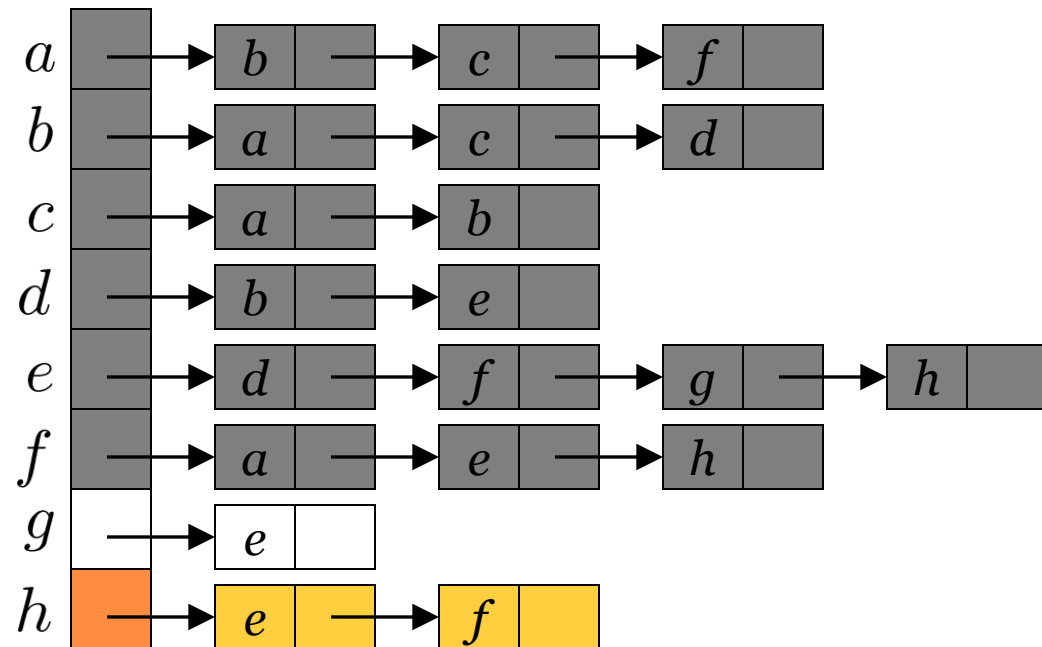
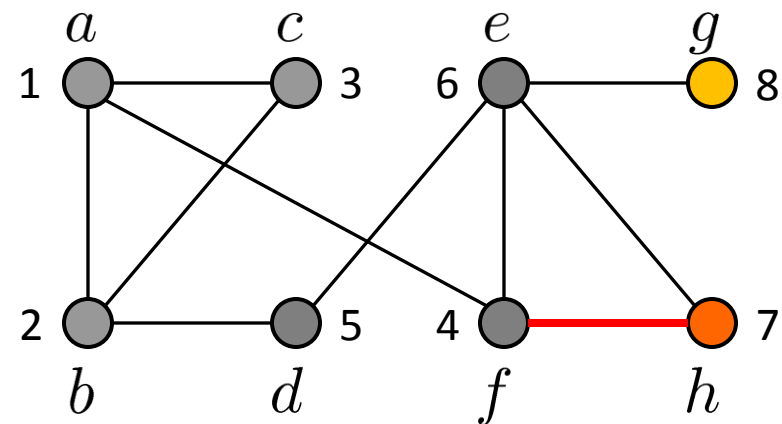
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος e είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : g

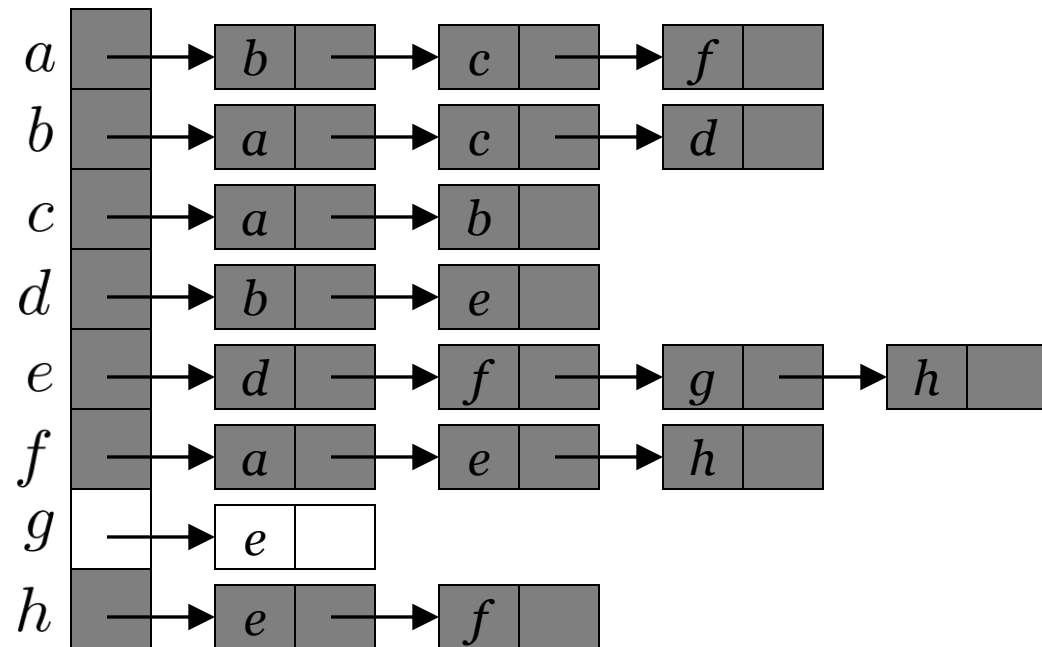
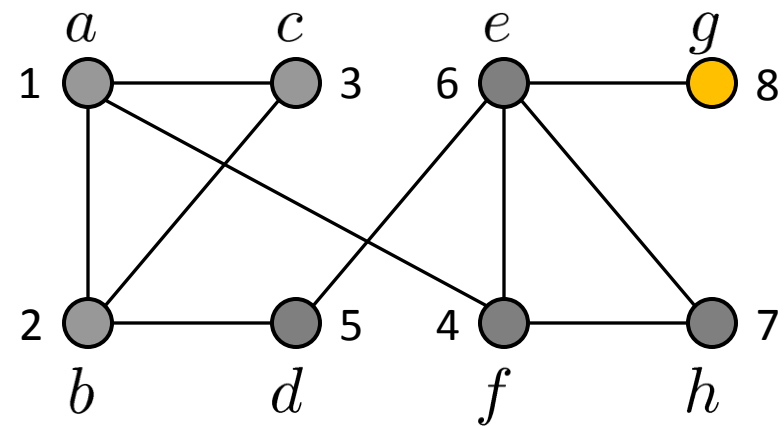
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος f είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q : g

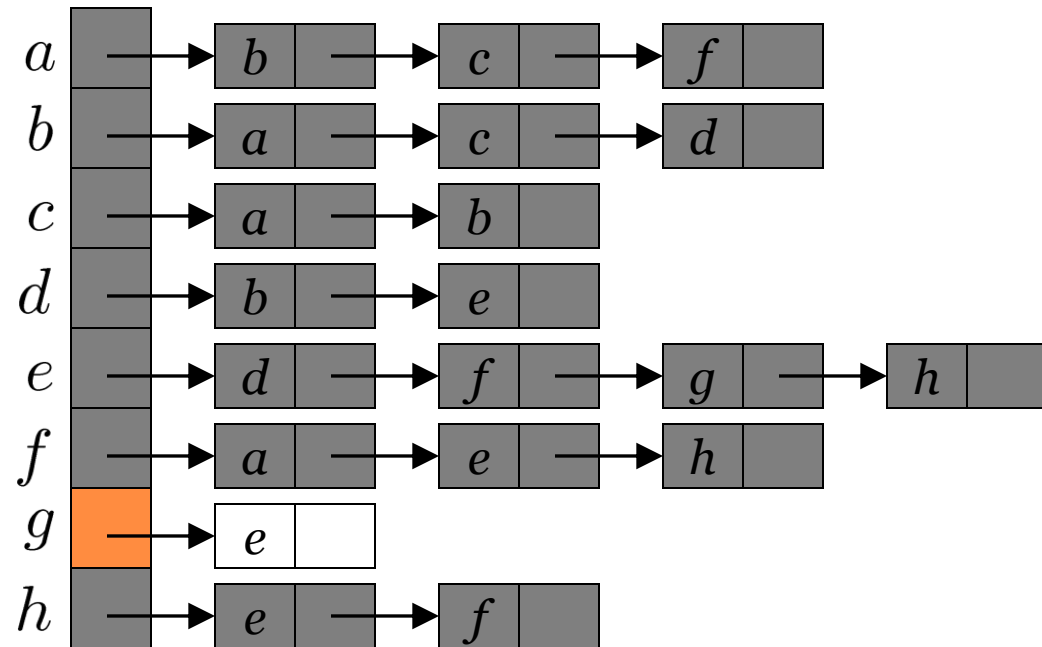
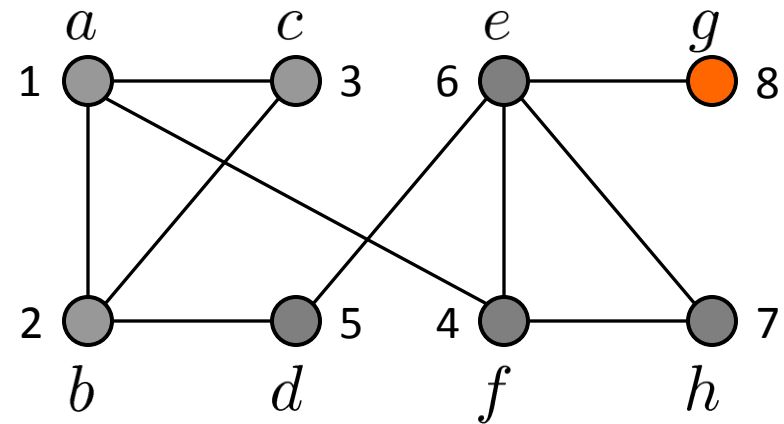
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



λήψη(Q)

Ουρά Q : g

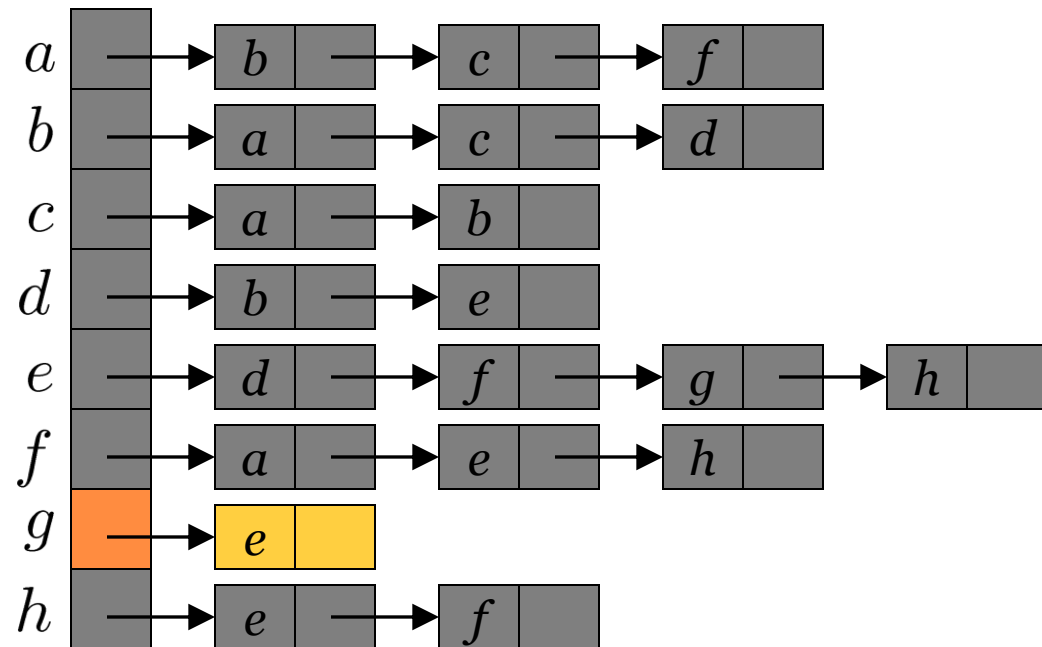
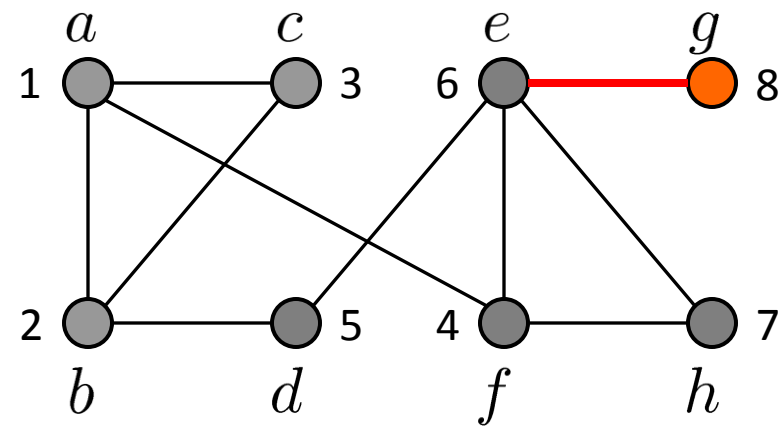
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



επεξεργασία του g

Ουρά Q :

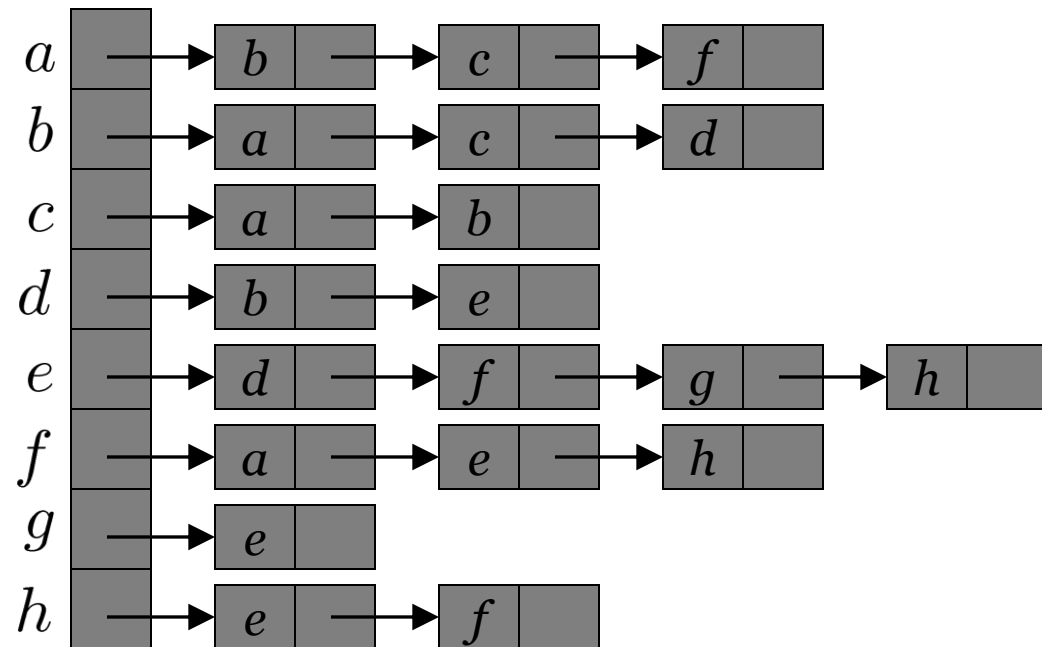
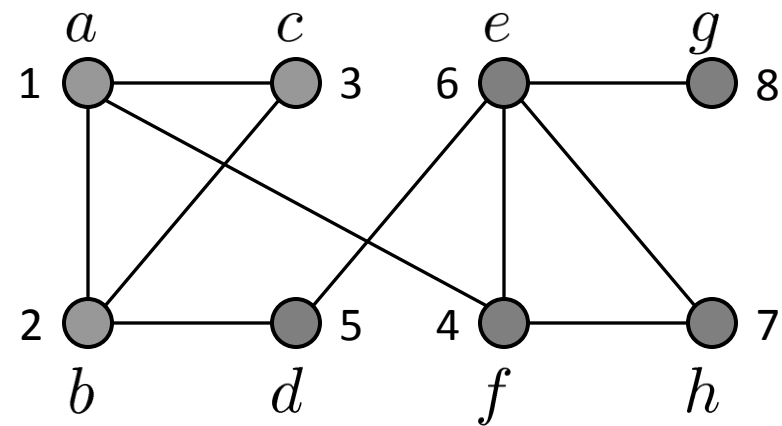
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



ο κόμβος e είχε τοποθετηθεί στην Q προηγουμένως και δεν τοποθετείται ξανά

Ουρά Q :

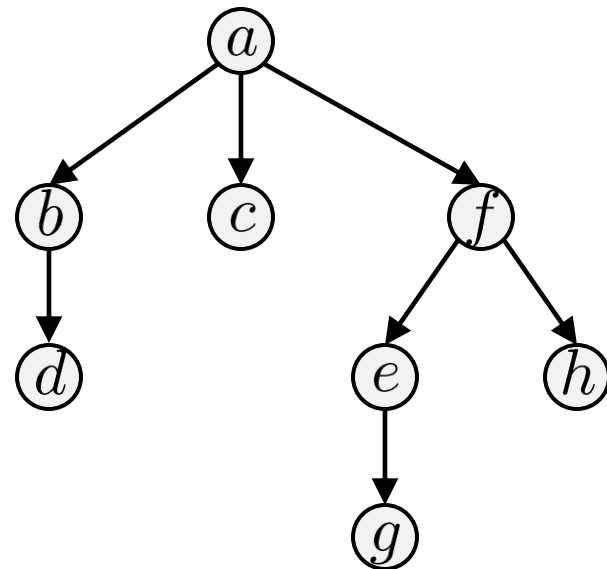
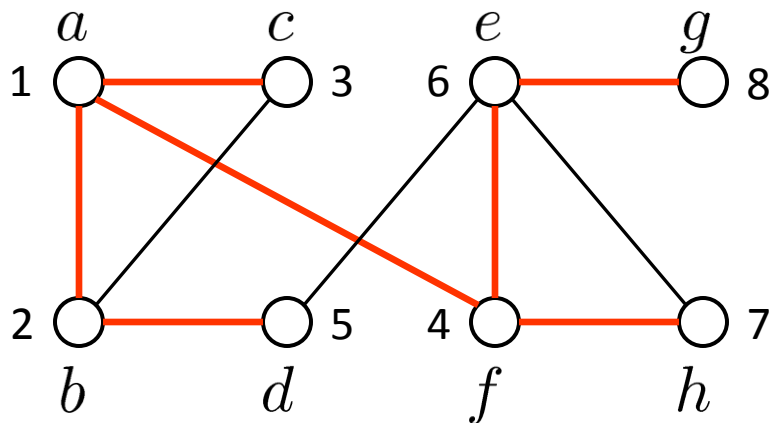
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



Έχουμε επεξεργαστεί όλους τους κόμβους.

Ουρά Q :

Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος



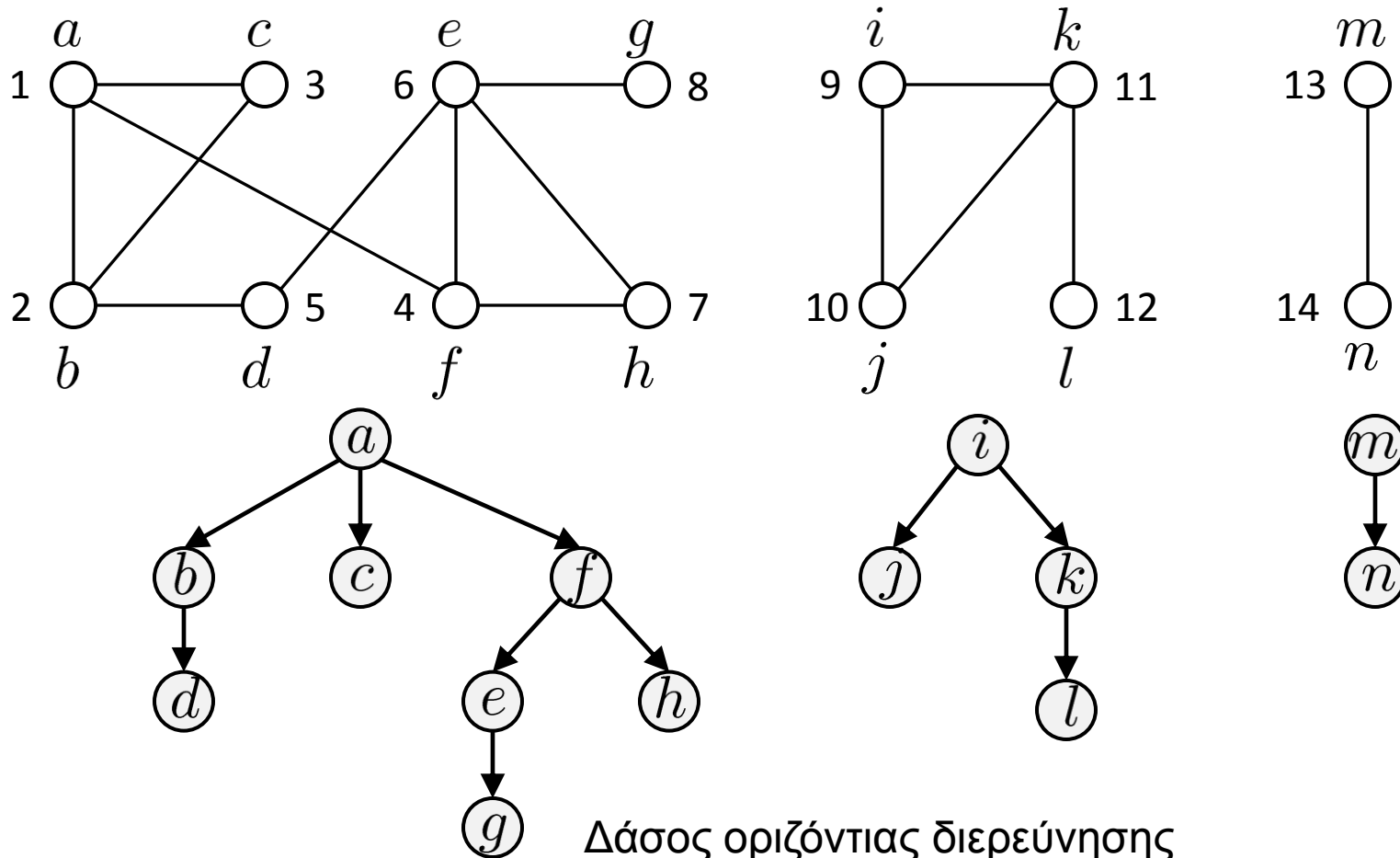
Δένδρο οριζόντιας διερεύνησης με αφετηρία τον κόμβο a :

Κάθε κόμβος συνδέεται με τον κόμβο που τον έβαλε στην ουρά.

Για κάθε κόμβο x το μονοπάτι του δένδρου από το a στο x έχει τον ελάχιστο δυνατό αριθμό ακμών μεταξύ όλων των μονοπατιών από το a στο x στο γράφημα

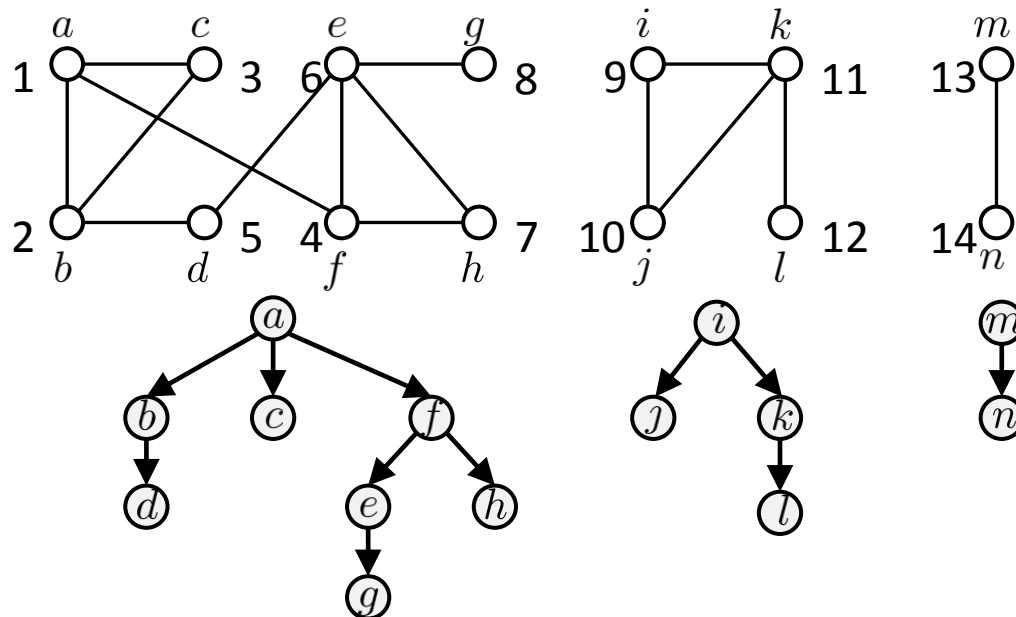
Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος

Αν το γράφημα δεν είναι συνεκτικό μπορούμε να ξεκινήσουμε νέα διερεύνηση από κάποιο κόμβο που δεν έχουμε επισκεφτεί. Συνεχίζουμε με αυτό τον τρόπο μέχρι να επισκεφτούμε όλους τους κόμβους



Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος

Αν το γράφημα δεν είναι συνεκτικό μπορούμε να ξεκινήσουμε νέα διερεύνηση από κάποιο κόμβο που δεν έχουμε επισκεφτεί. Συνεχίζουμε με αυτό τον τρόπο μέχρι να επισκεφτούμε όλους τους κόμβους



Δάσος οριζόντιας διερεύνησης :

Κάθε δένδρο αποτελεί και μια ξεχωριστή συνιστώσα του γραφήματος

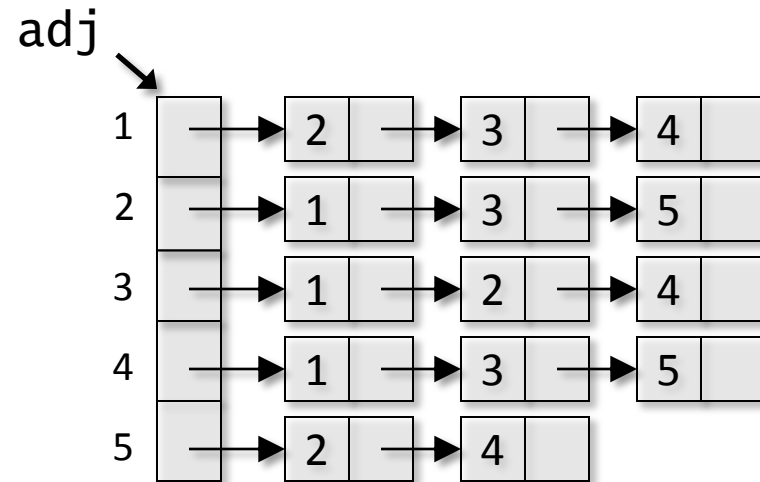
⇒ Δίνει μια καλή λύση στο στατικό (offline) πρόβλημα συνδετικότητας, όταν το γράφημα είναι εξαρχής γνωστό

Αναπαράσταση Γραφήματος

Λίστες γειτνίασης (adjacency lists)

```
class AdjacencyLists {  
    static class Node {  
        int v; Node next;  
        Node(int v, Node t)  
        { this.v = v; next = t; }  
    }  
}
```

```
public static void main(String[] args) {  
    int N = Integer.parseInt(args[0]);  
    int M = Integer.parseInt(args[1]);  
    Node adj[] = new Node[V];  
    for (int i = 0; i < N; i++) adj[i] = null;  
    for (In.init(); !In.empty(); ) {  
        int i = In.getInt(), j = In.getInt();  
        adj[j] = new Node(i, adj[j]);  
        adj[i] = new Node(j, adj[i]);  
    }  
}
```



Διαβάζει μη κατευθυνόμενο γράφημα

Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος

```
void BFS(int s) // ο κόμβος s είναι η αφετηρία
{
    Queue<Integer> Q = new Queue<Integer>();
    marked[s] = true;
    Q.put(s);
    while (!Q.isEmpty())
    {
        k = Q.get();
        for (Node t = adj[k]; t != null; t = t.next)
            if (!marked[t.v]) {
                marked[t.v] = true;
                parent[t.v] = k;
                Q.put(t.v);
            }
    }
}
```

Χρόνος εκτέλεσης $O(n + m)$ για γράφημα με n κόμβους και m ακμές.
(Υποθέτουμε ότι κάθε πράξη της ουράς γίνεται σε σταθερό χρόνο.)

Οριζόντια διερεύνηση γραφήματος

```
void BFS(int s) // ο κόμβος s είναι η αφετηρία
{
```

```
    Queue<Integer> Q = new Queue<Integer>();
```

```
    marked[s] = true;
```

```
    Q.put(s);
```

```
    while (!Q.isEmpty())
```

```
    {
```

```
        k = Q.get();
```

```
        for (Node t = adj[k]; t != null; t = t.next)
```

```
            if (!marked[t.v]) {
```

```
                marked[t.v] = true;
```

```
                parent[t.v] = k;
```

```
                Q.put(t.v);
```

```
            }
```

```
        }
```

```
    }
```

```
}
```

αποθήκευση του γονέα
στο δάσος της οριζόντιας
διερεύνησης

Χρόνος εκτέλεσης $O(n + m)$ για γράφημα με n κόμβους και m ακμές.

(Υποθέτουμε ότι κάθε πράξη της ουράς γίνεται σε σταθερό χρόνο.)