ΘΕΜΑΤΑ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΟΣ:
ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΗΜΑΤΩΝ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ
ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2008-2009

PROJECT

ΜΕΡΟΣ 1

Θα αναπτύξετε μία γρήγορη υλοποίηση του Διακριτού Μετασχηματισμού Συνημιτόνου (Discrete Cosine Transform, DCT) χρησιμοποιώντας το Matlab.

Ο μονοδιάστατος DCT, $F(u)$ μίας ακολουθίας $f(x)$, $x = 0, \ldots, N-1$ δίνεται από την εξίσωση

$$F(u) = w(u) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cos[\frac{(2x+1)\pi u}{2N}], \tag{1}$$

όπου

$$w(u) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & \text{αν } u = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \tag{2}$$

και $u = 0, \ldots, N-1$.

Είναι δυνατόν να υπολογιστεί ο $F(u)$, ο DCT της ακολουθίας $f(x)$ μέσω του $G(u)$, του DFT της ακολουθίας $g(x)$, όπου

$$g(x) = \begin{cases} f(x), & 0 \leq x \leq N-1 \\ f(2N-1-x), & N \leq x \leq 2N-1 \end{cases} \tag{3}$$

Ο DFT της $g(x)$ είναι

$$G(u) = \sum_{x=0}^{2N-1} g(x) W_{2N}^{xu}, \tag{4}$$

όπου $W_N = e^{-j(2\pi/N)}$ και $u = 0, \ldots, 2N-1$.

Οι $f(x)$ και $F(u)$ έχουν μήκος N ενώ οι $g(x)$ και $G(u)$ έχουν μήκος $2N$. Υπάρχει όμως ο Fast Fourier Transform (FFT), που είναι μία γρήγορη υλοποίηση του DFT. Άρα, υπολογίζοντας το $G(u)$ και σχετίζοντάς το με το $F(u)$, μπορούμε να μειώσουμε σημαντικά την υπολογιστική πολυπλοκότητα της υλοποίησης, σε σύγκριση με υλοποίηση χρησιμοποιώντας τον ορισμό του DCT.

Πρέπει να κάνετε τα εξής:

1. Βρείτε αναλυτικά τη σχεση μεταξύ $G(u)$ και $F(u)$. Δώστε όλες τις λεπτομέρειες της μαθηματικής απόδειξης.

2. Γράψτε μία συνάρτηση του Matlab `mydct.m` η οποία για μία ακολουθία εισόδου $f(x)$, υπολογίζει την $g(x)$, μετα υπολογίζει το $G(u)$ με τη συνάρτηση `fft` του Matlab, και τέλος υπολογίζει το $F(u)$, το DCT της $f(x)$ από το $G(u)$.

3. Γράψτε μία συνάρτηση Matlab `mydct2.m`,η οποία υπολογίζει το διδιάστατο DCT ενός διδιάστατου πίνακα $f(x, y)$. Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `mydct.m` σε συνδιασμό με row-column decomposition. Αυτό σημαίνει ότι ο διδιάστατος DCT υπολογίζεται σε δύο βήματα. Πρώτα, κάθε γραμμή του πίνακα $f(x, y)$ θεωρείται ως ένα μονοδιάστατο σήμα και λαμβάνεται ο μονοδιάστατος DCT καθε γραμμής. Ύστερα, κάθε στήλη του αποτελέσματος θεωρείται ως μονοδιάστατο σήμα και λαμβάνεται ο μονοδιάστατος DCT κάθε στήλης.

4. Δημιουργήστε έναν οποιοδήποτε πίνακα μεγέθους 8×8 και υπολογίστε τον DCT χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `mydct2.m` και την ενσωματωμένη συνάρτηση `dct2.m`. Δείξτε ότι το αποτέλεσμα είναι το ίδιο.

ΜΕΡΟΣ 2

Σε αυτό το μέρος θα δείξουμε ότι ο DCT συγκεντρώνει την ενέργεια μίας εικόνας σε μικρό αριθμό συντελεστών.

1. Φορτώστε την εικόνα *Cameraman* που παρέχεται από το Matlab's Image Processing toolbox χρησιμοποιώντας την εντολή: `f=imread('cameraman.tif');`. Μπορείτε να δείτε την εικόνα στην οθόνη χρησιμοποιώντας διάφορες συναρτήσεις όπως: `imagesc(f);`. Θα χρειαστεί επίσης να δώσετε την εντολή `colormap(gray);`.

2. Πάρτε τον DCT $F(u, v)$ της εικόνας χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `dct2.m`.

3. Δώστε τιμή μηδέν στους συντελεστές με $|F(u, v)| < 5$ και πάρτε τον αντίστροφο DCT χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `idct2.m`. Εκτυπώστε την εικόνα που δημιουργήθηκε. Πόσοι συντελεστές μηδενίστηκαν;

4. Επαναλάβετε το παραπάνω βήμα για $|F(u, v)| < 10$ και $|F(u, v)| < 20$.