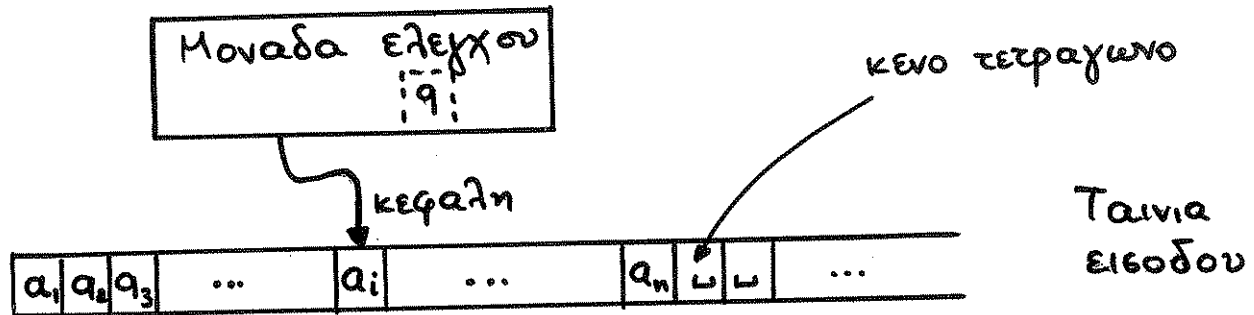


# Μηχανές Turing

Ικανοποιητικά Υπολογιστικά Μοντέλα!



Η ταινία εισόδου

- χωρίζεται σε τετράγωνα που περιέχουν ένα σύμβολο το καθένα
- έχει αριστερό ακρό αλλά εκτείνεται απεριόριστα δεξιά
- η είσοδος  $w$  γραφεται στα  $|w|$  αριστερότερα τετράγωνα της ταινίας.

Η κεφαλή

- διαβάζει το περιεχόμενο ενός τετραγώνου της ταινίας σε κάθε αναγνώση
- γράφει στο τρέχον τετράγωνο της ταινίας
- αρχικά, διαβάζει το αριστερότερο τετράγωνο της ταινίας.

Καταστάσεις

Υπάρχουν δύο ειδικές καταστάσεις:

Γαλδοδοχής                      κατάσταση αποδοχής

Γαλορριγής                      κατάσταση απορριγής

Η μηχανή σε μία κίνηση

- μεταβαίνει σε μία (πιδανως διαφορετική) κατάσταση,
- γράφει ένα σύμβολο στο τετράγωνο της ταινίας εισόδου στο οποίο βρίσκεται η κεφαλή αναγνώσης/εγγραφής,
- μετακινεί την κεφαλή αναγνώσης ένα τετράγωνο προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά.

### Ορισμός

Μία (αυτοκρατική) μηχανή Turing είναι μια επτάδα  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{αποδοχής}}, q_{\text{απορρίψης}})$  όπου:

$Q$ : ένα πεπερασμένο σύνολο καταστάσεων το οποίο περιέχει τις  $q_{\text{αποδοχής}}$  και  $q_{\text{απορρίψης}}$

$\Sigma$ : αλφάβητο εισόδου  
(το  $\Sigma$  δεν περιέχει το  $\sqcup$  (κενό))

$\Gamma$ : αλφάβητο ταινίας  
( $\sqcup \in \Gamma$  και  $\Sigma \subset \Gamma$ )

$q_0$ : έναρκτηρία (αρχική) κατάσταση ( $q_0 \in Q$ )

$\delta$ : δυναμική μεταβάσεων από το  $Q \times \Gamma$   
στο  $Q \times \Gamma \times \{A, \Delta\}$   
 $A$ : αριστερά  
 $\Delta$ : δεξιά

Εάν  $\delta(q_1, \sigma_1) = (q_2, \sigma_2, A)$  τότε:

από την κατάσταση  $q_1$  και για σύμβολο  $\sigma_1 \in \Gamma$  στο τετράγωνο που βρίσκεται η κεφαλή, η μηχανή μεταβαίνει στην κατάσταση  $q_2$ , γράφει  $\sigma_2$  στο τετράγωνο στο οποίο υπήρχε το  $\sigma_1$ , και μετακινεί την κεφαλή ένα τετράγωνο προς τα αριστερά.

## Παρατηρήσεις

1. Μια μηχανή Turing για κάποια είσοδο μπορεί:
  - α) να μεταβεί στην κατάσταση  $q_{\text{αποδοχής}}$
  - β) να μεταβεί στην κατάσταση  $q_{\text{απορρίψης}}$
  - γ) να δουλέψει επ'απειρόν.  $\leftarrow$  (εγκλιωβισμός)
2. Εάν η μηχανή προσπαθήσει να μετακινήσει την κεφαλή αριστερότερα από το αριστερό άκρο της ταινίας, τότε η κεφαλή παραμένει στην ίδια θέση (στο 1ο τετραγωνό).

Φάση (Συγχμιοση)

Γεύχος  $(q, w_1 \underline{a} w_2)$

(Sipser:  
 $w_1 q a w_2$ )

$q$ : τρέχουσα κατάσταση ( $q \in Q$ )

$a$ : το σύμβολο στην ταινία το οποίο διαβάζει η κεφαλή

$w_1/w_2$ : το (μη κενό) περιεχόμενο της ταινίας είσοδου στα αριστερά/δεξιά της κεφαλής αναγνώστης.

Αποδίδει (δίνει σε ένα μόνο βήμα)

Εάν  $\delta(q, \epsilon_i) = (q', \epsilon'_i, A)$

τότε  $(q, \epsilon_1 \epsilon_2 \dots \epsilon_{i-1} \underline{\epsilon_i} \dots \epsilon_k) \vdash (q', \epsilon_1 \epsilon_2 \dots \underline{\epsilon_{i-1}} \epsilon'_i \dots \epsilon_k)$ .

Η ανακλαστική και μεταβατική κλειστότητα της σχέσης "αποδίδει" συμβολίζεται με  $\vdash^*$  και αντιστοιχεί σε μεταβαση μετα από 0, 1 ή περισσότερα βήματα.

- Αποδεκτική φάση  $(q, w_1 \underline{a} w_2)$  όπου  $q = q_{\text{αποδοχής}}$
- Απορριπτική φάση  $(q, w_1 \underline{a} w_2)$  όπου  $q = q_{\text{απορρίψης}}$

Μια Μηχανή Turing  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{αποδ.}}, q_{\text{απορ.}})$   
 αποδέχεται την είσοδο  $w \in \Sigma^*$  αν  

$$(q_0, w) \vdash^* (q_{\text{αποδοχής}}, w').$$

Η γλώσσα της  $M$  ή η γλώσσα που αναγνωρίζεται  
 από την  $M$  είναι το σύνολο των συμβόλων βερών (λέξεων)  
 που αποδέχεται η  $M$  και συμβολίζεται με  $L(M)$ .

Μια γλώσσα λέγεται (κατά Turing) αναγνωρίσιμη  
 εάν υπάρχει μηχανή Turing που να την αναγνωρίζει.  
 (οι αναγνωρίσιμες γλώσσες λέγονται και αναδρομικά  
 απαριθμήσιμες (recursively enumerable)).

### Διαγνώσιμη

Μια μηχανή Turing η οποία για κάθε είσοδο είτε  
 οδηγείται σε αποδοχή είτε σε απορρίψη (δηλ. για  
 καμία είσοδο, δεν δουλεύει επ' αέρος).

Όταν μια μηχανή Turing που αναγνωρίζει μια γλώσσα  $L$   
 είναι διαγνώσιμη, τότε λέμε σε αυτή η μηχανή  
 διαγιγνώσκει την  $L$ .

Μια γλώσσα λέγεται (κατά Turing) διαγιγνώσιμη  
 εάν υπάρχει μηχανή Turing που να την διαγιγνώσκει  
 (οι διαγιγνώσιμες γλώσσες λέγονται και αναδρομικές  
 (recursive)).