

Κανονική μορφή Chomsky

(Chomsky
normal
form)

Μια γραμματική χωρίς συμφραζόμενα $G = (V, \Sigma, R, S)$ είναι σε κανονική μορφή Chomsky εάν κάθε κανόνας της είναι σε μια από τις μορφές

$$A \rightarrow BC$$

A, B, C μεταβλητές και $B, C \neq S$

$$A \rightarrow a$$

A μεταβλητή και $a \in \Sigma$

Επιπλέον, επιτρέπουμε τον κανόνα $S \rightarrow \epsilon$.

Θεώρημα

Κάθε γλώσσα χωρίς συμφραζόμενα παράγεται από κάποια γραμματική χωρίς συμφραζόμενα σε κανονική μορφή Chomsky.

Αποδείξη (Μετασχηματισμός)

Έστω $G = (V, \Sigma, R, S)$ γραμματική που παράγει την γλώσσα.

1) Προσθέτουμε νέα αρχική μεταβλητή S_0
και κανόνα $S_0 \rightarrow S$.

2) Αφαίρεση κανόνων $A \rightarrow \epsilon$ (κανόνες ϵ)

Για κάθε κανόνα $A \rightarrow \epsilon$ όπου $A \neq S_0$

(α) Για κάθε κανόνα $R \rightarrow uAv$

Για κάθε συνδυασμό των εμφανίσεων του A στο δεξιό μέλος του κανόνα, προσθέτουμε τον νέο κανόνα που προκύπτει εάν αντικαταστήσουμε αυτές τις εμφανίσεις του A με ϵ .

(β) Αφαίρουμε $A \rightarrow \epsilon$.

π.χ.

για $A \rightarrow \epsilon$

και $R \rightarrow uAvAw$

προσθέτουμε:

$$R \rightarrow uAvAw$$

$$R \rightarrow uAvw$$

$$R \rightarrow uvw$$

Κανονική μορφή Chomsky (συνεχ.)

3) Αφαίρεση κανονών $A \rightarrow B$ (μοναδιαίοι κανόνες)

Για κάθε κανόνα $A \rightarrow B$ A, B μεταβλητές

(α) αφαιρούμε αυτόν τον κανόνα

(β) Για κάθε κανόνα της μορφής $B \rightarrow u$

προσθέτουμε τον κανόνα $A \rightarrow u$ εκτός αν

αυτός ο κανόνας είναι ένας από τους μοναδιαίους κανόνες που αφαιρέσαμε

4) α) Αφαίρεση κανονών $A \rightarrow u_1 u_2 \dots u_k$ $k \geq 3$

Για κάθε κανόνα $A \rightarrow u_1 u_2 \dots u_k$

αφαιρούμε τον κανόνα

προσθέτουμε τους κανόνες

$$A \rightarrow u_1 A_1$$

$$A_1 \rightarrow u_2 A_2$$

$\vdots$

$$A_{k-2} \rightarrow u_{k-1} u_k$$

όπου $A_1, A_2, \dots, A_{k-2}$ νέες μεταβλητές.

β) Αφαίρεση κανονών $A \rightarrow u_i u_j$ όπου $u_i, u_j \in V \cup \Sigma$

και τουλάχιστον ένα από u_i, u_j είναι τερματικό σύμβολο.

Για κάθε κανόνα $A \rightarrow u_i B$ $u_i \in \Sigma$

αφαιρούμε τον κανόνα

προσθέτουμε τον κανόνα

$$A \rightarrow u_i B \quad u_i: \text{νέα μεταβλητή}$$

Όμοια για κάθε κανόνα $A \rightarrow B u_i$ $u_i \in \Sigma$

Για κάθε κανόνα $A \rightarrow u_i u_j$ $u_i, u_j \in \Sigma$

αφαιρούμε τον κανόνα

προσθέτουμε τον κανόνα $A \rightarrow u_i u_j$

Για κάθε τερματικό σύμβολο $u_i \in \Sigma$

προσθέτουμε τον κανόνα $u_i \rightarrow u_i$