Ικανοποίηση Περιορισμών

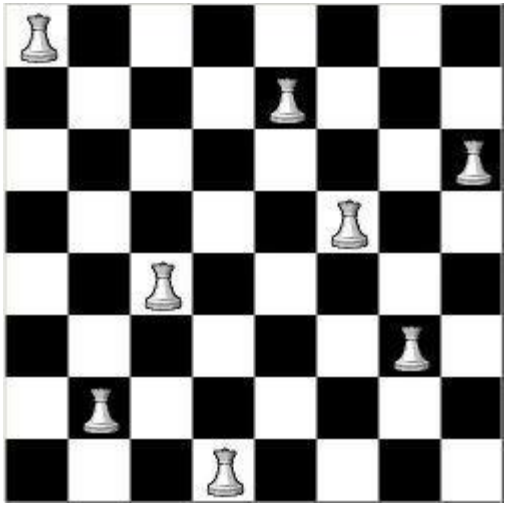
- Ένα *πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών (constraint satisfaction problem)* αποτελείται από:
  - Ένα σύνολο *n* μεταβλητών $V_1, V_2,...,V_n$,
  - Ένα σύνολο *n* πεδίων τιμών $D_1, ...D_n$, που αντιστοιχούν σε κάθε μεταβλητή έτσι ώστε $V_i \in D_i$, και
  - Ένα σύνολο σχέσεων (περιορισμών) $C_1, C_2,...C_m$ όπου $C_i(V_k,...,V_m)$ μια σχέση μεταξύ των μεταβλητών του προβλήματος.

- Ανάλογα με το πόσες μεταβλητές περιλαμβάνει ένας περιορισμός χαρακτηρίζεται ως:
  - *δυαδικός* (*binary*) όταν περιλαμβάνει δύο μεταβλητές ή
  - *ανώτερης* τάξης (*higher order*) όταν περιλαμβάνει περισσότερες.

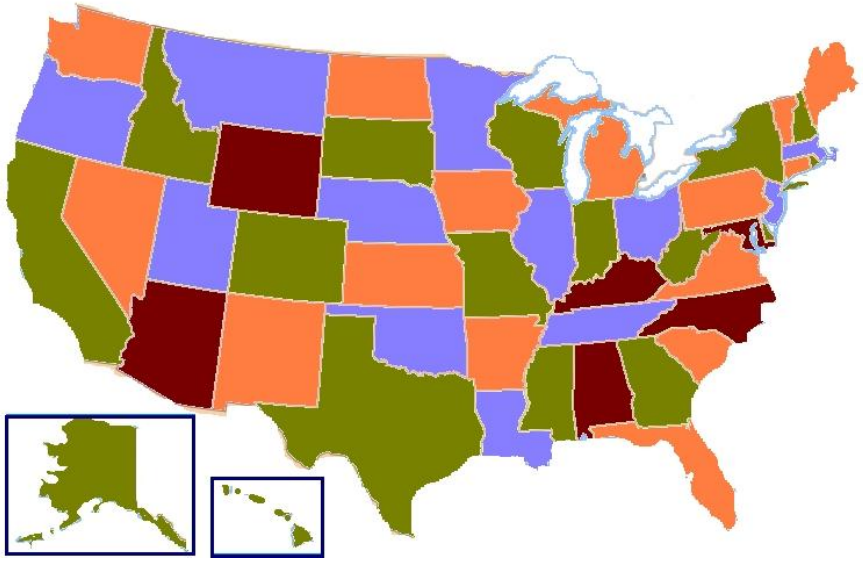
Λύση αποτελεί μια ανάθεση τιμών **σε όλες** τις μεταβλητές του προβλήματος, τέτοια ώστε να μην παραβιάζεται κανένας περιορισμός

Παράδειγματα

Ν-βασίλισσες



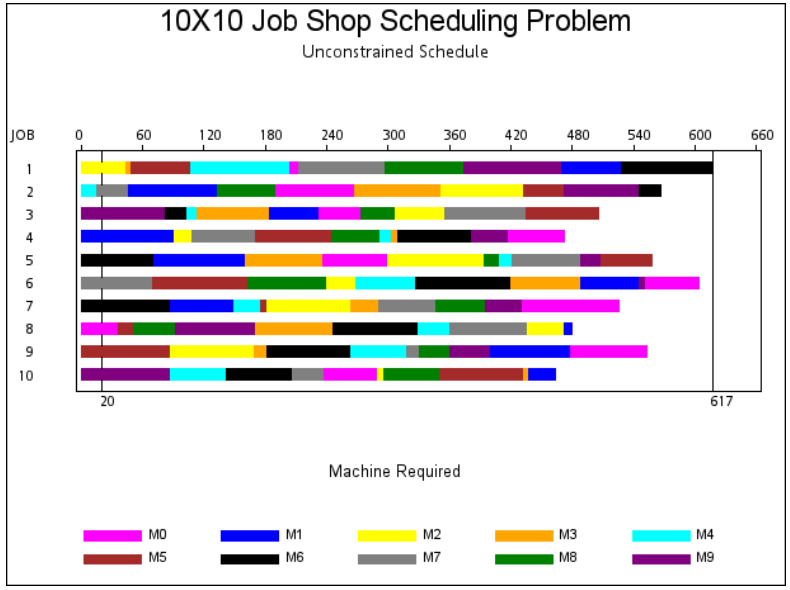
Χρωματισμός Γράφου (Χάρτη)



Suduku

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Δρομολόγηση - Χρονοπρογραμματισμός

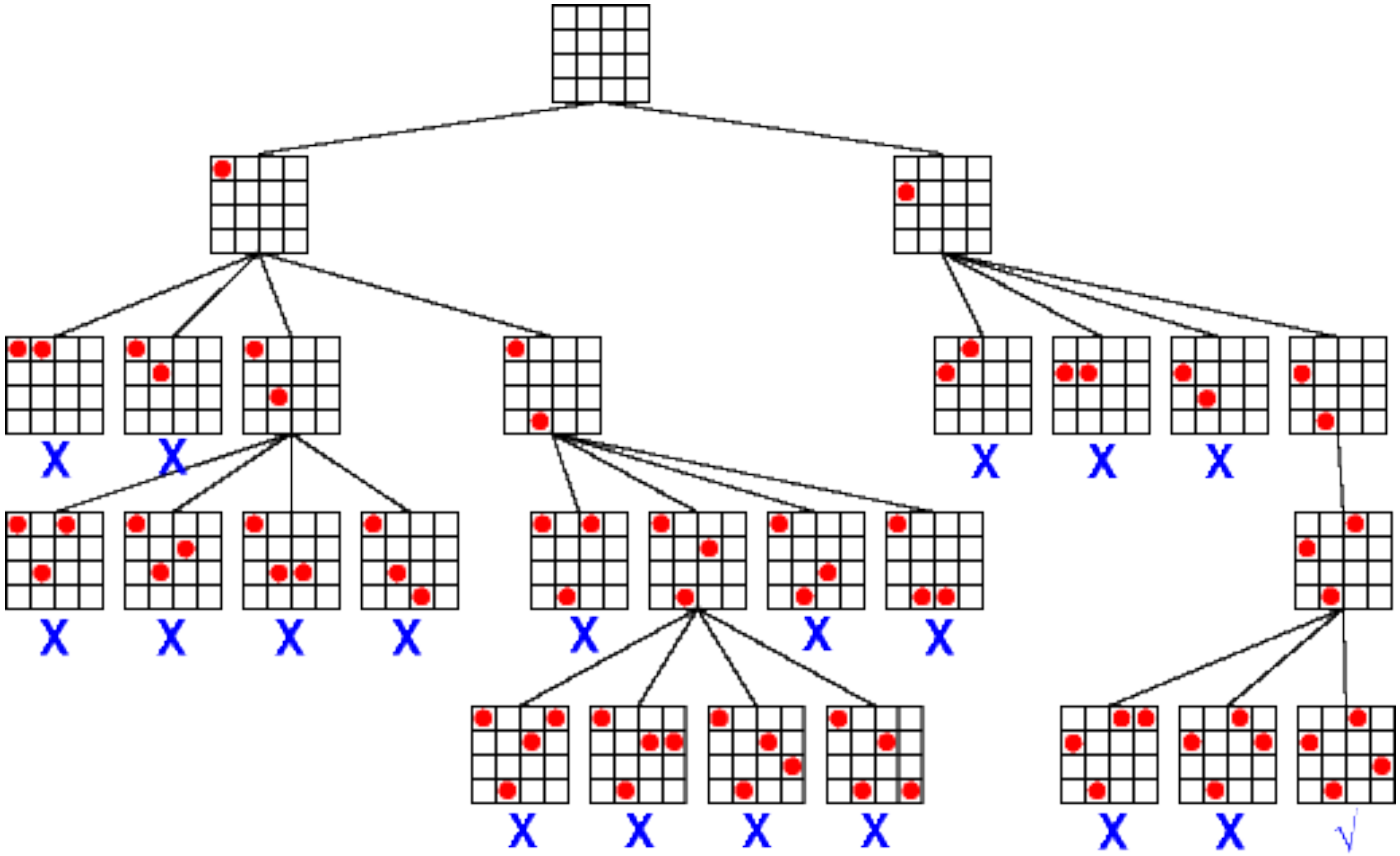


Κλασσικοί Αλγόριθμοι Αναζήτησης

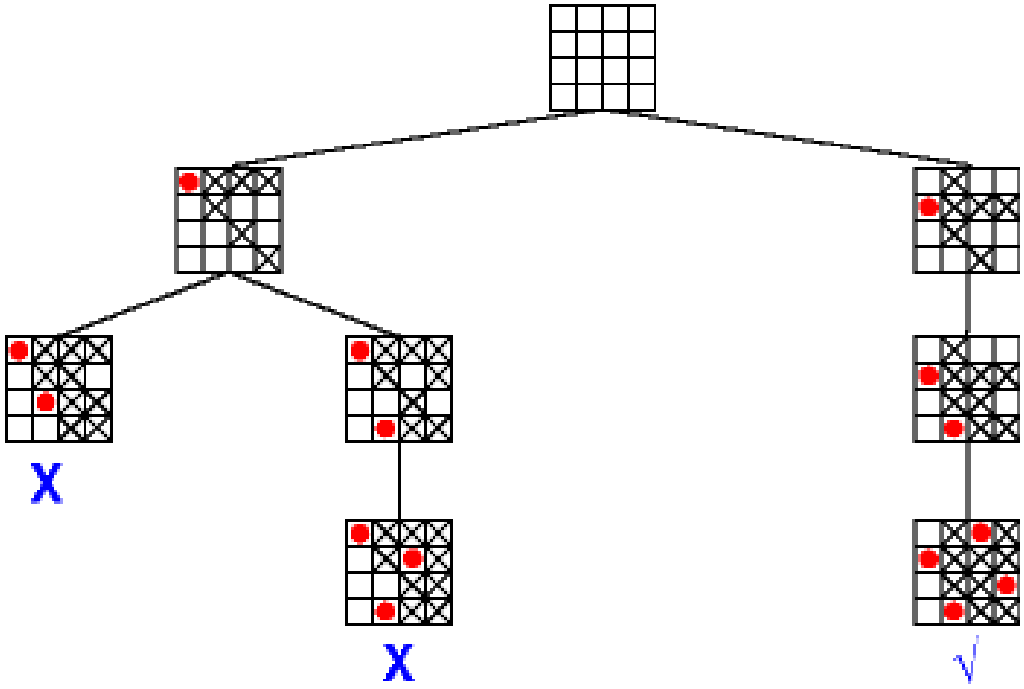
- Οι αλγόριθμοι αναζήτησης που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενες ενότητες είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν και για την επίλυση των προβλημάτων ικανοποίησης περιορισμών.
- Αναζήτηση **DFS με όριο βάθους N** (N αριθμός μεταβλητών).
- Α.Κ: κενή κατάσταση, μεταβλητές χωρίς τιμή
- Τ.Κ (λύση του CSP): όλες οι μεταβλητές έχουν τιμές και δεν παραβιάζεται κανένας περιορισμός.
- Σε κάθε επέκταση ανατίθεται μια τιμή σε μια κενή μεταβλητή από το σύνολο τιμών της.
- Σε βάθος N έχει σχηματιστεί μια κατάσταση στην οποία όλες οι μεταβλητές έχουν κάποια τιμή. Οι καταστάσεις σε βάθος N δεν επεκτείνονται αλλά ελέγχονται για το εάν είναι λύσεις του CSP (Τ.Κ).

Βελτιώσεις

1) **Backtracking**: Αν σε μια κατάσταση παραβιάζεται κάποιος περιορισμός **δεν** την επεκτείνουμε.



- 2) **Forward Checking**: Για κάθε μεταβλητή χωρίς τιμή (κενή), διατηρούμε ένα σύνολο τιμών που είναι επιτρεπτές βάσει των περιορισμών και των αναθέσεων που έχουν ήδη γίνει σε άλλες μεταβλητές. Κάθε φορά που γίνεται ανάθεση τιμής σε μια κενή μεταβλητή (πχ. V_3=α), ενημερώνουμε (**περιορίζουμε**) το σύνολο των επιτρεπτών τιμών των υπόλοιπων κενών μεταβλητών λόγω της ύπαρξης περιορισμών. Αν το σύνολο των επιτρεπτών τιμών κάποιας μεταβλητής γίνει κενό, τότε δεν επιτρέπουμε την συγκεκριμένη ανάθεση τιμής στην ανωτέρω μεταβλητή.



Επίλυση CSP με ελαχιστοποίηση κόστους

- **Μέθοδοι τοπικής αναζήτησης και επεκτάσεις της**.
- Συνάρτηση κόστους μιας κατάστασης: πλήθος περιορισμών που παραβιάζονται
- Για κατάσταση-**λύση του CSP**: **ολικό ελάχιστο του κόστους (τιμή 0)**.
- Γειτονικές καταστάσεις: προκύπτουν από την τρέχουσα αλλάζοντας την τιμή μιας μεταβλητής.
- Η μέθοδος της **Προσομοιούμενης Ανόπτησης** δίνει συνήθως πολύ καλά αποτελέσματα. Εάν κατά την αναζήτηση εντοπίσουμε κατάσταση με κόστος 0, τερματίζουμε αμέσως.