Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων ΕΕ 2015–2016

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής 1–4–2016

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΠΡΩΤΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Είναι γνωστό ότι η μέθοδος απαλοιφής του Gauss (χωρίς οδήγηση) είναι ευσταθής, όταν χρησιμοποιείται για επίλυση γραμμικών συστημάτων της μορφής $Ax = b$, αν ο $n \times n$ πίνακας A έχει αυστηρά κυριαρχική διαγώνιο ως προς τις γραμμές, δηλαδή αν ισχύει

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} |a_{ij}| < |a_{ii}|, \quad i = 1, \dots, n.$$

Γράψτε ένα πρόγραμμα σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN ή σε Matlab, το οποίο να υλοποιεί τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss χωρίς οδήγηση. Λάβετε υπ' όψιν σας τις εξής οδηγίες:

- Γράψτε ένα υποπρόγραμμα, το οποίο να ελέγχει κατά πόσον ένας πίνακας έχει αυστηρά κυριαρχική διαγώνιο.
- Γράψτε ένα υποπρόγραμμα, το οποίο να αναλύει έναν πίνακα A σε γινόμενο LU, όπου L είναι κάτω τριγωνικός πίνακας με μονάδες στη διαγώνιο και U άνω τριγωνικός πίνακας.
- Γράψτε ένα υποπρόγραμμα, το οποίο να επιλύει συστήματα της μορφής $Ly = b$ και $Ux = y$.
- Στο κυρίως πρόγραμμα η διάσταση n να είναι παράμετρος και να δίνεται μαζί με τον πίνακα A και το διάνυσμα b για κάθε πρόβλημα. Αν ο A δεν έχει αυστηρά κυριαρχική διαγώνιο, σταματάμε την υλοποίηση δίνοντας σχετικό μήνυμα. Διαφορετικά καλούμε τα υποπρογράμματα και υπολογίζουμε τη λύση του συστήματός μας.

Εφαρμογές

Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμά σας για να λύσετε αριθμητικά τα εξής γραμμικά συστήματα με πίνακα συντελεστών A και δεξιό μέλος b:

$1^{\underline{o}}$ Παράδειγμα: (τα στοιχεία του A που δεν αναφέρονται είναι μηδέν)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & & & & 1 \\ 1 & 4 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & 1 & & \\ & & 1 & 4 & 1 & \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ 1 & & & & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \\ 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$2^{\underline{o}}$ Παράδειγμα:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 15 & -1 & 1 & 0 & -3 & 0 & 5 & 2 \\ -2 & -1 & 16 & 2 & 3 & 4 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 20 & 3 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & 1 & 22 & -1 & 5 & 2 & 2 \\ -1 & -3 & -1 & 1 & -4 & 38 & 9 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & -1 & -3 & 1 & 32 & 7 & 1 \\ -2 & 4 & 1 & -2 & -4 & -2 & 12 & 30 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & -1 & -2 & -4 & 6 & 3 & 42 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -17 \\ 21 \\ 3 \\ -27 \\ 31 \\ 7 \\ -36 \end{pmatrix}.$$

[Οι λύσεις και στα δύο Παραδείγματα έχουν συνιστώσες $1, 0, -1, 1, 0, \ldots, -1$, δηλαδή $1, 0, -1$ επαναλαμβανόμενες περιοδικά.]

Παράδοση

- Θα παραδώσετε ένα πρωτόκολλο με το πρόγραμμά σας και τα αποτελέσματα. Επίσης, κατά την παράδοση θα κληθείτε να εξηγήσετε πώς ακριβώς δουλεύει το πρόγραμμά σας, τι κάνει σε κάθε βήμα, να το τρέξετε στον υπολογιστή κ.λπ.
- Το πρόγραμμά σας πρέπει να περιέχει πολλά σχόλια, ώστε να μπορεί κανείς εύκολα να καταλάβει τι ακριβώς γίνεται σε κάθε βήμα.
- Κάθε φοιτητής πρέπει να ετοιμάσει το δικό του πρόγραμμα.
- Η παράδοση της πρώτης εργαστηριακής Άσκησης θα γίνει στο χρονικό διάστημα από τη Δευτέρα, 9–5–2016, έως την Τετάρτη, 18–5–2016, είτε σε έναν από τους βοηθούς, κ. Θεόφιλο Κατσιγιάννη (tkatsigiannis@gmail.com) και κ. Ευστάθιο Μπαλίκα (balikastathis@gmail.com), είτε στον διδάσκοντα. Κάθε φοιτητής πρέπει να επικοινωνήσει με αυτόν στον οποίο θέλει να παραδώσει την εργαστηριακή Άσκηση, και από κοινού να ορίσουν κάποια συγκεκριμένη ώρα παράδοσης της Άσκησης.