

Σκελετοποίηση και Κατάτμηση 3Δ Αρθρωτών Μοντέλων

Η
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

Υποβάλλεται στην

ορισθείσα από την Γενική Συνέλευση Ειδικής Σύνοψης
του Τμήματος Πληροφορικής
Εξεταστική Επιτροπή

από τον

Γεώργιο Καρπάθιο

ως μέρος των Υποχρεώσεων

για τη λήψη

του

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

ΜΕ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ ΣΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ

Ιούλιος 2009

ΑΦΙΕΡΩΣΗ

Στην οικογένεια μου, Στέλιο, Αναστασία και Ευαγγελία.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα μου, Επίκουρο Καθηγητή κ. Ιωάννη Φούντο, για τη βοήθεια, τις συζητήσεις, και την ανεξάντλητη υπομονή που επέδειξε κατά τη διάρκεια της συνεργασίας μας.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους πολύ κοντινούς μου φίλους Ανδρέα Βασιλάκη, Μενέλαο Μαρκουλάκη, Αλέξανδρο Χαμαλίδη, Θεοδόση Γιούση, Γιώργο Παπαδόπουλο, Σπύρο Πανάγου, και Γιώργο Λιάντζη, για τη συνεχή τους στήριξη και όλες τις αξέχαστες ευχάριστες στιγμές.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ
ΑΦΙΕΡΩΣΗ	ii
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	iii
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	iv
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	vi
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ	vii
EXTENDED ABSTRACT IN ENGLISH	ix
ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΣΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ	xii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1. Στόχοι – Ορισμός του προβλήματος	1
1.2. Σχετική Εργασία	2
1.2.1. Σκελετοποίηση	3
1.2.2. Κατάτμηση	4
1.3. Δομή της Διατριβής	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	10
2.1. Διανύσματα	10
2.1.1. Εσωτερικό Γινόμενο Διανυσμάτων	11
2.1.2. Γωνία μεταξύ διανυσμάτων	12
2.1.3. Προβολή διανύσματος πάνω σε μοναδιαίο διάνυσμα	12
2.1.4. Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων	13
2.2. Δομές Αναπαράστασης Αντικειμένων	14
2.2.1. Πολυεδρική Αναπαράσταση	14
2.3. Κυρτό Περίβλημα	15
2.4. Ο Αλγόριθμος του Dijkstra	16
2.4.1. Περιγραφή του αλγορίθμου	17
2.4.2. Πολυπλοκότητα του αλγορίθμου	18
2.5. Multidimensional Scaling	19
2.6. Principal Component Analysis	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΞΑΓΟΝΤΑΣ ΣΚΕΛΕΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΠΟ 3Δ ΝΕΦΗ ΣΗΜΕΙΩΝ	24
3.1. Συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου	24
3.2. Το γράφημα γειτονικότητας και το γεωδαιτικό γράφημα	25
3.2.1. Το γράφημα γειτονικότητας	25
3.2.2. Το γεωδαιτικό γράφημα	27
3.3. Επίπεδα και διακλαδώσεις	28
3.4. Σκελετικά τμήματα	30
3.5. Βελτιώσεις	32

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΚΑΤΑΤΜΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΙ ΕΞΑΓΩΓΗ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ	33
4.1. Συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου	34
4.2. Αναπαράσταση ανεξαρτήτου στάσης	35
4.3. Εντοπισμός χαρακτηριστικών σημείων	38
4.4. Εξαγωγή τμημάτων	40
4.4.1. Σφαιρικός Κατοπτρισμός	40
4.4.2. Εξαγωγή του κεντρικού τμήματος του S	42
4.4.3. Εξαγωγή των υπολοίπων τμημάτων	44
4.4.4. Αντιστοίχιση στο αρχικό μοντέλο	44
4.5. Εξομάλυνση ορίων	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	47
5.1. Λεπτομέρειες Υλοποίησης	47
5.2. Πειραματικά αποτελέσματα	49
5.2.1. Συμπεράσματα	52
5.2.2. Εικόνες	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ	61
ΑΝΑΦΟΡΕΣ	62
ΣΥΝΤΟΜΟ ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ	65

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

	Σελ
Σχήμα 1.1 : Παρουσιάζονται αποτελέσματα του αλγορίθμου του [23].	5
Σχήμα 1.2 : Διαφορετικές περιπτώσεις τομών σφαίρας με επιφάνεια : (a) Μια, (b) Δυο, (c) Τρεις ή περισσότερες. [24]	6
Σχήμα 1.3 : Εξαγωγή τμημάτων και χαρακτηριστικών του [24] σε διαφορετική κλίμακα (ακτίνα σφαιρών).	7
Σχήμα 1.4 : Διάφορες τιμές για το πλήθος των τομών στο [26].	8
Σχήμα 2.1 : Διάνυσμα με κατεύθυνση από το A προς το B.	10
Σχήμα 2.2 : Κανονικοποίηση διανύσματος.	11
Σχήμα 2.3 : Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων.	13
Σχήμα 2.4 : Ιεραρχική δομή αναπαράστασης πολυεδρικού μοντέλου.	15
Σχήμα 2.5 : Κυρτό περίβλημα στις 2 διαστάσεις.	16
Σχήμα 2.6 : Κυρτό περίβλημα στις 3 διαστάσεις.	16
Σχήμα 2.7 : Πίνακας αποστάσεων μεταξύ πόλεων.	20
Σχήμα 2.8 : Χάρτης απεικόνισης πόλεων.	20
Σχήμα 2.9 : Fitting μιας ευθείας σε 2Δ σύνολο σημείων με χρήση PCA.	23
Σχήμα 2.10 : Fitting επιπέδου και ευθείας σε 3Δ σύνολο σημείων με χρήση PCA.	23
Σχήμα 3.1 : Επίπεδα 2 μοντέλων (αριστερά : dinosaur, δεξιά : human).	29
Σχήμα 3.2 : Διάσπαση συνεκτικής συνιστώσας σε δυο νέες συνιστώσες για την αποφυγή της εξόδου του σκελετού από το μοντέλο.	32
Σχήμα 4.1 : (αριστερά) Νέφη σημείων των Dinosaur (500 κορυφές) & Homer (500 κορυφές). (δεξιά) Η MDS αναπαράσταση τους.	37
Σχήμα 4.2 : Τα χαρακτηριστικά σημεία (με αυξημένο μέγεθος) που εντοπίστηκαν στα μοντέλα Armadillo, Dilophosaurus, Human, Horse.	39
Σχήμα 4.3 : Σφαιρικός κατοπτρισμός της MDS αναπαράστασης του μοντέλου Homer.	41
Σχήμα 4.4 : Άλογο πριν και μετά την επέκταση του κεντρικού τμήματος.	43
Σχήμα 4.5 : (πάνω) Εξομάλυνση της περιοχής του χεριού του μοντέλου Homer. (κάτω) Εξομάλυνση της περιοχής του κεφαλιού του μοντέλου Horse.	46
Σχήμα 5.1 : Στιγμιότυπο του προγράμματος με τη γραφική διεπαφή και την απεικόνιση του μοντέλου Armadillo.	48
Σχήμα 5.2 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Armadillo.	55
Σχήμα 5.3 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Dilophosaurus.	56
Σχήμα 5.4 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Homer.	57
Σχήμα 5.5 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Cow.	58
Σχήμα 5.6 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Horse.	59
Σχήμα 5.7 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Dinosaur.	60

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

	Σελ
Πίνακας 5.1 : Βασικές πληροφορίες για τα μοντέλα.	50
Πίνακας 5.2 : Γενικά αποτελέσματα εκτελέσεων.	51
Πίνακας 5.3 : Συγκεκριμένοι χρόνοι κατάτμησης.	51
Πίνακας 5.4 : Ειδικά αποτελέσματα σκελετοποίησης.	53
Πίνακας 5.5 : Ειδικά αποτελέσματα κατάτμησης.	54

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

	Σελ
Αλγόριθμος 2.1 : Ο αλγόριθμος του Dijkstra.	18
Αλγόριθμος 3.1 : Υπολογισμός γειτονικών κορυφών.	27
Αλγόριθμος 3.2 : Υπολογισμός του σημείου αναφοράς.	28
Αλγόριθμος 3.3 : Αφαίρεση ακμών και διάσπαση των επιπέδων σε συνεκτικές συνιστώσες.	30
Αλγόριθμος 4.1 : Επέκταση κύριου τμήματος.	43
Αλγόριθμος 4.2 : Εξομάλυνση ορίων με χρήση PCA.	45

EXTENDED ABSTRACT IN ENGLISH

George Karpathios.

MSc, Computer Science Department, University of Ioannina, Greece. July 2009.

Supervisor: Ioannis Fudos.

Skeleton extraction and segmentation of 3D models are the key issues in various areas of computer graphics, such as modeling, compression, simplification, 3D shape retrieval, collision detection, morphing, and animation. Their results are used in a great variety of applications, for instance videogames, computer generated movies, medical applications, simulation environments, and virtual reality.

In this thesis, we have implemented two robust methods for the segmentation and skeleton extraction of 3D articulated models, in an attempt to obtain additional information for these models, which is usually absent from their standard representation, but useful in advanced applications, such as animation and morphing. Our primary goal was to increase efficiency and speed, and minimize the degree of user intervention.

The structure of the thesis is as follows: In Chapter 2, we explain the theoretical background and some elementary concepts around computer graphics and computational geometry. Chapter 3 focuses on the problem of skeleton extraction and describes the algorithm that was implemented to achieve the desired results. It is based on partitioning the model into level sets, according to their geodesic distance from a specific source point. Then, each level set is partitioned into its connected components using the union-find algorithm, and finally the centroids of each component are connected to obtain the skeletal segments of the model. Chapter 4 describes the method we selected and implemented for the segmentation of the model. It is realized in three steps: First, we transform the mesh into a pose-invariant

representation using multi-dimensional scaling. Second, the feature points of the model are extracted via an automated process, and finally, we use spherical mirroring on the vertices to extract the core component of the model. The remaining components are extracted with breadth-first search that starts from the feature points. Chapter 5 deals with implementation issues, the software that was used for the developing system, and provides performance results. Finally, Chapter 6 proposes some optimizations on various aspects of our system, and highlights possible future research directions.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Γεώργιος Καρπάθιος του Στυλιανού και της Αναστασίας.

MSc, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Ελλάδα. Ιούλιος 2009.

Επιβλέπωντας : Ιωάννης Φούντος.

Η εξαγωγή του σκελετού ενός 3D αντικειμένου και η διάσπαση του σε υποτμήματα αποτελούν δυο πολύ σημαντικά προβλήματα σε διάφορες περιοχές των γραφικών, όπως μοντελοποίηση, συμπίεση, απλοποίηση, 3D ανάκτηση, ανίχνευση συγκρούσεων, μεταμόρφωση και κίνηση, συγκεντρώνοντας πλήθος ερευνητικής δραστηριότητας γύρω από αυτά. Τα αποτελέσματα τους χρησιμοποιούνται σε μια μεγάλη ποικιλία εφαρμογών, εμπορικών και μη, όπως βιντεοπαιχνίδια, ταινίες κατασκευασμένες με υπολογιστή, περιβάλλοντα προσομοίωσης, λογισμικό μοντελοποίησης κ.α.

Στα πλαίσια της εργασίας αυτής υλοποιήθηκαν και προσαρμόστηκαν δυο αλγόριθμοι, ένας για την κατάτμηση 3D μοντέλων σε εύλογα και χρήσιμα υποτμήματα, και ένας για την εξαγωγή του σκελετού του αντικειμένου, σε μια προσπάθεια για απόκτηση επιπλέον πληροφορίας γύρω από τα μοντέλα, που συνήθως απουσιάζει από τις μορφές αναπαράστασης τους, αλλά είναι απαραίτητη σε πλήθος εφαρμογών. Στόχος ήταν η υλοποίηση ενός συστήματος με υψηλή απόδοση και χαμηλό βαθμό αλληλεπίδρασης με το χρήστη, ο οποίος επιτεύχθηκε να γίνει ουσιαστικά μηδενικός.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Στόχοι – Ορισμός του προβλήματος

1.2 Σχετική Εργασία

1.3 Δομή της Διατριβής

1.1. Στόχοι – Ορισμός του προβλήματος

Η σκελετοποίηση και κατάτμηση 3D μοντέλων αποτελούν δυο πολύ σημαντικά προβλήματα γύρω από την περιοχή των γραφικών με υπολογιστή, με εξέχοντα ρόλο σε πάρα πολλούς τομείς όπως μοντελοποίηση (modeling), συμπίεση (compression), απλοποίηση (simplification), 3D ανάκτηση (3D shape retrieval), ανίχνευση συγκρούσεων (collision detection), μεταμόρφωση (morphing), και φυσικά κίνηση (animation). Αυτοί με τη σειρά τους χρησιμοποιούνται σε μια ευρεία γκάμα εφαρμογών, εμπορικών και μη, π.χ. βιντεοπαιχνίδια, computer generated ταινίες, ιατρικές εφαρμογές, περιβάλλοντα προσομοίωσης, εικονική πραγματικότητα κ.α.

Η αναπαράσταση οντοτήτων στα 3D γραφικά με υπολογιστή, στη συντριπτική πλειοψηφία των περιπτώσεων γίνεται χρησιμοποιώντας την πολυεδρική αναπαράσταση, δηλαδή ένα σύνολο σημείων στο χώρο που αναπαριστούν τις κορυφές του μοντέλου, καθώς και ένα σύνολο πλευρών (σχεδόν πάντα τρίγωνα) που ορίζουν οι κορυφές αυτές. Η σκελετοποίηση αφορά στην κατασκευή μιας μειωμένης εκδοχής του μοντέλου, την εύρεση - με πιο πρακτικά λόγια - ενός συνόλου αξόνων ή ευθυγράμμων τμημάτων στο εσωτερικό του, το οποίο περιγράφει όσο το δυνατόν καλύτερα τη γεωμετρία και την τοπολογία του μοντέλου στο χώρο. Η κατάτμηση,

από την άλλη, έχει ως στόχο να διαμερίσει ένα μοντέλο σε υποτμήματα σύμφωνα με κάποια κριτήρια. Το ζητούμενο και το αποτέλεσμα της κατάτμησης διαφέρει από εφαρμογή σε εφαρμογή, στην παρούσα περίπτωση όμως μας ενδιαφέρει η σημασιολογική προσέγγιση, δηλαδή η διαμέριση με τέτοιο τρόπο ώστε να αναγνωριστούν χρήσιμα και λογικά τμήματα που αντιστοιχούν σε φυσιολογικά χαρακτηριστικά του μοντέλου, για παράδειγμα να διαχωριστούν τα χέρια, τα πόδια, ο κορμός και το κεφάλι από ένα ανθρώπινο μοντέλο. Η κατάτμηση φυσικά μπορεί να προχωρήσει και σε επόμενα στάδια, διαχωρίζοντας π.χ το χέρι στα δυο υποτμήματα του, καθώς και στην παλάμη και στα δάχτυλα.

Σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν η υλοποίηση μεθόδων για την επεξεργασία 3D αρθρωτών μοντέλων με στόχο την απόκτηση επιπλέον πληροφορίας που είναι απαραίτητη για τη χρήση του μοντέλου σε συστήματα που απαιτούν πλήθος δεδομένων, όπως συστήματα κίνησης, μεταμόρφωσης, skinning κλπ. Ως πρωτεύον κριτήριο για την επιλογή των αλγορίθμων αποφασίστηκε να είναι η αλληλεπίδραση με το χρήστη, η οποία επιτεύχθηκε να γίνει ουσιαστικά μηδενική, καθώς και η αποδοτικότητα τους. Έχοντας λοιπόν ως είσοδο ένα 3D αρθρωτό μοντέλο, με μοναδική πληροφορία την πολυεδρική του αναπαράσταση, η έξοδος του συστήματος περιλαμβάνει ένα σύνολο ευθυγράμμων τμημάτων που αποτελούν το σκελετό του, καθώς και μια κατάτμηση του στα αναμενόμενα υποτμήματα με μεγάλη ακρίβεια και καλούς χρόνους απόδοσης.

1.2. Σχετική Εργασία

Υπάρχει πληθώρα ερευνητικής δραστηριότητας στη βιβλιογραφία γύρω από τα δυο σημαντικά θέματα της σκελετοποίησης και της κατάτμησης μοντέλων. Αναφέρονται στη συνέχεια οι πιο σημαντικές εργασίες σε σκελετοποίηση και κατάτμηση.

1.2.1. Σκελετοποίηση

Οι μέθοδοι σκελετοποίησης μπορούν να διαχωριστούν σε δυο βασικές κατηγορίες, τις γεωμετρικές, οι οποίες επικεντρώνονται στην επιφάνεια του μοντέλου και χρησιμοποιούν αυτήν ως πληροφορία, και αυτές που χρησιμοποιούν τον εσωτερικό όγκο του αντικειμένου (volumetric methods).

Στην πρώτη κατηγορία ανήκει ο πολύ δημοφιλής *Medial Axis Transform (MAT)* [3], ο οποίος αποτελείται από ένα σύνολο ευθυγράμμων τμημάτων που διέρχονται από το μέσο του αντικειμένου. Τα κυριότερα μειονεκτήματα του είναι η μικρή ανοχή στο θόρυβο και στην πολυπλοκότητα του μοντέλου, καθώς και το υψηλό υπολογιστικό κόστος όταν αναφερόμαστε στις 3 διαστάσεις. Έχουν προταθεί παραλλαγές του MAT οι οποίες χρησιμοποιούν διαγράμματα Voronoi [4, 5] καθώς και τριγωνοποιήσεις Delaunay [6]. Επίσης, τα γραφήματα Reeb είναι μια θεμελιώδης μονοδιάστατη δομή δεδομένων για την αποθήκευση των τοποθεσιών των σημαντικών σημείων του αντικειμένου, σε μια προσπάθεια αναπαράστασης του εσωτερικού σχήματος του μοντέλου [7, 8]. Συνήθως όμως, απαιτείται και κάποια τεχνική επαναδημιουργίας της γεωμετρίας του μοντέλου ώστε να παραχθούν έγκυρες σκελετοποιήσεις μ'αυτή τη μέθοδο [10, 11]. Άλλες μέθοδοι όπως στο [9] χρησιμοποιούν τις έννοιες των γεωδαιτικών αποστάσεων και των level-sets (σύνολα σημείων με κάποια κοινή ιδιότητα, συνήθως απόσταση από κάποιο σημείο αναφοράς) για την εξαγωγή των σκελετικών καμπυλών.

Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν μέθοδοι οι οποίες δημιουργούν διακριτές συναρτήσεις πεδίου πάνω στον όγκο του αντικειμένου. Έχουν προταθεί πολλές συναρτήσεις (distance transform, repulsive force field, radial basis) [12, 13, 14] οι οποίες αν και δίνουν αρκετά ακριβή αποτελέσματα, συνήθως είναι αρκετά χρονοβόρες και απαιτούν πληροφορία η οποία δεν παρέχεται και ούτε απαιτείται στη φύση των εφαρμογών που μας ενδιαφέρουν εδώ (κυρίως animation & morphing), όπως η αναπαράσταση του μοντέλου χρησιμοποιώντας voxels. Ωστόσο, χρησιμοποιούνται ευρέως σε άλλου είδους εφαρμογές, π.χ. 3D ιατρικές εικόνες.

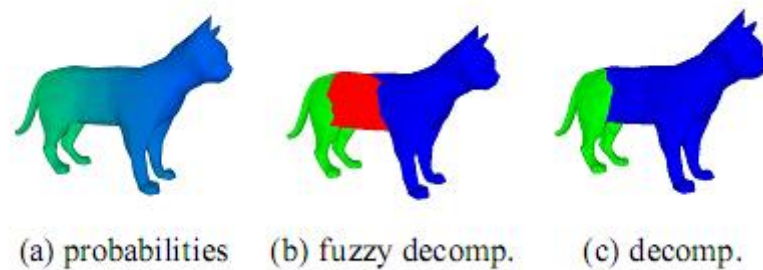
1.2.2. Κατάτμηση

Η κατάτμηση γενικά μπορεί να έχει ως οδηγό δυο προσεγγίσεις, γεωμετρική ή σημασιολογική. Η γεωμετρική αποσκοπεί στην διαμέριση του μοντέλου σε ένα σύνολο περιοχών με κάποια κοινή γεωμετρική ιδιότητα, π.χ. καμυλότητα ή απόσταση από κάποιο επίπεδο [18, 19]. Αυτή η κατάτμηση μπορεί υπό προϋποθέσεις να αποτελέσει βήμα προεπεξεργασίας για την αναγνώριση σημαντικών χαρακτηριστικών και έχει περισσότερες εφαρμογές σε CAD μοντέλα. Η σημασιολογική προσέγγιση, όπως προαναφέρθηκε, αποσκοπεί στο διαχωρισμό του μοντέλου με τέτοιο τρόπο ώστε να προκύπτουν εύλογα και διαισθητικά καλαίσθητα υποτμήματα, και είναι από τους τομείς με πολύ έντονη ερευνητική δραστηριότητα τα τελευταία χρόνια [20,21,22].

Εν γένει, είναι αρκετά δύσκολο να αξιολογήσει και να συγκρίνει κανείς άμεσα διάφορες μεθόδους κατάτμησης μεταξύ τους σχετικά με την ικανότητα τους να διαχωρίζουν μοντέλα σε λογικά υποτμήματα. Αυτό συμβαίνει κυρίως γιατί αφ' ενός οι διαφορετικές κατηγορίες αντικειμένων που χρησιμοποιούνται στα γραφικά με υπολογιστή είναι πάρα πολλές (από εικονικούς ανθρώπους μέχρι αντικείμενα που προκύπτουν από σάρωση, και από υψηλής πολυπλοκότητας μοντέλα ελεύθερης σχεδίασης μέχρι απλουστευμένα, χωρίς ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, αντικείμενα), και αφ' ετέρου διότι είναι αδύνατο να δοθεί επίσημος ορισμός του «σωστού υποτμήματος» και των ορίων που αυτά ορίζουν. Κάτι τέτοιο εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη φύση της εφαρμογής και την οπτική γωνία του χρήστη. Για παράδειγμα, όταν διαχωρίζουμε ένα ανθρώπινο μοντέλο, δε μπορούμε να απαντήσουμε απόλυτα αν ο λαιμός θα πρέπει να αποτελεί ξεχωριστό τμήμα, να ανήκει στο κεφάλι, ή να ανήκει στον κεντρικό κορμό. Το γεγονός αυτό έχει οδηγήσει πολλές μεθόδους σε εξειδίκευση γύρω από συγκεκριμένα πλαίσια.

Στο [23], η κεντρική ιδέα είναι η εύρεση πρώτα των κύριων τμημάτων χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο ομαδοποίησης, αφήνοντας όμως τα όρια μεταξύ τους ασαφή. Αυτά καθορίζονται στη συνέχεια, όπου ο αλγόριθμος επικεντρώνεται στις ασαφείς αυτές περιοχές και βρίσκει τα ακριβή όρια με τη βοήθεια και των χαρακτηριστικών του μοντέλου. Αρχικά λοιπόν, επιτρέπεται κάποια πλευρά (face) του μοντέλου να ανήκει σε περισσότερα από ένα τμήματα. Ο αλγόριθμος αποτελείται από 4 στάδια :

1. Αναθέτει αποστάσεις σε όλα τα ζεύγη πλευρών του μοντέλου, βασισμένες τόσο στις γεωδαιτικές τους αποστάσεις όσο και στις γωνιακές τους αποστάσεις.
2. Μετά τον υπολογισμό της αρχικής διάσπασης, αναθέτει σε κάθε πλευρά την πιθανότητα να ανήκει στο κάθε υπομήμα. Η πιθανότητα αυτή προκύπτει από τις αποστάσεις που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα (Σχήμα 1.1 (a)).
3. Υπολογισμός μιας ασαφούς διάσπασης τελειοποιώντας τις τιμές των πιθανοτήτων, με τη χρήση ενός επαναληπτικού σχήματος ομαδοποίησης (Σχήμα 1.1 (b)).
4. Κατασκευή των ορίων με μεγάλη ακρίβεια, χρησιμοποιώντας έναν minimum cut αλγόριθμο, και μετατρέποντας έτσι την ασαφή διάσπαση στην τελική (Σχήμα 1.1 (c)).



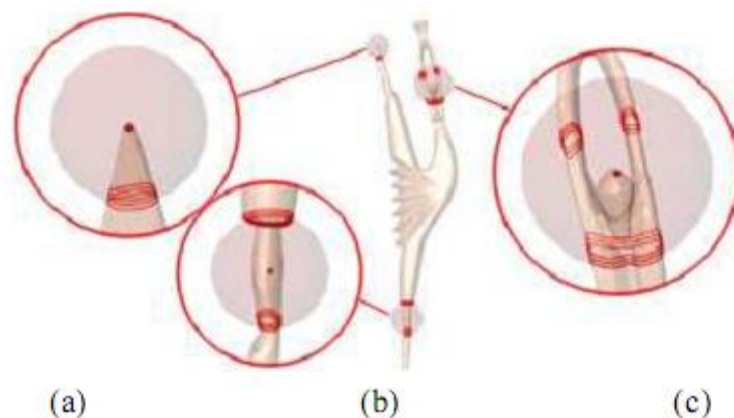
Σχήμα 1.1 : Παρουσιάζονται αποτελέσματα του αλγορίθμου του [23].

Το [2] αποτελείται από 3 βασικά στάδια: Multi-dimensional scaling (MDS), εξαγωγή των χαρακτηριστικών σημείων, και υπολογισμός του κεντρικού τμήματος. Θα αναλύσουμε τον αλγόριθμο αυτόν σε βάθος στο Κεφάλαιο 4, καθώς αποτέλεσε την επιλογή για την υλοποίηση μας.

Το [24] παρέχει κατάτμηση σχήματος σε ομάδες κορυφών που έχουν παρόμοια συμπεριφορά/ιδιότητες από την οπτική γωνία της μορφολογίας του σχήματος. Η κεντρική ιδέα είναι να αναλυθεί το σχήμα χρησιμοποιώντας ένα σύνολο σφαιρών αυξανόμενης ακτίνας, τοποθετημένων στις κορυφές του μοντέλου. Το είδος και το μέγεθος των τομών μεταξύ των σφαιρών και του αντικειμένου παρέχει σημαντική πληροφορία για το σχήμα του αντικειμένου η οποία μπορεί να

χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση της επιφάνειας και την κατάτμηση. Έχοντας λοιπόν την πολυεδρική αναπαράσταση ενός 3Δ μοντέλου M και ένα σύνολο ακτίνων R_i , $i=1, \dots, n$, έστω $S_i = S(p, R_i)$ η σφαίρα με ακτίνα R_i και κέντρο p , και γ_i είναι το περίβλημα της περιοχής του M που περιέχει το p και περιορίζεται από τις τομές που προκύπτουν μεταξύ του M και της σφαίρας S_i . Οι πρώτες ποιοτικές πληροφορίες για τα μορφολογικά χαρακτηριστικά στην περιοχή γύρω από την κορυφή p προκύπτουν από το πλήθος των συνεκτικών συνιστώσων του γ_i . Αναλύονται 3 περιπτώσεις :

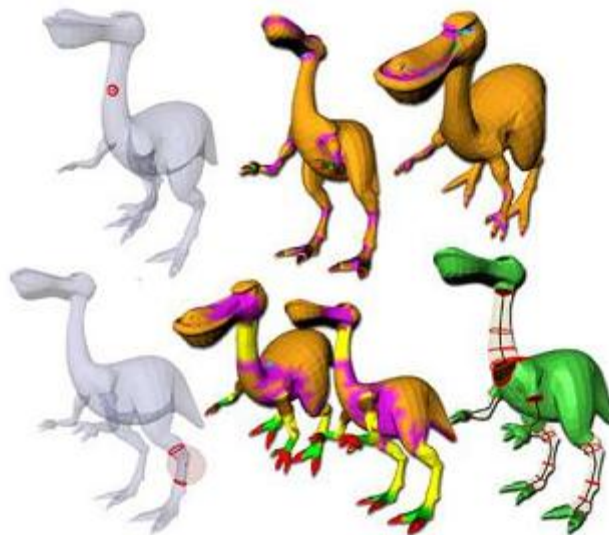
1. Μια συνιστώσα : Η επιφάνεια γύρω από το p θεωρείται τοπολογικά ισοδύναμη με ένα δίσκο (Σχήμα 1.2(a)).
2. Δυο συνιστώσες : Η επιφάνεια γύρω από το p θεωρείται κυλινδρική (Σχήμα 1.2(b)).
3. Τρεις ή περισσότερες συνιστώσες : Στη γειτονιά του p συμβαίνει διακλάδωση της επιφάνειας (Σχήμα 1.2(c)).



Σχήμα 1.2 : Διαφορετικές περιπτώσεις τομών σφαίρας με επιφάνεια : (a) Μια, (b) Δυο, (c) Τρεις ή περισσότερες. [24]

Για παράδειγμα, για ένα λεπτό άκρο του σώματος, η τομή θα ξεκινάει με μια συνιστώσα και κάποια στιγμή θα χωριστεί σε δυο συνιστώσες. Μετά από το πρώτο αυτό βήμα, υπολογίζονται διάφορες άλλες ιδιότητες ώστε να τελειοποιηθεί η κατηγοριοποίηση σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, όπως αιχμηρές προεξοχές ή κοιλότητες, μέρη που ενώνονται ή διαχωρίζονται, κλπ. Για τον εντοπισμό μικρών

χαρακτηριστικών/λεπτομερειών χρησιμοποιούνται μικρές σφαίρες, ενώ οι μεγάλες χρησιμεύουν στην ανάλυση των γενικών χαρακτηριστικών του μοντέλου. Προκύπτει λοιπόν το συμπέρασμα ότι η επιλογή των ακτίνων έχει αντίκτυπο στην κλίμακα των χαρακτηριστικών που θέλουμε να εξάγουμε (Σχήμα 1.3).

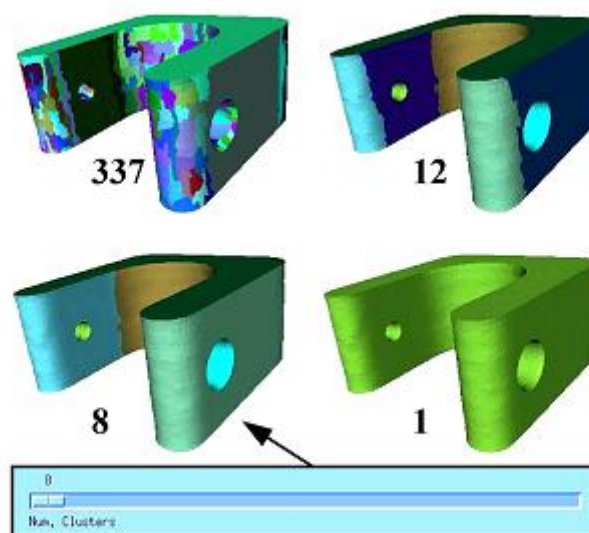


Σχήμα 1.3 : Εξαγωγή τμημάτων και χαρακτηριστικών του [24] σε διαφορετική κλίμακα (ακτίνα σφαιρών).

Βασισμένο κατά κάποιο τρόπο στην ιδέα του [24], το [25] την εξειδικεύει προς τη διάσπαση του σχήματος σε κυλινδρικά υποτμήματα και εξάγει ταυτόχρονα τους σκελετικούς άξονες των χαρακτηριστικών. Για το λόγο αυτό δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα κυρίως σε αρθρωτά αντικείμενα.

Στο [26] χρησιμοποιείται αλγόριθμος ομαδοποίησης με τη βοήθεια πρωτογενών σχημάτων από ένα προκαθορισμένο σύνολο (επίπεδα, σφαίρες, κύλινδροι). Η μέθοδος αυτή είναι πλήρως αυτοματοποιημένη και δημιουργεί ένα δυαδικό δένδρο από τομείς, κάθε ένας από τους οποίους προσεγγίζεται από κάποιο βοηθητικό σχήμα. Αρχικά κάθε τρίγωνο αποτελεί έναν ξεχωριστό τομέα, και επαναληπτικά ελέγχονται όλα τα ζεύγη γειτονικών τομέων. Το ζευγάρι που προσεγγίζεται καλύτερα από κάποιο από τα βοηθητικά σχήματα, ενώνεται και σχηματίζει έναν νέο τομέα. Το σφάλμα προσέγγισης αξιολογείται χρησιμοποιώντας

την ίδια μετρική για όλα τα βοηθητικά σχήματα, ώστε να έχει νόημα η επιλογή του καταλληλότερου για να προσεγγίσει το σύνολο των τριγώνων σε κάποιον τομέα. Μία συνηθισμένη επιλογή μετρικής είναι η L^2 . Το σύστημα αυτό αποδείχθηκε εξαιρετικά αποδοτικό και ανεκτικό σε θόρυβο. Επίσης έχει τη δυνατότητα να επεκτείνει το αρχικό του σύνολο των βοηθητικών σχημάτων on demand, υπολογίζοντας εσωτερικά τόσο τις παραμέτρους προσέγγισης όσο και το σφάλμα. Επιπλέον, δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να ορίζει δυναμικά μέσω διεπαφής (π.χ. με έναν slider) το επιθυμητό πλήθος των τομέων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4, ή ένα όριο σφάλματος.



Σχήμα 1.4 : Διάφορες τιμές για το πλήθος των τομέων στο [26].

1.3. Δομή της Διατριβής

Το υπόλοιπο της εργασίας είναι οργανωμένο ως εξής : Στο Κεφάλαιο 2 αναλύονται και επεξηγούνται θεμελιώδη στοιχεία των γραφικών σε υπολογιστή και της υπολογιστικής γεωμετρίας που χρησιμοποιήσαμε κατά τη διεκπεραίωση της, ώστε να είναι τα επόμενα κεφάλαια περισσότερο κατανοητά στον αναγνώστη. Το Κεφάλαιο 3 επικεντρώνεται στο πρόβλημα της σκελετοποίησης και περιγράφει τον αλγόριθμο

που χρησιμοποιήσαμε εδώ για την επίλυση του. Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφεται η μέθοδος που επιλέξαμε για την κατάτμηση του μοντέλου στα επιμέρους τμήματα του. Το Κεφάλαιο 5 ασχολείται με θέματα υλοποίησης και του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε, και παρέχει τα κυριότερα αποτελέσματα του συστήματος που κατασκευάστηκε τόσο ποιοτικά όσο και σε θέματα απόδοσης. Τέλος, το Κεφάλαιο 6 κλείνει την εργασία ανακεφαλαιώνοντας τα όσα επιτεύχθηκαν, και προτείνει πιθανές κατευθύνσεις για μελλοντικές επεκτάσεις.

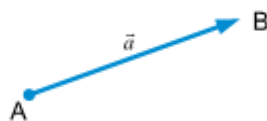
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

- 2.1 Διανύσματα
 - 2.2 Δομές Αναπαράστασης Αντικειμένων
 - 2.3 Κυρτό Περίβλημα
 - 2.4 Ο Αλγόριθμος του Dijkstra
 - 2.5 Multidimensional Scaling
 - 2.6 Principal Component Analysis
-

Στο κεφάλαιο αυτό ασχολούμαστε με την επεξήγηση των βασικών εννοιών και ιδιοτήτων που είναι απαραίτητες για την κατανόηση της υπόλοιπης εργασίας.

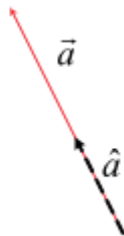
2.1. Διανύσματα

Τα διανύσματα χρησιμοποιούνται ευρέως στον τομέα των γραφικών, και συνήθως εργαζόμαστε με διανύσματα δυο, τριών, και τεσσάρων διαστάσεων. Ένα διάνυσμα αναπαρίσταται ως ένα βέλος συγκεκριμένου μήκους το οποίο «δείχνει» προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση.



Σχήμα 2.1 : Διάνυσμα με κατεύθυνση από το A προς το B.

Στο εξής θα χρησιμοποιούμε ως σημείο αναφοράς το διάνυσμα στις 3 διαστάσεις, καθώς αυτό είναι που χρησιμοποιείται περισσότερο, χωρίς όμως να σημαίνει πως οι περισσότεροι από τους ακόλουθους ορισμούς και ιδιότητες δεν γενικεύονται και σε διανύσματα n διαστάσεων. Συμβολίζουμε λοιπόν με \vec{x} ένα διάνυσμα στις 3 διαστάσεις με συντεταγμένες (x, y, z) , και με $|\vec{x}|$ το μέτρο του διανύσματος, το οποίο ορίζεται ως η ευκλείδεια απόσταση από την αρχή ως το τέλος του, συνεπώς $|\vec{x}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Μοναδιαίο λέγεται κάθε διάνυσμα \vec{x} τέτοιο ώστε $|\vec{x}|=1$. Η διαδικασία μετατροπής ενός διανύσματος σε μοναδιαίο ονομάζεται κανονικοποίηση και προκύπτει διαιρώντας το διάνυσμα με το μέτρο του, δηλαδή αν \hat{x} είναι το κανονικοποιημένο διάνυσμα (normal vector), τότε $\hat{x} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}$. Ακολουθούν μερικές χρήσιμες ιδιότητες των διανυσμάτων.



Σχήμα 2.2 : Κανονικοποίηση διανύσματος.

2.1.1. Εσωτερικό Γινόμενο Διανυσμάτων

Το εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων \vec{v} και \vec{w} είναι ένας πραγματικός αριθμός και ορίζεται ως εξής :

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = v_x w_x + v_y w_y + v_z w_z$$

Ή σε πιο γενική μορφή, $\vec{v} \cdot \vec{w} = \sum v_i w_i$, όπου v_x είναι η συνιστώσα x του διανύσματος v .

Ιδιότητες εσωτερικού γινομένου:

1. Συμμετρική, $\vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{w} \cdot \vec{v}$
2. $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = \vec{0}$
3. Διγραμμική, $\vec{v} \cdot (\vec{u} + a\vec{w}) = \vec{v} \cdot \vec{u} + a(\vec{v} \cdot \vec{w})$

2.1.2. Γωνία μεταξύ διανυσμάτων

Το εσωτερικό γινόμενο μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε τη γωνία που σχηματίζουν δυο διανύσματα. Για τον υπολογισμό λοιπόν της γωνίας θ μεταξύ των διανυσμάτων \vec{v} και \vec{w} χρησιμοποιείται ο τύπος : $\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| |\vec{w}| \cos\theta$

$$\text{Άρα } \theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| |\vec{w}|} \right).$$

2.1.3. Προβολή διανύσματος πάνω σε μοναδιαίο διάνυσμα

Αν έχουμε το μοναδιαίο διάνυσμα \vec{v} και ένα άλλο διάνυσμα \vec{w} μπορούμε να προβάλουμε το \vec{w} κάθετα πάνω στο \vec{v} . Για το διάνυσμα προβολής \vec{u} ισχύει :

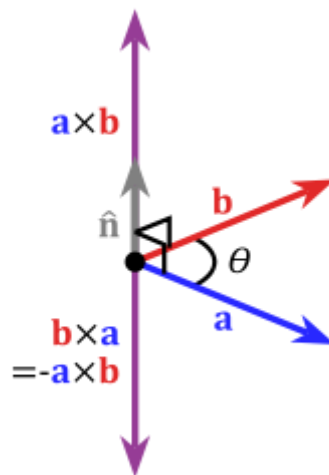
$$|\vec{u}| = |\vec{w}| \cos\theta = |\vec{w}| \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| |\vec{w}|} \right) = \vec{v} \cdot \vec{w}$$

Επομένως το εσωτερικό γινόμενο των \vec{v} και \vec{w} ισούται με το μήκος της προβολής του \vec{w} υπό την προϋπόθεση ότι το \vec{v} είναι μοναδιαίο.

2.1.4. Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

Το εξωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b} είναι ένα διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα \vec{a} και \vec{b} και ορίζεται ως εξής :

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}$$
 , όπου τα $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$, αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι το εξωτερικό γινόμενο δεν έχει την αντιμεταθετική ιδιότητα καθώς $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$. Η χρήση του εξωτερικού γινομένου έγκειται κυρίως στον υπολογισμό των κάθετων διανυσμάτων στις επιφάνειες που χρησιμοποιούνται κατά την πολυεδρική αναπαράσταση των αντικειμένων, με μία από τις κύριες εφαρμογές του, το φωτισμό τους. Γεωμετρικά, το μέτρο του εξωτερικού γινομένου αναπαριστά το εμβαδόν του παραλληλογράμμου με πλευρές $|\mathbf{a}|$ και $|\mathbf{b}|$.



Σχήμα 2.3 : Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων.

2.2. Δομές Αναπαράστασης Αντικειμένων

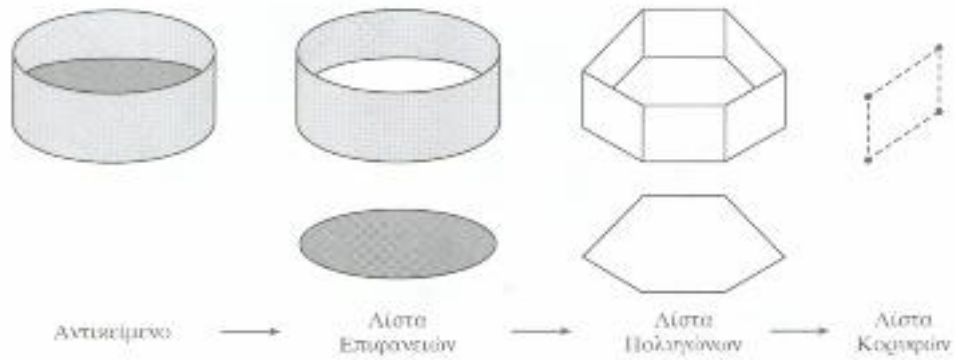
Στα γραφικά χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι για να αναπαραστήσουμε το σύνολο των αντικειμένων που αποτελούν το συνθετικό κόσμο. Η καταλληλότερη κάθε φορά προκύπτει από τη φύση της εφαρμογής και τη δομή των αντικειμένων που θέλουμε να αναπαραστήσουμε. Οι κυριότερες από αυτές είναι :

- Η πολυεδρική αναπαράσταση.
- Υποδιαίρεση χώρου σε voxels.
- Constructive Solid Geometry (CSG).
- Συστήματα σωματιδίων.

2.2.1. Πολυεδρική Αναπαράσταση

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται η πολυεδρική αναπαράσταση. Σύμφωνα με αυτή, τα αντικείμενα αναπαριστώνται με τη χρήση πολυγώνων. Έτσι, ένα σύνολο πολυγώνων στον τρισδιάστατο χώρο δημιουργεί ένα πολύεδρο. Πρόκειται για την παλαιότερη και πιο διαδεδομένη μέθοδο αναπαράστασης. Κατά κανόνα, πλέον όλα τα πολύγωνα που χρησιμοποιούνται είναι τρίγωνα, και αυτό συμβαίνει γιατί πολλοί αλγόριθμοι δουλεύουν μόνο με τρίγωνα ή απλοποιούνται κατά πολύ, ενώ και οι επεξεργαστές γραφικών ευνοούνται σημαντικά σε θέματα απόδοσης καθώς εσωτερικά επεξεργάζονται μόνο τρίγωνα.

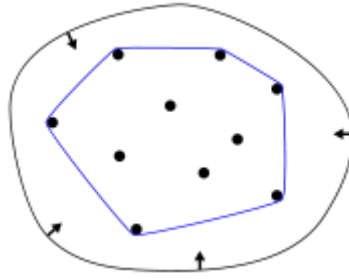
Η δομή που χρησιμοποιείται για την παράσταση πολυγωνικών μοντέλων είναι ιεραρχική. Κάθε αντικείμενο/πολύεδρο αποτελείται από μια λίστα επιφανειών, κάθε επιφάνεια αποτελείται από μια λίστα πολυγώνων και κάθε πολύγωνο από μια λίστα κορυφών. Συχνά αποθηκεύονται και άλλες πληροφορίες όπως ακμές, κανονικά διανύσματα σε πολύγωνα ή κορυφές κ.α. Ένα δείγμα της ιεραρχικής αυτής δομής φαίνεται στην Εικόνα 2.4.



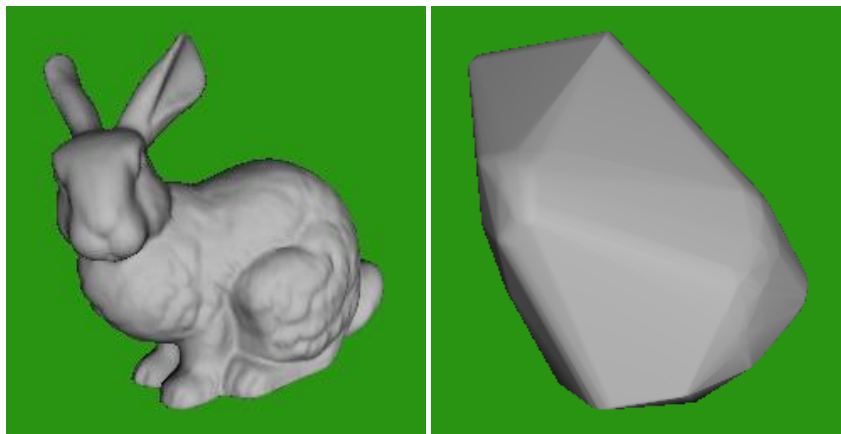
Σχήμα 2.4 : Ιεραρχική δομή αναπαράστασης πολυεδρικού μοντέλου.

2.3. Κυρτό Περίβλημα

Το κυρτό περίβλημα ενός συνόλου σημείων X είναι το ελάχιστο υποσύνολο του X το οποίο περικλείει στο εσωτερικό του το X . Στις 2 διαστάσεις, πρόκειται για μια κλειστή πολυγωνική γραμμή, ενώ στις 3, για ένα κλειστό πολύεδρο. Ο όρος κυρτό σημαίνει ότι κάθε ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δυο κορυφές μη προσκείμενες, βρίσκεται εξ' ολοκλήρου στο εσωτερικό του πολυγώνου/πολύεδρου. Ο υπολογισμός του κυρτού περιβλήματος αντικειμένου αποτελεί ένα από τα πιο θεμελιώδη προβλήματα της υπολογιστικής γεωμετρίας, και έχει αναπτυχθεί ένα μεγάλο πλήθος αλγορίθμων με διάφορες υπολογιστικές πολυπλοκότητες. Η ιδιότητα του κυρτού περιβλήματος να αναπαριστά χονδρικά το σχήμα του αντικειμένου, το κάνει απαραίτητο σε εφαρμογές όπως αναγνώριση προτύπων, επεξεργασία εικόνας και χώρου, στατιστική κ.α., και επίσης αποτελεί τη βάση πάνω στην οποία έχουν αναπτυχθεί διάφοροι άλλοι αλγόριθμοι της υπολογιστικής γεωμετρίας. Στα πλαίσια της εργασίας αυτής χρησιμοποιήσαμε έναν πολύ δημοφιλή και αποδοτικό αλγόριθμο υπολογισμού του κυρτού περιβλήματος, ονόματι *qhull*.



Σχήμα 2.5 : Κυρτό περίβλημα στις 2 διαστάσεις.



Σχήμα 2.6 : Κυρτό περίβλημα στις 3 διαστάσεις.

2.4. Ο Αλγόριθμος του Dijkstra

Ο αλγόριθμος του Dijkstra, σχεδιασμένος το 1959 από τον ομώνυμο επιστήμονα της πληροφορικής Edsger Dijkstra, είναι ένας αλγόριθμος αναζήτησης σε γραφήματα που επιλύει το πρόβλημα του συντομότερου μονοπατιού. Δηλαδή, δεδομένου ενός γραφήματος με μη αρνητικά κόστη ακμών, και μιας κορυφής εκκίνησης, ο αλγόριθμος υπολογίζει τα μονοπάτια με το ελάχιστο κόστος μεταξύ της κορυφής εκκίνησης και όλων των άλλων κορυφών, παράγοντας έτσι ένα δέντρο ελάχιστων μονοπατιών. Για παράδειγμα, αν έχουμε ένα γράφημα όπου οι κορυφές του

αναπαριστούν διάφορες πόλεις, και οι ακμές του αναπαριστούν τις συνδέσεις και τις αντίστοιχες αποστάσεις μεταξύ των πόλεων, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο του Dijkstra για να υπολογίσουμε τη συντομότερη διαδρομή από μια πόλη προς κάποια άλλη. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιείται ευρέως σε πρωτόκολλα δρομολόγησης μέσω δικτύου, όπως τα IS-IS και OSPF. Παρ' ολ' αυτά, στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των γεωδαιτικών αποστάσεων μεταξύ των κορυφών που απαρτίζουν τα μοντέλα μας.

2.4.1. Περιγραφή του αλγορίθμου

Ας ονομάσουμε τον αρχικό κόμβο εκκίνησης x . Ο αλγόριθμος αρχικά αναθέτει τιμές αποστάσεων (από τον αρχικό) σε όλους τους κόμβους, και διαδοχικά τις μειώνει μέχρι να καταλήξει στις ελάχιστες τιμές τους. Τα βήματα που ακολουθεί είναι τα εξής:

1. Αρχικά, αναθέτει τιμή απόστασης 0 στον αρχικό κόμβο (η απόσταση από τον εαυτό του), και $+\infty$ σε όλους τους άλλους.
2. Σημειώνει όλους τους κόμβους ως μη ελεγμένους (unvisited) και τον αρχικό κόμβο ως τρέχοντα.
3. Για τον κάθε τρέχοντα κόμβο, επισκέπτεται όλους τους μη ελεγμένους γείτονες του και υπολογίζει την απόσταση τους από τον αρχικό κόμβο. Για παράδειγμα, αν ο τρέχων κόμβος (έστω A) έχει απόσταση 6, και κάποια ακμή που τον ενώνει με τον B έχει κόστος/μήκος 2, τότε η νέα υπολογιζόμενη απόσταση του B από τον αρχικό είναι 8. Αν η νέα αυτή τιμή είναι μικρότερη από την προηγούμενη καταγεγραμμένη, αποθηκεύεται αυτή ως ελάχιστη.
4. Όταν έχουμε επισκεφτεί όλους τους γείτονες του τρέχοντος κόμβου, τον σημειώνουμε ως ελεγμένο (visited). Ένας τέτοιος κόμβος δεν θα ελεγηθεί ξανά, και η καταγεγραμμένη απόσταση του είναι η τελική και η ελάχιστη.
5. Ορίζουμε τον μη ελεγμένο κόμβο με τη μικρότερη απόσταση από τον αρχικό ως τον επόμενο τρέχοντα κόμβο, και επαναλαμβάνουμε από το βήμα 3.

Ακολουθεί ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου :

```

1  function Dijkstra (Graph, source):
2      for each vertex  $v$  in Graph:           // Initializations
3          dist[ $v$ ] := infinity                // Unknown distance
function from source to  $v$ 

4          previous[ $v$ ] := undefined           // Previous node in
optimal path from source

5          dist [source] := 0                  // Distance from source
to source
6           $Q$  := the set of all nodes in Graph
           // All nodes in the graph are unoptimized - thus are in  $Q$ 
7          while  $Q$  is not empty:             // The main loop
8               $u$  := vertex in  $Q$  with smallest dist[]
9              if dist[ $u$ ] = infinity:
10                 break                     // all remaining
vertices are inaccessible

11                 remove  $u$  from  $Q$ 
12                 for each neighbor  $v$  of  $u$ : // where  $v$  has not yet
been removed from  $Q$ .

13                     alt := dist[ $u$ ] + dist_between ( $u$ ,  $v$ )
14                     if alt < dist[ $v$ ]:     // Relax ( $u, v, a$ )
15                         dist[ $v$ ] := alt
16                         previous[ $v$ ] :=  $u$ 
17                 return previous[]

```

Αλγόριθμος 2.1 : Ο αλγόριθμος του Dijkstra.

2.4.2. Πολυπλοκότητα του αλγορίθμου

Στην απλοική υλοποιημένη μορφή του, οι κορυφές του γραφήματος αποθηκεύονται σε μια συνδεδεμένη λίστα ή έναν πίνακα, κάτι που κάνει τη λειτουργία

```

8           $u$  := vertex in  $Q$  with smallest dist []

```

να ολοκληρώνεται με μια γραμμική αναζήτηση ανάμεσα σε όλες τις κορυφές του γραφήματος. Σ' αυτή την περίπτωση, η συνολική πολυπλοκότητα είναι $O(V^2)$, όπου V το πλήθος των κορυφών. Αυτό τον καθιστά ασύμφορο για μεγάλο πλήθος κορυφών. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν όμως δομές που επιταχύνουν τον αλγόριθμο, όπως σωροί, λίστες γειτονικότητας κ.α. Χρησιμοποιήσαμε δυαδικό σωρό ελαχίστων, που εκτελεί την προαναφερθείσα λειτουργία σε σταθερό $O(1)$ χρόνο, αφού το ελάχιστο στοιχείο βρίσκεται πάντα στη ρίζα του δέντρου, και κοστίζει μόλις

$O(\log V)$ για την ταξινόμηση των στοιχείων στο σωρό. Συνολικά έτσι η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου μειώνεται σε $O(V \log V)$.

2.5. Multidimensional Scaling

Το multidimensional scaling (MDS, για συντομία) είναι ένα σύνολο στατιστικών τεχνικών που χρησιμοποιείται συχνά στην οπτικοποίηση πληροφορίας για την εξερεύνηση ομοιοτήτων ή διαφορών ανάμεσα σε δεδομένα. Απαιτεί ως είσοδο έναν πίνακα ομοιοτήτων/διαφορών μεταξύ των εξεταζόμενων αντικειμένων, και έχει ως έξοδο ένα νέο σύνολο σημείων με συντεταγμένες στον N -διάστατο χώρο. Ουσιαστικά πρόκειται για ταξινόμηση αντικειμένων στις N διαστάσεις έτσι ώστε παρόμοια αντικείμενα να βρίσκονται κοντά μεταξύ τους, ενώ αντικείμενα με μεγάλη διαφορά να απομακρύνονται (σε όρους διάφορων μετρικών). Συνήθως ο χώρος είναι ο δισδιάστατος ή τρισδιάστατος ευκλείδειος.

Υπάρχουν 3 γενικές κατηγορίες MDS, οι οποίες κυρίως εξαρτώνται από τη φύση του πίνακα εισόδου, αλλά και από το αποτέλεσμα που απαιτεί η εκάστοτε εφαρμογή : Classical MDS, Metric MDS, Non-metric MDS. Στην εργασία αυτή επιλέξαμε την τρίτη κατηγορία, η οποία βρίσκει μια συσχέτιση μεταξύ των τιμών του πίνακα εισόδου και των ευκλείδειων αποστάσεων ανάμεσα στα αντικείμενα, καθώς και την τοποθεσία του κάθε αντικειμένου στο χώρο. Από μια πιο τεχνική οπτική γωνία, ο αλγόριθμος υπολογίζει ένα σύνολο διανυσμάτων (όσα και τα αρχικά αντικείμενα) στις N διαστάσεις, τέτοιο ώστε οι ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ τους να αντιστοιχούν όσο το δυνατόν καλύτερα στις τιμές του πίνακα διαφορών, δηλαδή στις ομοιότητες ή ανομοιότητες των αρχικών αντικειμένων. Πρόκειται λοιπόν για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλών μεταβλητών, το οποίο επαναληπτικά ελαχιστοποιεί μια συνάρτηση που ονομάζεται *stress function*.

Η *stress function* μετράει την αντιστοιχία μεταξύ του αρχικού πίνακα και των νέων υπολογιζόμενων τιμών. Υπάρχουν διάφορες *stress functions*, οι οποίες έχουν τη γενική μορφή

$$S = \sqrt{\frac{\sum \sum (f(x_{ij}) - d_{ij})^2}{scale}} \quad (\text{Εξ. 2.1})$$

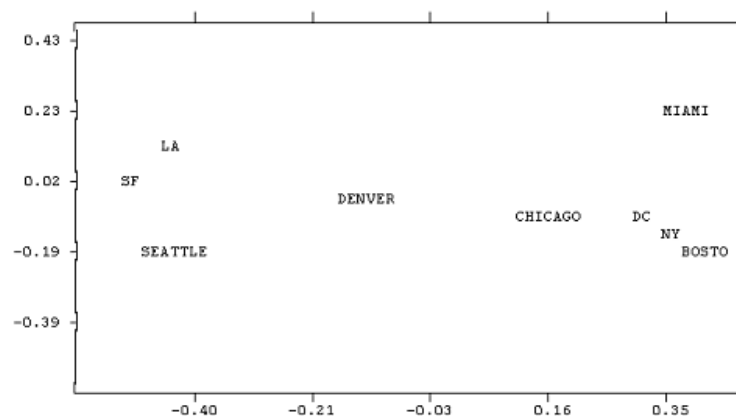
Η τιμή d_{ij} αναπαριστά την ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των σημείων i, j , ενώ η $f(x_{ij})$ είναι μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση πάνω στα δεδομένα εισόδου η οποία χρησιμοποιείται για τη συσχέτιση των d_{ij} και x_{ij} , προσπαθούμε δηλαδή η f να είναι τέτοια ώστε $d_{ij} \approx f(x_{ij})$, και η μεταβλητή $scale$ είναι ένας σταθερός παράγοντας που χρησιμοποιείται για να συγκρατεί την τιμή του $stress$ μεταξύ 0 και 1.

Ένα παράδειγμα εφαρμογής του MDS στις 2 διαστάσεις είναι το παρακάτω. Έστω ότι έχουμε διαθέσιμες τις αποστάσεις μεταξύ διάφορων πόλεων και θέλουμε να οπτικοποιήσουμε την πληροφορία αυτή για να κατασκευάσουμε έναν χάρτη. Θεωρούμε τις αποστάσεις ως διαφορές μεταξύ των πόλεων, και κατασκευάζουμε τον πίνακα εισόδου :

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
		BOST	NY	DC	MIAM	CHIC	SEAT	SF	LA	DENV
1	BOSTON	0	206	429	1504	963	2976	3095	2979	1949
2	NY	206	0	233	1308	802	2815	2934	2786	1771
3	DC	429	233	0	1075	671	2684	2799	2631	1616
4	MIAMI	1504	1308	1075	0	1329	3273	3053	2687	2037
5	CHICAGO	963	802	671	1329	0	2013	2142	2054	996
6	SEATTLE	2976	2815	2684	3273	2013	0	808	1131	1307
7	SF	3095	2934	2799	3053	2142	808	0	379	1235
8	LA	2979	2786	2631	2687	2054	1131	379	0	1059
9	DENVER	1949	1771	1616	2037	996	1307	1235	1059	0

Σχήμα 2.7 : Πίνακας αποστάσεων μεταξύ πόλεων.

Η εφαρμογή του MDS παράγει το ακόλουθο αποτέλεσμα :



Σχήμα 2.8 : Χάρτης απεικόνισης πόλεων.

2.6. Principal Component Analysis

Η PCA αποτελεί μία χρήσιμη στατιστική τεχνική για την ανάλυση δεδομένων και την ανακάλυψη προτύπων και συμπεριφορών γύρω από αυτά. Περιλαμβάνει μια μαθηματική διαδικασία η οποία μετασχηματίζει ένα πλήθος -πιθανόν συσχετιζόμενων- μεταβλητών σε ένα μικρότερο πλήθος μη συσχετιζόμενων μεταβλητών που ονομάζονται principal components.

Από μαθηματική σκοπιά, η PCA ορίζεται ως ένας ορθογώνιος γραμμικός μετασχηματισμός που μετασχηματίζει τα δεδομένα σε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων έτσι ώστε η μεγαλύτερη διακύμανση των δεδομένων να αντιστοιχεί στην πρώτη συντεταγμένη (first principal component), η δεύτερη μεγαλύτερη διακύμανση στη δεύτερη συντεταγμένη κ.ο.κ. Για παράδειγμα, δεδομένου ενός συνόλου σημείων στον ευκλείδειο χώρο, το πρώτο principal component αντιστοιχεί στην ευθεία που περνάει από το κέντρο βάρους των σημείων και ελαχιστοποιεί το σύνολο των αποστάσεων από τα σημεία αυτά.

Η PCA περιλαμβάνει τον υπολογισμό της αποσύνθεσης σε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα ενός πίνακα συνδιακύμανσης (covariance), ή τον υπολογισμό της SVD (singular value decomposition) ενός πίνακα δεδομένων. Ακολουθεί μία λεπτομερής περιγραφή της PCA με τη χρήση του πίνακα συνδιακύμανσης, η οποία χρησιμοποιήθηκε και στην παρούσα εργασία. Ο στόχος είναι να μετασχηματίσουμε ένα σύνολο δεδομένων X διάστασης M σε ένα σύνολο δεδομένων Y μικρότερης διάστασης L .

- *Οργάνωση του συνόλου δεδομένων*

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δεδομένα που αποτελούν ένα σύνολο παρατηρήσεων M μεταβλητών, και επιθυμούμε να μειώσουμε τα δεδομένα έτσι ώστε κάθε παρατήρηση μπορεί να περιγραφεί μόνο με L μεταβλητές, όπου $L < M$. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι τα δεδομένα είναι διατεταγμένα ως ένα σύνολο N διανυσμάτων X_1, \dots, X_n όπου το κάθε X_i αναπαριστά μια ομαδοποιημένη παρατήρηση των M μεταβλητών. Γράφουμε τα X_1, \dots, X_n ως διανύσματα στηλών, κάθε ένα από τα οποία έχει M γραμμές, και σχηματίζουμε έτσι έναν πίνακα X με διαστάσεις $M \times N$.

- *Υπολογισμός του εμπειρικού μέσου όρου (empirical mean)*

Αρχικά, πρέπει να υπολογίσουμε τον εμπειρικό μέσο όρο για κάθε διάσταση $m = 1, \dots, M$. Αυτό επιτυγχάνεται τοποθετώντας τις υπολογισμένες μέσες τιμές σε ένα διάνυσμα u με διαστάσεις $M \times 1$.

$$u[m] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X[m, n] \quad (\text{Εξ. 2.2})$$

- *Υπολογισμός των αποκλίσεων από το μέσο*

Στη συνέχεια, αφαιρούμε το διάνυσμα u από κάθε στήλη του πίνακα X και αποθηκεύουμε τα νέα δεδομένα στον $M \times N$ πίνακα B .

$$B = X - u \cdot h, \quad (\text{Εξ. 2.3})$$

όπου h είναι ένα $1 \times N$ διάνυσμα γραμμής με τιμές $1 : h[i] = 1$ για $i = 1, \dots, n$.

- *Εύρεση του πίνακα συνδιακύμανσης*

Στο βήμα αυτό πρέπει να βρούμε τον $M \times M$ πίνακα συνδιακύμανσης C από το εξωτερικό γινόμενο του πίνακα B με τον εαυτό του :

$$C = \mathbb{E}[B \otimes B] = \mathbb{E}[B \cdot B^*] = \frac{1}{N} B \cdot B^* \quad (\text{Εξ. 2.4})$$

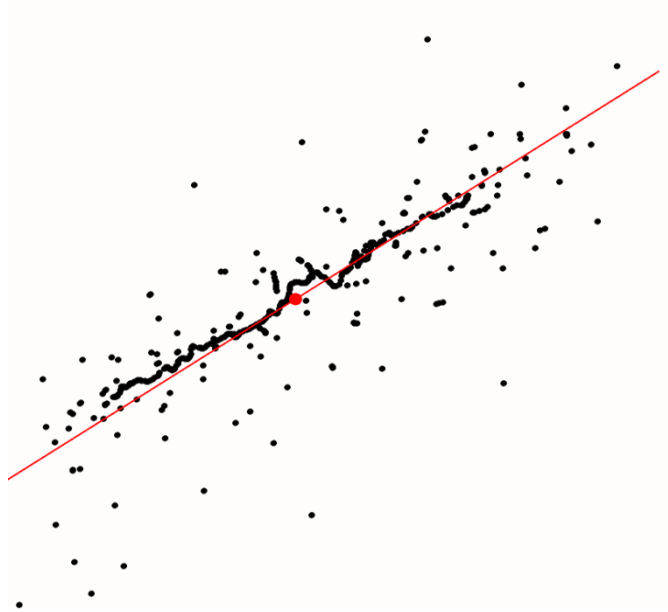
- *Εύρεση των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα συνδιακύμανσης*

Για να υπολογίσουμε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα συνδιακύμανσης, χρησιμοποιούμε singular value decomposition. Έπειτα από την εφαρμογή της SVD παρατηρούμε ότι οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα είναι διατεταγμένα και αντιστοιχισμένα (η m -οστή ιδιοτιμή αντιστοιχεί στο m -οστό ιδιοδιάνυσμα) αλλά δεν είναι ταξινομημένα.

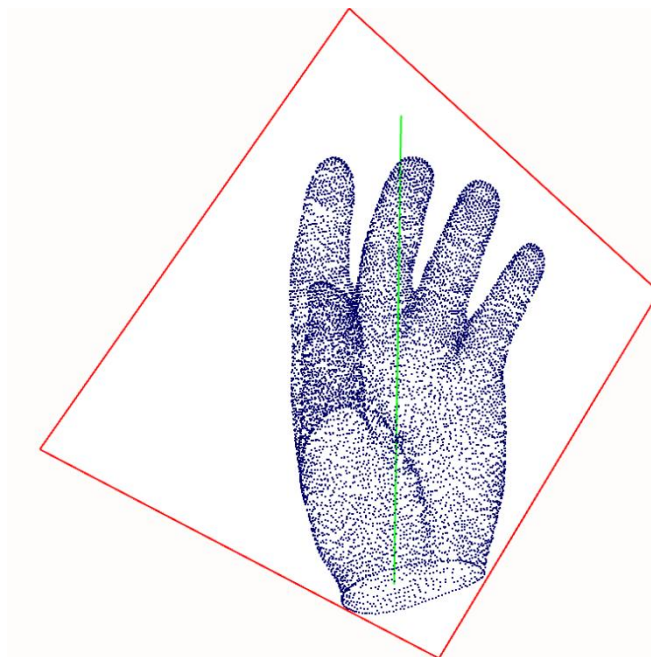
- *Αναδιάταξη των ιδιοτιμών και των ιδιοδιανυσμάτων*

Τέλος, ταξινομούμε τις στήλες του πίνακα ιδιοδιανυσμάτων V και του πίνακα ιδιοτιμών D κατά φθίνουσα σειρά ιδιοτιμών.

Στις εικόνες που ακολουθούν φαίνονται δυο παραδείγματα εφαρμογής της PCA, στις δυο και στις τρεις διαστάσεις.



Σχήμα 2.9 : Fitting μιας ευθείας σε 2Δ σύνολο σημείων με χρήση PCA.



Σχήμα 2.10 : Fitting επιπέδου και ευθείας σε 3Δ σύνολο σημείων με χρήση PCA.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΞΑΓΟΝΤΑΣ ΣΚΕΛΕΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΠΟ 3Δ ΝΕΦΗ ΣΗΜΕΙΩΝ

-
- 3.1 Συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου
 - 3.2 Το γράφημα γειτονικότητας και το γεωδαιτικό γράφημα
 - 3.3 Επίπεδα και διακλαδώσεις
 - 3.4 Σκελετικά τμήματα
 - 3.5 Βελτιώσεις
-

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφουμε τη μέθοδο που υλοποιήθηκε για τον υπολογισμό του σκελετού του εκάστοτε μοντέλου. Ο αλγόριθμος είναι αυτός που περιγράφεται στο [9]. Η είσοδος του αποτελείται από μια πολυεδρική αναπαράσταση, και έχει ως έξοδο ένα σύνολο από ευθύγραμμα τμήματα (πιθανώς σε δενδρική δομή) στον 3Δ χώρο που αναπαριστά το σκελετό του μοντέλου.

3.1. Συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος αποτελείται από τα εξής 4 βήματα :

1. Κατασκευή του γραφήματος γειτονικότητας τάξης n .
2. Κατασκευή του γεωδαιτικού γραφήματος και ενός πίνακα αποστάσεων.
3. Υπολογισμός k level sets από τον πίνακα αποστάσεων.
4. Εξαγωγή των σκελετικών τμημάτων.

Το γράφημα γειτονικότητας είναι ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα όπου οι κορυφές του είναι οι κορυφές του μοντέλου, και η πληροφορία που παρέχει είναι το ποιοι κομβοί βρίσκονται πιο κοντά σε κάποιον άλλο. Το γεωδαιτικό γράφημα είναι κατευθυνόμενο υπογράφημα του γραφήματος γειτνίασης, κατασκευάζεται από το τελευταίο με την επιπλέον βοήθεια ενός σημείου αναφοράς (source point) και οι ακμές του αποτελούν τα συντομότερα μονοπάτια ανάμεσα σε όλες τις κορυφές του μοντέλου και το σημείου αναφοράς. Ο πίνακας αποστάσεων είναι απλά το μήκος των μονοπατιών αυτών.

Τα level sets είναι σύνολα σημείων με την ιδιότητα ότι απέχουν συγκεκριμένη απόσταση (μέσα σε ένα εύρος) από το source point. Το πλήθος τους k ορίζεται από το χρήστη. Τα σημεία που ανήκουν σε κάθε επίπεδο (level set) ενώνονται μεταξύ τους και από εκεί εξάγονται οι συνεκτικές συνιστώσες του καθενός. Επίσης υπολογίζονται τα κέντρα βάρους κάθε συνεκτικής συνιστώσας του κάθε επιπέδου. Τέλος, ο σκελετός προκύπτει ενώνοντας τα κέντρα των συνεκτικών συνιστωσών διαδοχικών επιπέδων, και στην περίπτωση που τα επίπεδα έχουν περισσότερες από μια συνεκτικές συνιστώσες, η σωστή σύνδεση αποφασίζεται από τα μονοπάτια του γεωδαιτικού γραφήματος. Ακολουθεί λεπτομερής περιγραφή του αλγορίθμου.

3.2. Το γράφημα γειτονικότητας και το γεωδαιτικό γράφημα

3.2.1. Το γράφημα γειτονικότητας

Το γράφημα γειτονικότητας $N_{(X,n)}$ αναπαριστά τις κοντινότερες κορυφές για κάθε κορυφή και ορίζεται ως εξής :

Ορισμός 3.1 : Δεδομένου ενός συνόλου σημείων $X = \{x_1, \dots, x_m\}$ και ενός ακεραίου αριθμού n , το γράφημα γειτονικότητας $N_{(X,n)}$ βαθμού n είναι ένα μη κατεθυτόμομο συνεκτικό γράφημα στο οποίο :

1. *Οι κορυφές του $N_{(X,n)}$ είναι τα σημεία του X .*
2. *Ένα ζεύγος (x_i, x_j) αποτελεί ακμή του $N_{(X,n)}$ αν ο x_i είναι ένας από τους n κοντινότερους γείτονες του x_j στο X .*

Στο [9], η μέθοδος έχει υλοποιηθεί δεχόμενη ως είσοδο μόνο το νέφος σημείων που βρίσκεται πάνω σε κάποια επιφάνεια, χωρίς δηλαδή την πολυεδρική αναπαράσταση του μοντέλου. Σ' αυτή την περίπτωση, η κατασκευή του γραφήματος γειτονικότητας γίνεται με τον ακόλουθο αλγόριθμο : Αρχικά, χρησιμοποιείται μια υποδιαίρεση του χώρου σε voxels, και συνδέουμε κάθε σημείο του X με το voxel στο οποίο περιέχεται. Στη συνέχεια, ξεκινώντας από κάθε σημείο, επισκεπτόμαστε τα γειτονικά του voxels, και ακολούθως τα γειτονικά αυτών κ.ο.κ, μέχρι να βρεθούν n σημεία (u_1, \dots, u_n) . Έπειτα, συμβολίζουμε με $d = \max_{1 \leq i \leq n}(\text{distance}(u_{i,x}))$ τη μέγιστη απόσταση ανάμεσα στο x και τα n αυτά σημεία. Έχοντας ήδη βρει n σημεία που βρίσκονται σε απόσταση μικρότερη ή ίση με d από το x , είμαστε βέβαιοι ότι οι n κοντινότεροι γείτονες του x βρίσκονται μέσα στη σφαίρα $S(x, d)$ με κέντρο x και ακτίνα d . Ελέγχουμε λοιπόν όλα τα σημεία που ανήκουν στη σφαίρα, και εξάγουμε τους n κοντινότερους γείτονες, χρησιμοποιώντας ταξινόμηση *quick sort* στις τιμές των αποστάσεων. Η τιμή n πρέπει να είναι τέτοια ώστε το γράφημα γειτονικότητας $N_{(X,n)}$ να είναι συνεκτικό. Η επιλογή της εξαρτάται από την πυκνότητα και την ομοιομορφία της δειγματοληψίας των σημείων που ανήκουν στην επιφάνεια. Όταν τα σημεία δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένα σε αυτήν, απαιτούνται μεγαλύτερες τιμές του n .

Παρ' όλ' αυτά, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, η διαδικασία για τον υπολογισμό του γραφήματος γειτονικότητας αποφεύγεται χάρη στην πολυεδρική αναπαράσταση που μας διατίθεται. Ένας έλεγχος στις πλευρές που ανήκει η εκάστοτε κορυφή x , αρκεί για να μας δώσει τους κοντινότερους γείτονες της και μας εξασφαλίζει (εκτός περιπτώσεων όπου το μοντέλο είναι προβληματικό) ότι το

γράφημα γειτονικότητας είναι συνεκτικό. Ένας ενδεικτικός ψευδοκώδικας για τον υπολογισμό των γειτονικών κορυφών είναι ο παρακάτω :

```

1 function Find Neighbors (Vertices, Faces) :
2   for each vertex v in Vertices:
3     for each face f in Faces:
4       if v belongs to f
5         add the other two vertices of f as neighbors of v

```

Αλγόριθμος 3.1 : Υπολογισμός γειτονικών κορυφών.

Ο αλγόριθμος έχει πολυπλοκότητα $O(\text{Vertices} * \text{Faces})$, αλλά συνήθως τέτοιοι υπολογισμοί αποφεύγονται πλέον διότι οι περισσότερες βοηθητικές βιβλιοθήκες για την ανάγνωση και εισαγωγή αρχείων που αναπαριστούν αντικείμενα, προσφέρουν αυτή την πληροφορία άμεσα διαθέσιμη.

3.2.2. Το γεωδαιτικό γράφημα

Το γράφημα γειτονικότητας σε συνδυασμό με ένα επιλεγμένο σημείο αναφοράς x_s (source point) χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του γεωδαιτικού γραφήματος $G_{(X,n,x_s)}$. Ο ορισμός του είναι ο ακόλουθος:

Ορισμός 3.2 : Το γεωδαιτικό γράφημα $G_{(X,n,x_s)}$ είναι ένα συνεκτικό υπογράφημα του $N_{(X,n)}$ στο οποίο :

1. Οι κορυφές του $G_{(X,n,x_s)}$ είναι τα σημεία του X .
2. Ένα ζεύγος (x_i, x_j) είναι ακμή του $G_{(X,n,x_s)}$ αν αποτελεί τμήμα του γεωδαιτικού μονοπατιού από το x_i προς το source point x_s .
3. Το x_s είναι κάποιο ακραίο σημείο του μοντέλου.

Το $G_{(X,n,x_s)}$ λοιπόν αποτελείται από γεωδαιτικά μονοπάτια - του γραφήματος γειτονικότητας - που ξεκινούν από όλα τα σημεία και καταλήγουν στο source point. Το μήκος μιας ακμής φυσικά ορίζεται ως η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των άκρων της. Για τον ακριβή και αποδοτικό υπολογισμό των μονοπατιών αυτών,

χρησιμοποιήσαμε τον αλγόριθμο του Dijkstra, θέτοντας ως αρχικό σημείο εκκίνησης το σημείο αναφοράς, και ως τελικά σημεία όλα τα υπόλοιπα. Ο αλγόριθμος συνεπώς υπολογίζει τις γεωδαιτικές αποστάσεις όλων των σημείων από το σημείο αναφοράς, αποθηκεύει επίσης για κάθε κορυφή ένα δείκτη προς την επόμενη κορυφή στο μονοπάτι, και υλοποιείται σε $O(m \log m)$ με τη βοήθεια μιας αποδοτικής δομής όπως ο δυαδικός σωρός ελαχίστων. Τέλος, ο πίνακας αποστάσεων ορίζεται απλά ως η γεωδαιτική απόσταση κάθε σημείου από το σημείο αναφοράς.

Το $G_{(X,n,x_s)}$ είναι ένα συνεκτικό υπογράφημα του $N_{(X,n)}$ αφού όλα τα γεωδαιτικά μονοπάτια έχουν τουλάχιστον ένα κοινό σημείο – το σημείο αναφοράς – και ουσιαστικά πρόκειται για δένδρο από τη στιγμή που ο αλγόριθμος του Dijkstra δημιουργεί μόνο ένα μονοπάτι προς το σημείο αναφοράς για κάθε κορυφή. Το σημείο αναφοράς x_s μπορεί να επιλεγθεί είτε από το χρήστη, είτε να υπολογιστεί αυτόματα χρησιμοποιώντας την ακόλουθη ευριστική μέθοδο :

1. Ένα σημείο x_0 επιλέγεται τυχαία.
2. Το x_s ορίζεται ως το πιο απομακρυσμένο σημείο από το x_0 .

Η διαδικασία εκτελείται σε $O(m)$ χρόνο και ο αλγόριθμος για τον υπολογισμό του είναι ο εξής:

```

1  function Compute Source Point (Vertices):
2    distance=-1;
3    x0=Select a Point Randomly;
4    for each vertex v in Vertices:
5      if Euclidean Distance(v, x0)>distance:
6        distance=Euclidean Distance(v, x0);
7        xs=v;
```

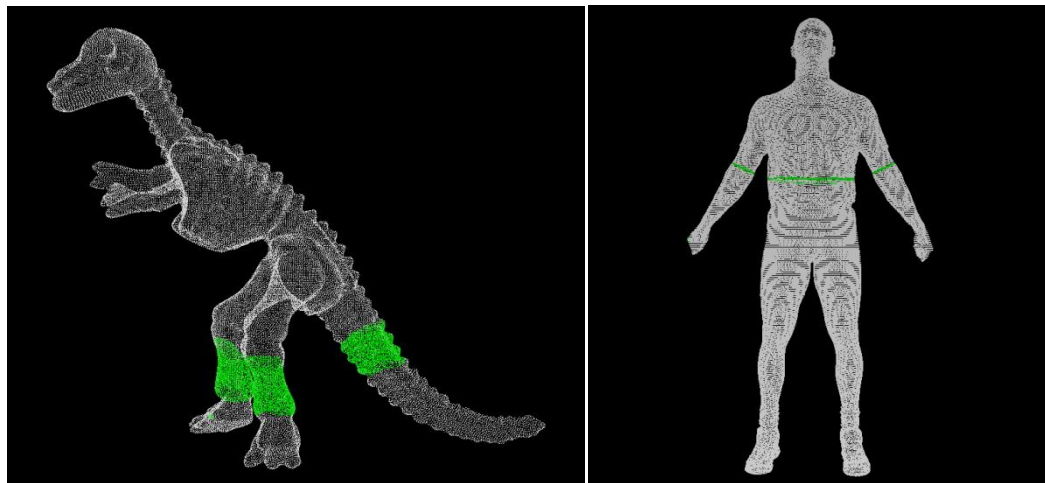
Αλγόριθμος 3.2 : Υπολογισμός του σημείου αναφοράς.

3.3. Επίπεδα και διακλαδώσεις

Μετά από την ολοκλήρωση του προηγούμενου βήματος, εξάγουμε k επίπεδα (level sets). Διαισθητικά, κάθε επίπεδο αντιστοιχεί σε ένα σύνολο τομέων της επιφάνειας που αναπαριστούν οι κορυφές $X = \{x_1, \dots, x_m\}$. Η μεταβλητή k ουσιαστικά δηλώνει το πλήθος των σημείων που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μακρύτερου σκελετικού άξονα. Η τιμή της μπορεί είτε να δοθεί από το χρήστη, είτε να

υπολογιστεί προσεγγιστικά βρίσκοντας το κλάσμα της γεωδαιτικής απόστασης του πιο απομακρυσμένου σημείου προς το μέσο μήκος των ακμών.

Τα k επίπεδα d_1, \dots, d_k κατανέμονται ομοιόμορφα στο διάστημα $[ad_{max}, \beta d_{max}]$, όπου d_{max} είναι η μέγιστη τιμή του πίνακα αποστάσεων, και τα α, β είναι δυο ποσοστά που χρησιμοποιούνται για να προκύψουν τα κατάλληλα όρια στο διάστημα των αποστάσεων. Έτσι, το i -οστό επίπεδο S_i αποτελείται από το σύνολο των κορυφών των οποίων η γεωδαιτική απόσταση d είναι $d_{i-1} < d \leq d_i$. Η κατασκευή των επιπέδων έχει γραμμική πολυπλοκότητα $O(m)$ αφού ολοκληρώνεται με μια γραμμική αναζήτηση στο πλήθος των κορυφών του μοντέλου. Στο Σχήμα 3.1 φαίνονται με πράσινο χρώμα οι κορυφές που ανήκουν σε κάποιο συγκεκριμένο επίπεδο για δυο διαφορετικά μοντέλα. Στο δεινόσαυρο, το σημείο αναφοράς βρίσκεται στην άκρη του στόματος του, ενώ στον άνθρωπο βρίσκεται στην κορυφή του κεφαλιού του.



Σχήμα 3.1 : Επίπεδα 2 μοντέλων (αριστερά : dinosaur, δεξιά : human).

Στη συνέχεια, πρέπει να διαχωρίσουμε το κάθε επίπεδο S_i σε υποσύνολα που αντιστοιχούν σε διαφορετικές διακλαδώσεις της επιφάνειας. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής : Αρχικά κατασκευάζουμε μια παραλλαγή του γραφήματος γειτονικότητας, το $N_{(S_i, 2)}$, συνδέοντας κάθε σημείο του S_i με τους δυο κοντινότερους γείτονες του.

Στη συνέχεια, αφαιρούμε από το $N_{(S_i,2)}$ τις ακμές με μήκος μεγαλύτερο από w_i , το οποίο υπολογίζεται παίρνοντας τη διάμεσο της κατανομής των αποστάσεων του δεύτερου κοντινότερου γείτονα κάθε σημείου του S_i . Τέλος, διαμερίζουμε το γράφημα αυτό στις συνεκτικές του συνιστώσες. Αυτό επιτυγχάνεται σε χρόνο σχεδόν γραμμικό χρησιμοποιώντας τον union-find αλγόριθμο. Επίσης υπολογίζουμε το κέντρο κάθε συνεκτικής συνιστώσας παίρνοντας το κέντρο μάζας των σημείων της. Ο αλγόριθμος για το στάδιο αυτό είναι ο εξής:

```

1  function Split Levels (LevelSets):
2    for each level set S in LevelSets:
3      for each vertex v in S:
4        Find its two nearest neighbors;
5        Construct edges;
6        Add the distance of the second nearest to an array A;
7        Sort array A;
8         $w_i := \text{median}(A)$ ;
9      for each edge e:
10       if edge's length >  $w_i$ :
11         remove this edge;
12     Perform Union-Find;
13   for each connected component c:
14     Compute the barycenter of its vertices;

```

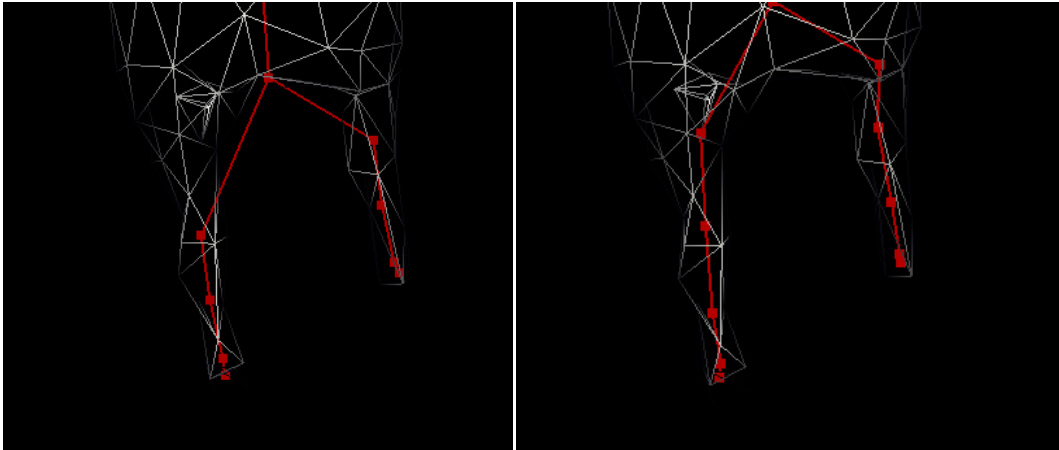
Αλγόριθμος 3.3 : Αφαίρεση ακμών και διάσπαση των επιπέδων σε συνεκτικές συνιστώσες.

3.4. Σκελετικά τμήματα

Οι σκελετικές καμπύλες που τελικώς αναπαριστούν το σκελετό του αντικειμένου, κατασκευάζονται ενώνοντας τα κέντρα των συνεκτικών συνιστωσών διαδοχικών επιπέδων, ξεκινώντας από το επίπεδο που είναι πιο απομακρυσμένο από το σημείο αναφοράς. Όταν δυο διαδοχικά επίπεδα έχουν από μία συνεκτική συνιστώσα, απλώς ενώνουμε τα κέντρα τους. Όταν ένα επίπεδο S_i έχει l_i συνεκτικές συνιστώσες, ή το προηγούμενο επίπεδο S_{i-1} έχει l_{i-1} συνεκτικές συνιστώσες χρησιμοποιούμε τα γεωδαιτικά μονοπάτια για να επιτύχουμε το σωστό αποτέλεσμα. Για κάθε $j \leq l_i$, επιλέγουμε ένα σημείο του $S_{i,j}$ και διασχίζουμε το γεωδαιτικό του μονοπάτι προς το σημείο αναφοράς μέχρι να βρεθούμε σε ένα σημείο που ανήκει στο S_{i-1} . Αυτό το σημείο ανήκει σε κάποια συνεκτική συνιστώσα του S_{i-1} η οποία είτε βρίσκεται ήδη

στη διακλάδωση στην οποία περιέχεται και η $S_{i,j}$, είτε βρίσκεται στην αρχή της διακλάδωσης.

Στην πρώτη περίπτωση, το μόνο που απαιτείται είναι η ένωση των κέντρων των αντίστοιχων συνιστώσων. Στη δεύτερη περίπτωση, η συνιστώσα του S_{i-1} διασπάται σε t νέες συνιστώσες (όπου t το πλήθος των διακλαδώσεων που ξεκινούν από αυτή τη συνιστώσα), ξανά με τη χρήση του γεωδαιτικού γραφήματος και των κορυφών του επιπέδου S_i . Συγκεκριμένα, για κάθε συνιστώσα j_i του S_i που ανήκει σε κάποια από τις διακλαδώσεις αυτές, διασχίζουμε για κάθε κορυφή της το γεωδαιτικό της μονοπάτι και αποθηκεύουμε όλες τις κορυφές του S_{i-1} τις οποίες έχουμε επισκεπτεί. Αυτές αποτελούν τις κορυφές της νέας συνιστώσας j_{i-1} . Στο τέλος της διαδικασίας αυτής, υπολογίζουμε τα κέντρα των νέων συνιστώσων, και τα ενώνουμε με τα αντίστοιχα κέντρα του προηγούμενου επιπέδου. Με αυτό τον τρόπο επιβεβαιώνουμε ότι τα σκελετικά τμήματα θα βρίσκονται πάντα εντός του μοντέλου. Η πολυπλοκότητα του βήματος αυτού είναι $O(m)$, και η συνολική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι $O(m \log m)$ διότι η κατασκευή του γεωδαιτικού γραφήματος με τον αλγόριθμο του Dijkstra είναι το στάδιο με τη μεγαλύτερη πολυπλοκότητα. Στο Σχήμα 3.2 φαίνεται καθαρά το όφελος από τη διάσπαση των συνεκτικών συνιστώσων που βρίσκονται στην αρχή μιας διακλάδωσης. Παρατηρούμε στην αριστερή εικόνα ότι ο σκελετός βγαίνει έξω από το μοντέλο εξ' αιτίας της απευθείας ένωσης των κέντρων που βρίσκονται μέσα στη διακλάδωση, με αυτό που βρίσκεται στην αρχή της. Στη δεξιά εικόνα η συνιστώσα που ανήκει στην αρχή της διακλαδωσης έχει διασπαστεί σε δυο νέες, με τα κέντρα τους να βρίσκονται στα κατάλληλα σημεία για την ένωση και την αρχή της διακλάδωσης να έχει μεταφερθεί στο επόμενο επίπεδο.



Σχήμα 3.2 : Διάσπαση συνεκτικής συνιστώσας σε δυο νέες συνιστώσες για την αποφυγή της εξόδου του σκελετού από το μοντέλο.

3.5. Βελτιώσεις

Ο αλγόριθμος εξαρτάται σε κάποιο βαθμό από την επιλογή του σημείου αναφοράς και το πλήθος των επιπέδων που θα δημιουργηθούν. Μια όχι κατάλληλη επιλογή του σημείου αναφοράς μπορεί κάλλιστα να συμβάλει σε μη ικανοποιητικά αποτελέσματα, δηλαδή σε λάθος προσέγγιση του πραγματικού σκελετού του μοντέλου, συνεπώς μια αποτελεσματικότερη μέθοδος επιλογής του κρίνεται αρκετά απαραίτητη αν θέλουμε να διατηρήσουμε τη διαδικασία όσο το δυνατόν πιο αυτοματοποιημένη. Για παράδειγμα, σε ένα ανθρώπινο μοντέλο, παίρνουμε καλύτερα αποτελέσματα αν το σημείο αναφοράς βρίσκεται στην άκρη του κεφαλιού, παρά στην άκρη του κάτω αριστερού ποδιού του. Αυτό οφείλεται στη συμμετρική θέση του κεφαλιού σχετικά με το υπόλοιπο σώμα. Σχετικά με τα επίπεδα που δημιουργούνται, σε περίπτωση που στο μοντέλο υπάρχουν στενές περιοχές με μεγάλη καμπυλότητα, απαιτείται αύξηση του αριθμού των επιπέδων ώστε να προσεγγιστούν καλύτερα από τα σκελετικά τμήματα. Διαφορετικά, υπάρχει περίπτωση να έχουμε έξοδο του σκελετού από το μοντέλο εξ' αιτίας της μεγάλης ομαδοποίησης των κορυφών εκείνης της περιοχής η οποία θα μας δώσει ένα μόνο κέντρο. Άλλες τροποποιήσεις περιλαμβάνουν την πιο ακριβή μοντελοποίηση των τοποθεσιών των διακλαδώσεων, καθώς και αντικατάσταση των ευθυγράμμων τμημάτων του σκελετού από καμπύλες spline, για βελτιωμένα οπτικά αποτελέσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΚΑΤΑΤΜΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΑΙ ΕΞΑΓΩΓΗ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

-
- 4.1 Συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου
 - 4.2 Αναπαράσταση ανεξαρτήτου στάσης
 - 4.3 Εντοπισμός χαρακτηριστικών σημείων
 - 4.4 Εξαγωγή τμημάτων
 - 4.5 Εξομάλυνση ορίων
-

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η μέθοδος που υλοποιήθηκε για την κατάτμηση του μοντέλου και είναι αυτή που περιγράφεται στο [2]. Η επιλογή της έγινε κυρίως με βάση 2 κριτήρια, της ουσιαστικά μηδενικής αλληλεπίδρασης με το χρήστη, και της ανοχής του αποτελέσματος σχετικά με τις διάφορες πιθανές αρχικές στάσεις του μοντέλου, δηλαδή ο αλγόριθμος δίνει όμοια κατάτμηση ανεξάρτητα από τις σχετικές αποστάσεις των μελλοντικών υποτμημάτων μεταξύ τους (π.χ. διπλωμένα χέρια ή όχι), σε αντίθεση με άλλες μεθόδους οι οποίες είναι ευαίσθητες σ' αυτό το χαρακτηριστικό. Η δυνατότητα αυτή είναι πολύ επιθυμητή ειδικά σε συστήματα μοντελοποίησης, μεταμόρφωσης και animation, για παράδειγμα σε ένα σύστημα keyframe animation όπου έχουμε ως πληροφορία την αρχική και τελική θέση του μοντέλου και επιθυμούμε να παράγουμε όλα τα ενδιάμεσα στάδια, απαιτείται όμοια κατάτμηση μεταξύ των δυο θέσεων ώστε να γίνει σωστή αντιστοίχιση και ομαλή μετάβαση της κίνησης.

4.1. Συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο μια πολυεδρική αναπαράσταση S ενός μοντέλου (σύνολο σημείων/κορυφών και τριγώνων/πλευρών) και την διαχωρίζει σε λογικά, συνεκτικά υποτμήματα, των οποίων η ένωση δίνει το S . Στηρίζεται σε 3 κύρια σημεία. Κατ' αρχήν, οι κορυφές του πολυέδρου μετασχηματίζονται έτσι ώστε να πάρουμε μια αναπαράσταση του μοντέλου, ανεξάρτητη από την αρχική του στάση. Αυτό βασίζεται στη θεωρία του multidimensional scaling. Δεύτερον, η αναπαράσταση αυτή επιτρέπει τον ακριβή και αποδοτικό εντοπισμό των χαρακτηριστικών σημείων του μοντέλου. Τέλος, η αναπαράσταση αυτή βοηθάει επίσης στην εξαγωγή του κεντρικού τμήματος του μοντέλου (core component). Το κεντρικό αυτό τμήμα, μαζί με τα χαρακτηριστικά σημεία, παρέχουν αρκετή πληροφορία για την εξαγωγή των υπολοίπων τμημάτων. Τα στάδια που αποτελούν τον αλγόριθμο είναι τα εξής :

1. Απλοποίηση του μοντέλου.
2. Αναπαράσταση ανεξάρτητη από την εκάστοτε στάση του μοντέλου.
3. Εντοπισμός χαρακτηριστικών σημείων.
4. Εξαγωγή του core component.
5. Εξαγωγή των υπολοίπων τμημάτων.
6. Αντιστοίχιση στο αρχικό μοντέλο.
7. Εξομάλυνση ορίων.

Κατά το πρώτο στάδιο, το οποίο εφαρμόζεται ως προ-επεξεργασία, γίνεται μείωση της ανάλυσης του μοντέλου (αριθμού κορυφών και πλευρών) [15]. Αυτό αποσκοπεί στη βελτίωση της απόδοσης του αλγορίθμου όταν εκτελείται σε μεγάλα μοντέλα. Για την υλοποίηση του χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα μοντελοποίησης Meshlab. Στο δεύτερο στάδιο, εφαρμόζοντας multi-dimensional scaling (MDS) [16, 17] στο μοντέλο S , το μετασχηματίζουμε σε ένα «κανονικοποιημένο» μοντέλο $S_{MDS} = \text{MDS}(S)$, το οποίο έχει την ιδιότητα οτι είναι ανεξάρτητο από την οποιαδήποτε στάση του S διότι κατά το μετασχηματισμό αυτό, τυχόν διπλωμένα μέρη του μοντέλου (π.χ. χέρια) απλώνονται στο χώρο. Κατά τη διάρκεια του 3^{ου} βήματος του αλγορίθμου, υπολογίζονται τα σημεία του νέου μοντέλου S_{MDS} που αποτελούν

ακρότατα του, και αντιστοιχίζονται στα κατάλληλα σημεία του S . Αυτά τα σημεία ονομάζονται χαρακτηριστικά σημεία (feature points), και ορίζονται ακόμη και διαισθητικά ως τα σημεία που βρίσκονται στην κορυφή διάφορων υποτμημάτων του μοντέλου (π.χ. στην άκρη της ουράς, στα πόδια ή στο κεφάλι ενός ζώου). Κατόπιν, η εξαγωγή του κύριου τμήματος του μοντέλου γίνεται χρησιμοποιώντας μια τεχνική που ονομάζεται σφαιρικός κατοπτρισμός (spherical mirroring). Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του κύριου τμήματος και των χαρακτηριστικών σημείων, εξάγονται τα υπόλοιπα τμήματα του μοντέλου, και γίνεται η αντιστοίχιση με το αρχικό υψηλής ανάλυσης μοντέλο. Τέλος, τα όρια μεταξύ των τμημάτων μπορεί να μην είναι ικανοποιητικά, τόσο οπτικά όσο και πρακτικά. Για την εξομάλυνση των ορίων αυτών χρησιμοποιήσαμε *Principal Component Analysis (PCA)*, ώστε να υπολογίσουμε το επίπεδο που προσεγγίζει καλύτερα το σύνολο των σημείων που αποτελούν την περιοχή προς εξομάλυνση, και στη συνέχεια να τα διαχωρίσουμε σε δυο ομάδες σύμφωνα με την τοποθεσία του επιπέδου. Ακολουθεί η λεπτομερής περιγραφή του αλγορίθμου για κάθε στάδιο.

4.2. Αναπαράσταση ανεξαρτήτου στάσης

Για την εφαρμογή του MDS, χρησιμοποιήσαμε ως αντικείμενα τις κορυφές του μοντέλου, και οι τιμές του πίνακα ανομοιοτήτων που αποτελεί τον πίνακα εισόδου προκύπτουν από τις γεωδαιτικές αποστάσεις μεταξύ τους. Με τον όρο γεωδαιτική απόσταση εννοούμε τη συντομότερη απόσταση μεταξύ δυο κορυφών που προκύπτει διασχίζοντας το μοντέλο (τρίγωνα) μέχρι να φτάσουμε από τη μία στην άλλη. Όπως προειπώθηκε, η έξοδος που λαμβάνουμε από το MDS είναι ένα νέο σύνολο σημείων/κορυφών, προφανώς στις 3 διαστάσεις, τέτοιο ώστε οι ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των νέων σημείων να είναι όσο το δυνατόν παρόμοιες με τις γεωδαιτικές αποστάσεις των αντίστοιχων σημείων εισόδου. Αυτό είναι που έχει ως αποτέλεσμα τα διπλωμένα τμήματα του μοντέλου να ξεδιπλώνονται και να απλώνονται στο χώρο. Ονομάζουμε το νέο μετασχηματισμένο μοντέλο S_{MDS} .

Δεδομένου λοιπόν του συνόλου κορυφών του μοντέλου $\{u_i | 1 \leq i \leq n\}$, ο πίνακας διαφορών ορίζεται ως $\{\delta_{ij} = \text{GeodDist}(u_i, u_j)\}, 1 \leq i, j \leq n$. Ο πίνακας προφανώς είναι τετραγωνικός, συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο, και με μηδενικές τιμές σε αυτήν. Οι γεωδαιτικές αποστάσεις υπολογίστηκαν με την υλοποίηση του αλγορίθμου του Dijkstra. Η κατηγορία multi-dimensional scaling που επιλέχθηκε είναι η non-metric MDS, διότι η metric MDS είναι πιο περιοριστική και η non-metric MDS παρέχει καλύτερα αποτελέσματα τόσο οπτικά, όσο και σε όρους της συνάρτησης σφάλματος, για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Οι *stress functions* χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της αντιστοιχίας των αποστάσεων μεταξύ των κορυφών. Έστω δ_{ij} η γεωδαιτική απόσταση μεταξύ των κορυφών u_i, u_j στο μοντέλο S και d_{ij} η ευκλείδεια απόσταση των αντίστοιχων κορυφών τους στο S_{MDS} . Χρησιμοποιήθηκε η ακόλουθη *stress function* :

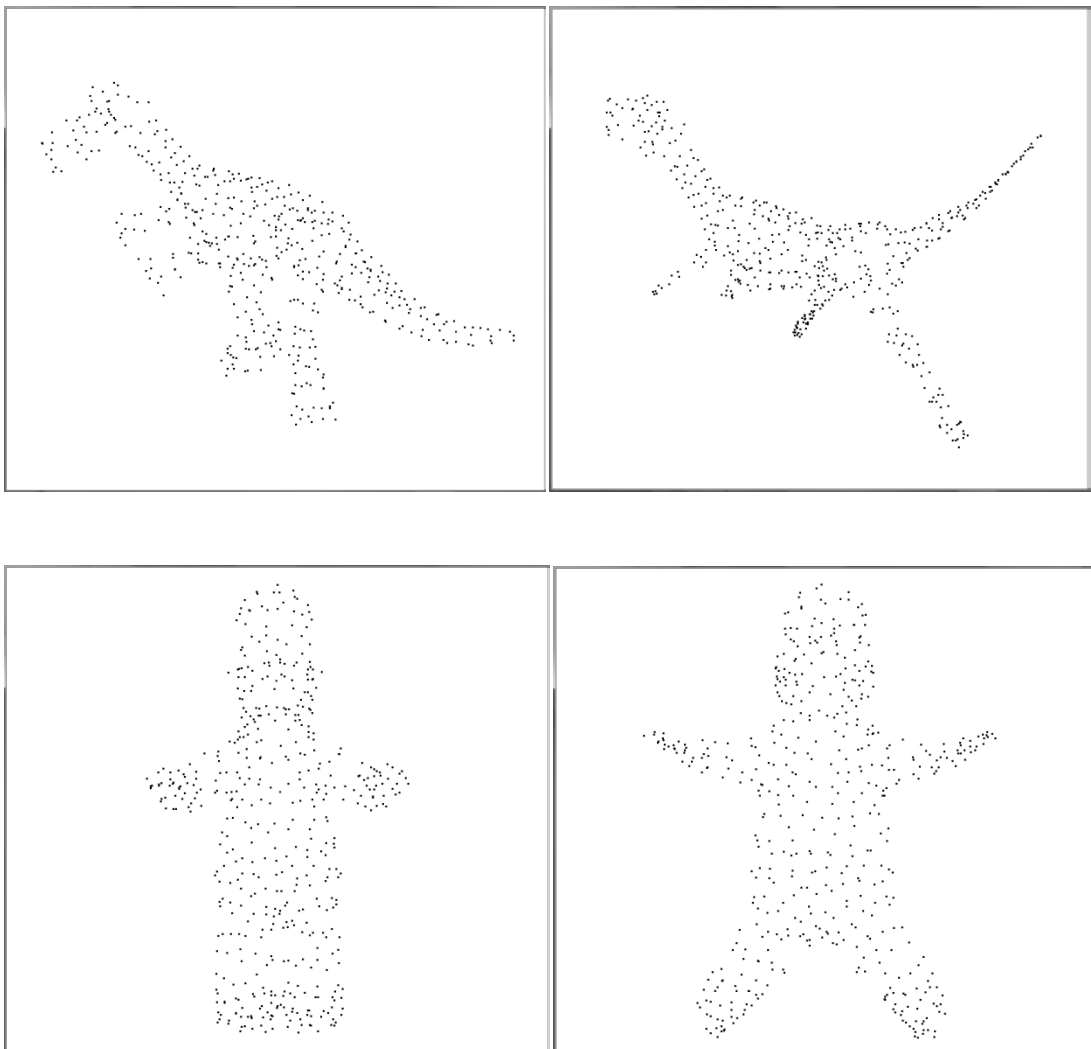
$$F_s = \frac{\sum_{i < j} (f(\delta_{ij}) - d_{ij})^2}{\sum_{i < j} d_{ij}^2} \quad (\text{Εξ. 4.1})$$

Ο αλγόριθμος MDS προσπαθεί να βελτιστοποιήσει την παραπάνω συνάρτηση ελαχιστοποιώντας το άθροισμα των αποστάσεων μεταξύ των $f(\delta_{ij})$ και d_{ij} , όπου f είναι μία μονοτονική συνάρτηση των ανομοιοτήτων, ως εξής : Στο πρώτο στάδιο, ο αλγόριθμος βρίσκει μια αρχική τοποθεσία των σημείων στον m -διάστατο χώρο. Αυτό γίνεται συνήθως με τυχαία επιλογή από μια κανονική κατανομή. Στη συνέχεια, εκτελούνται επαναληπτικά τα παρακάτω βήματα μέχρι η F_s να λάβει μια ικανοποιητικά χαμηλή τιμή:

1. Υπολογισμός των ευκλείδειων αποστάσεων d_{ij} μεταξύ των σημείων στο S_{MDS} .
2. Εύρεση της συνάρτησης f .
3. Αντιστοίχιση κάθε κορυφής με ένα σημείο στο S_{MDS} .

Ο αλγόριθμος MDS μπορεί να αντιστοιχίσει τις κορυφές σε οποιοδήποτε m -διάστατο ευκλείδειο χώρο. Φυσικά στο συγκεκριμένο πρόβλημα πρέπει να επιλέξουμε τον 3-διάστατο χώρο, αφού η αντιστοίχιση σε χώρο μικρότερης διάστασης προκαλεί απώλεια πληροφορίας, ενώ η αντιστοίχιση σε χώρο μεγαλύτερης διάστασης έχει ως αποτέλεσμα την ανεπιθύμητη αλλαγή του γενικού σχήματος του μοντέλου.

Για την εφαρμογή του MDS και τον υπολογισμό των νέων σημείων του μοντέλου, χρησιμοποιήθηκε MATLAB. Η πολυπλοκότητα της διαδικασίας είναι $O(n^2 \times no_iterations)$, όπου n το πλήθος των κορυφών του απλοποιημένου μοντέλου και $no_iterations$ είναι ο αριθμός των επαναλήψεων και συνήθως είναι 30-50. Ακολουθούν μερικές ενδεικτικές εικόνες με τα αποτελέσματα του MDS σε δυο μοντέλα.



Σχήμα 4.1 : (αριστερά) Νέφη σημείων των Dinosaur (500 κορυφές) & Homer (500 κορυφές). (δεξιά) Η MDS αναπαράσταση τους.

4.3. Εντοπισμός χαρακτηριστικών σημείων

Ο εντοπισμός των χαρακτηριστικών σημείων γίνεται αυτόματα, χωρίς προηγούμενη γνώση σχετικά με αυτά και επίσης χωρίς καμία παρέμβαση από το χρήστη. Όπως ειπώθηκε και προηγουμένως, τα σημεία αυτά είναι σημεία που ανήκουν σε ακραίες περιοχές τμημάτων του μοντέλου, και επίσης πρέπει να είναι ανεπηρρέαστα από οποιαδήποτε στάση του. Τα χαρακτηριστικά σημεία χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές, όπως μεταμόρφωση, ανάκτηση, αντιστοίχιση υφών (textures) και φυσικά κατάτμηση.

Υπάρχουν δυο συνθήκες που πρέπει να πληροί ένα σημείο για να είναι χαρακτηριστικό, μία καθολική και μία τοπική. Κατ'αρχήν, παρατηρούμε ότι στο αρχικό μοντέλο, κορυφές που ανήκουν στην άκρη του, μετασχηματίζονται σε ακραία σημεία του S_{MDS} προς κάποια κατεύθυνση, εξ'αίτιας του απλώματος που προκαλεί το MDS. Έτσι, υπολογίζοντας το κυρτό περίβλημα του S_{MDS} , είμαστε βέβαιοι πως τα χαρακτηριστικά σημεία θα ανήκουν οπωσδήποτε στις κορυφές του κυρτού περιβλήματος. Το γεγονός αυτό αποτελεί την καθολική συνθήκη. Όμως το κυρτό περίβλημα περιλαμβάνει και κορυφές οι οποίες δεν είναι χαρακτηριστικά σημεία. Έτσι χρειαζόμαστε ακόμη μια συνθήκη, τοπική αυτή τη φορά, η οποία θα καθορίζει αυστηρά ποια από τα σημεία αυτά είναι χαρακτηριστικά και ποια όχι.

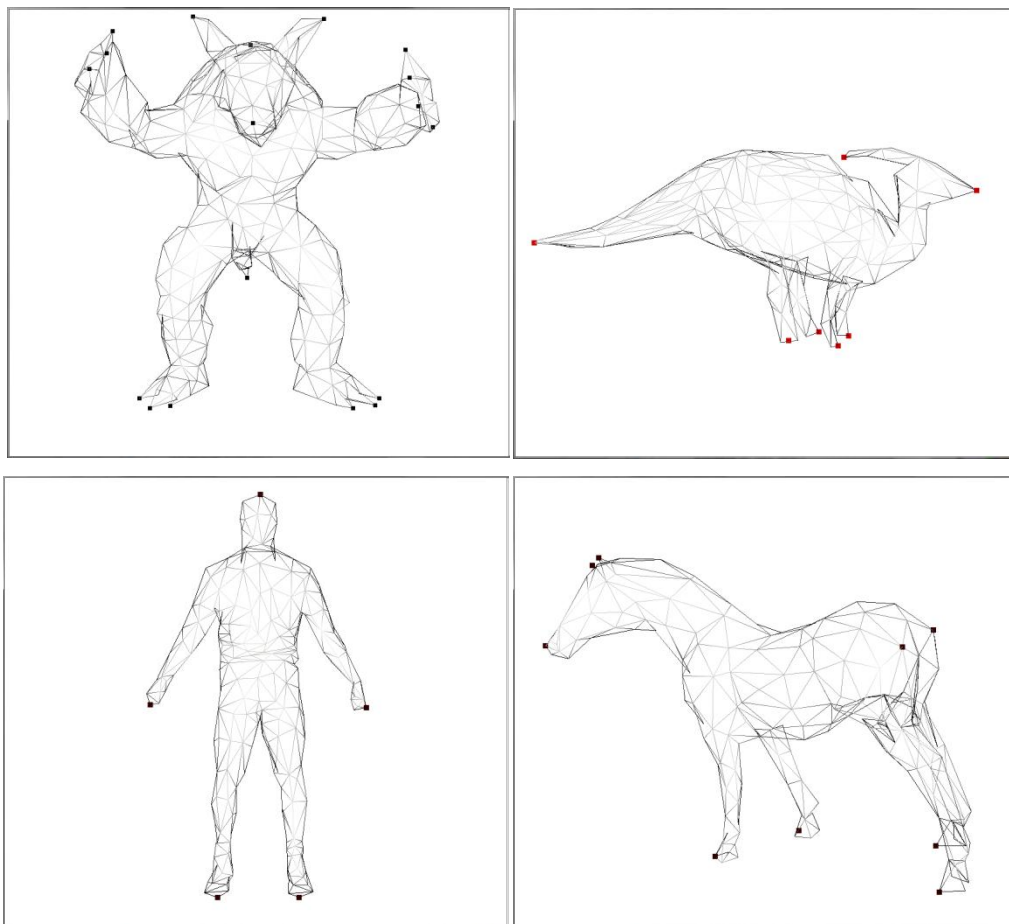
Ορισμός 4.1 : Ορίζουμε $\forall u \in S$, N_u ως το σύνολο των γειτονικών κορυφών της u .

Η πληροφορία αυτή παρέχεται από την πολυεδρική αναπαράσταση. Η επιπλέον συνθήκη που θα πρέπει να ικανοποιεί ένα χαρακτηριστικό σημείο u είναι ότι αποτελεί επίσης τοπικό μέγιστο του αθροίσματος των γεωδαιτικών αποστάσεων στην περιοχή που βρίσκεται. Ο ορισμός λοιπόν ενός χαρακτηριστικού σημείου είναι ο ακόλουθος :

Ορισμός 4.2 : Μια κορυφή u του μοντέλου S αποτελεί χαρακτηριστικό σημείο αν είναι κορυφή του κυρτού περιβλήματος του S_{MDS} και ικανοποιεί την ανίσωση

$$\forall u_n \in N_u, \sum_{u_i \in S} \text{GeodDist}(u, u_i) > \sum_{u_i \in S} \text{GeodDist}(u_n, u_i). \quad (\text{Σχέση 4.1})$$

όπου $GeodDist(u_i, u_j)$ η γεωδαιτική απόσταση μεταξύ των κορυφών u_i, u_j . Η πολυπλοκότητα για την εξαγωγή των feature points είναι η εξής : Ο υπολογισμός του κυρτού περιβλήματος με τη χρήση του $qhull$ είναι $O(n \log v)$, όπου n το πλήθος των κορυφών του S_{MDS} και v το πλήθος των κορυφών που αποτελούν το κυρτό περίβλημα. Οι έλεγχοι για την ανίσωση εκτελούνται σε $O(nv)$ χρόνο. Στο Σχήμα 4.2 φαίνονται τα χαρακτηριστικά σημεία για 4 μοντέλα.



Σχήμα 4.2 : Τα χαρακτηριστικά σημεία (με αυξημένο μέγεθος) που εντοπίστηκαν στα μοντέλα Armadillo, Dilophosaurus, Human, Horse.

4.4. Εξαγωγή τμημάτων

Από εδώ αρχίζει ουσιαστικά η εξαγωγή των τμημάτων του μοντέλου, με τη βοήθεια των χαρακτηριστικών σημείων και της MDS αναπαράστασης. Το μοντέλο διασπάται στο κεντρικό τμήμα του και στη συνέχεια στα υπόλοιπα. Τελικά, κάθε τμήμα θα περιέχει ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά σημεία. Ο αλγόριθμος της διάσπασης αποτελείται από 3 βήματα :

1. Σφαιρικός κατοπτρισμός του S_{MDS} (spherical mirroring).
2. Εξαγωγή του κεντρικού τμήματος του S .
3. Εξαγωγή των υπολοίπων τμημάτων του S .

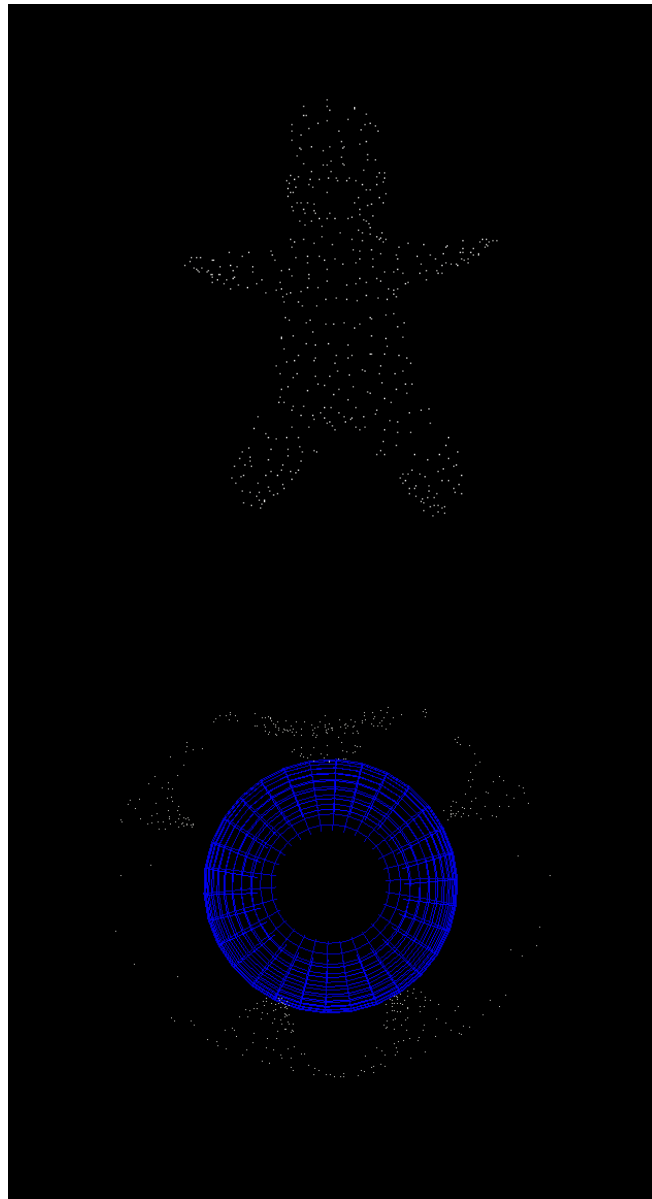
4.4.1. Σφαιρικός Κατοπτρισμός

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα χαρακτηριστικά σημεία του μοντέλου αποτελούν ακραία σημεία στην MDS αναπαράσταση του (S_{MDS}), ενώ τα σημεία που βρίσκονται κεντρικότερα στο μοντέλο, τείνουν επίσης να βρίσκονται και πιο κοντά στο κέντρο του S_{MDS} . Ο σφαιρικός κατοπτρισμός αναλαμβάνει να αντιστρέψει αυτή τη διαδικασία, έτσι ώστε οι κεντρικές κορυφές να γίνουν εξωτερικές και το ανάποδο. Για να επιτευχθεί αυτό, αρχικά υπολογίζεται η σφαίρα η οποία περιβάλλει το S_{MDS} (bounding sphere), και στη συνέχεια, οι κορυφές του κατοπτρίζονται ως προς τη σφαίρα, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα τα σημεία που βρίσκονται πιο κοντά στο εσωτερικό της, να μετασχηματίζονται σε σημεία μακριά από αυτήν, ενώ τα σημεία που ήταν εξωτερικά πριν (π.χ τα χαρακτηριστικά σημεία), μετασχηματίζονται σε σημεία κοντά σε αυτήν.

Ο υπολογισμός της σφαίρας έγινε παίρνοντας ως κέντρο της (C) το κέντρο μάζας του S_{MDS} , και η ακτίνα (R) υπολογίζεται ως η μέγιστη απόσταση από τις κορυφές του S_{MDS} προς το κέντρο C , δηλαδή $R = \max_u \|u - C\|$. Έπειτα, χρησιμοποιώντας τη σφαίρα αυτή ως ένα είδος καθρέπτη, οι κατοπτρισμένες κορυφές δίνονται από τον τύπο :

$$u_{mirror} = u + 2(R - \|u - C\|) \frac{(u - C)}{\|u - C\|} \quad (\text{Εξ. 4.2})$$

Προφανώς η διαδικασία του spherical mirroring εκτελείται σε $O(n)$ χρόνο. Στο Σχήμα 4.3 βλέπουμε το σφαιρικό κατοπτρισμό της MDS αναπαράστασης του μοντέλου Homer , και παρατηρούμε πως τα σημεία που βρίσκονται κοντά στις ακραίες περιοχές του μετασχηματίζονται σε σημεία πάνω ή κοντά στο περίβλημα της σφαίρας που περικλείει το μοντέλο.



Σχήμα 4.3 : Σφαιρικός κατοπτρισμός της MDS αναπαράστασης του μοντέλου Homer.

4.4.2. Εξαγωγή του κεντρικού τμήματος του S

Υπολογίζουμε στη συνέχεια το κυρτό περίβλημα του συνόλου των νέων κορυφών. Οι κορυφές που ανήκουν σε αυτό, μαζί με τα τρίγωνα/πλευρές τα οποία ορίζουν, αποτελούν το κύριο τμήμα (core component) του μοντέλου S , και τα αντιστοιχίζουμε πίσω στις ανάλογες κορυφές του S . Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, το εξαγόμενο κύριο τμήμα διαχωρίζει τα χαρακτηριστικά σημεία. Όταν δεν συμβαίνει αυτό, το κύριο τμήμα επεκτείνεται.

Η επέκταση του κύριου τμήματος είναι μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία προσθέτουμε σε αυτό τις γειτονικές πλευρές του μέχρι να ικανοποιείται μια συνθήκη. Η συνθήκη είναι να διαχωρίζονται όλα τα χαρακτηριστικά σημεία μεταξύ τους, δηλαδή να μην υπάρχει μονοπάτι ακμών που ενώνει δυο χαρακτηριστικά σημεία το οποίο περνάει από τις πλευρές του κύριου τμήματος. Σε αυτή τη συνθήκη υπάρχουν εξαιρέσεις, και πρόκειται γι' αυτές στις οποίες δυο χαρακτηριστικά σημεία βρίσκονται αρκετά κοντά ώστε να μη θέλουμε ή δεν πρέπει να διαχωριστούν στο παρόν στάδιο κατάτμησης. Για παράδειγμα, αν υπάρχουν χαρακτηριστικά σημεία στα δάχτυλα ενός χεριού, αλλά εμείς επιθυμούμε να λάβουμε ολόκληρο το χέρι ως τμήμα του μοντέλου. Για το λόγο αυτό προστέθηκε μια επιπλέον συνθήκη, η οποία ορίζει ότι χαρακτηριστικά σημεία με γεωδαιτική απόσταση μικρότερη από ένα όριο, θεωρείται ότι πρέπει να ανήκουν στο ίδιο υποτμήμα και δεν διαχωρίζονται. Η τιμή του ορίου αυτού προέκυψε εμπειρικά, και για τιμές γύρω από την περιοχή του $1/3$ και $2/5$ της μέγιστης γεωδαιτικής απόστασης που παρατηρείται στο μοντέλο, δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ο αλγόριθμος που υλοποιεί την επέκταση του κύριου τμήματος είναι ο εξής :

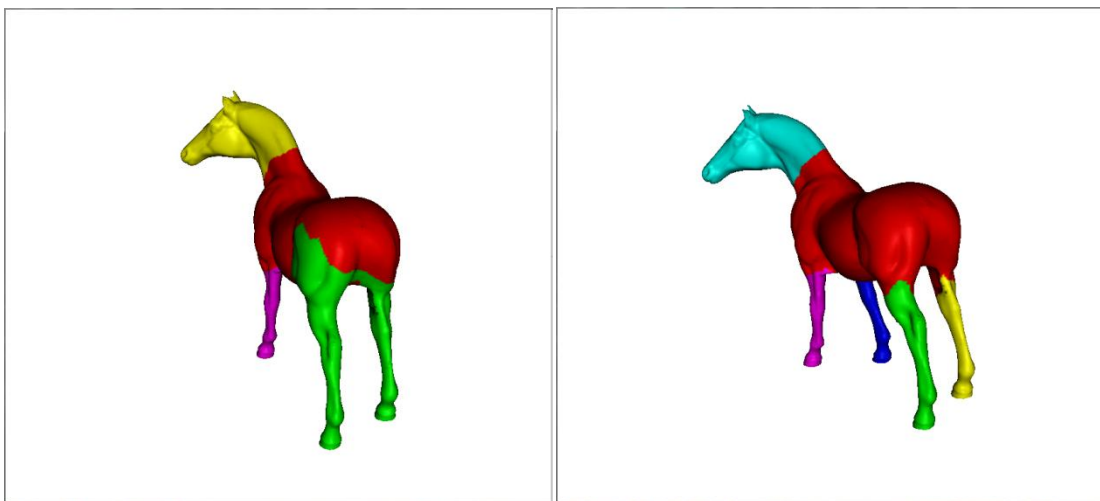
```

1  function CoreExtension()
2      Compute The Remaining Segments.
3      for each feature point a
4          for each feature point b
5              if a & b belong to same component and
                  geodDist(a,b) > 2/5 * maxDist
6                  Reduce This Component.
7              goto 2.

```

Αλγόριθμος 4.1 : Επέκταση κύριου τμήματος.

Η διαδικασία *Compute the Remaining Segments* περιγράφεται στην επόμενη ενότητα, ενώ η διαδικασία *Reduce This Component* αφαιρεί από το προς εξέταση component τις πλευρές του που συνορεύουν με το κεντρικό τμήμα του μοντέλου, και τις προσθέτει στο τελευταίο. Ο διπλός επαναληπτικός βρόχος εκτελείται σε $O(f^2)$, όπου f το πλήθος των χαρακτηριστικών σημείων, και η διαδικασία *Reduce This Component* εκτελείται σε $O(nm)$, όπου n είναι το πλήθος των κορυφών του component που ελέγχουμε και m το πλήθος των πλευρών του κεντρικού τμήματος. Η πολυπλοκότητα αυτή δεν είναι απαγορευτική καθώς η διαδικασία εκτελείται στο χαμηλής ανάλυσης μοντέλο, συνεπώς τα n και m είναι κατά κανόνα μικρά.



Σχήμα 4.4 : Άλογο πριν και μετά την επέκταση του κεντρικού τμήματος.

4.4.3. Εξαγωγή των υπολοίπων τμημάτων

Μόλις ολοκληρωθεί ο υπολογισμός του κεντρικού τμήματος, το αφαιρούμε από το S . Με την αφαίρεση αυτή, απομένει ένα υποσύνολο του S το οποίο δεν είναι συνεκτικό, αλλά αποτελείται από συνεκτικές συνιστώσες οι οποίες περιέχουν χαρακτηριστικά σημεία. Ξεκινώντας λοιπόν από τα χαρακτηριστικά σημεία που απομένουν, εκτελούμε επαναληπτικά αναζήτηση κατά πλάτος (Breadth First Search – BFS) , με κόστος $O(n)$, ομαδοποιώντας έτσι τα εναπομείναντα υπογραφήματα, κάθε ένα από τα οποία αποτελεί και ένα τμήμα του αρχικού μοντέλου.

4.4.4. Αντιστοίχιση στο αρχικό μοντέλο

Έχοντας υπολογίσει πλέον όλα τα τμήματα του απλοποιημένου μοντέλου, το τελικό στάδιο είναι η αντιστοίχιση των τμημάτων αυτών στο αρχικό υψηλής ανάλυσης μοντέλο. Αυτό επιτυγχάνεται εξετάζοντας κάθε κορυφή u του αρχικού μοντέλου, με όλες τις κορυφές του απλοποιημένου, για να βρούμε ποια κορυφή u_r του δεύτερου έχει τη μικρότερη απόσταση από την u του αρχικού, και της αναθέτουμε το ίδιο τμήμα με την u_r . Η διαδικασία έχει πολυπλοκότητα $O(nv)$, όπου n το πλήθος των κορυφών του απλοποιημένου μοντέλου, και v το πλήθος των κορυφών του αρχικού.

4.5. Εξομάλυνση ορίων

Τα προηγούμενα στάδια έχουν ως αποτέλεσμα μια κατάτμηση η οποία μπορεί να προσφέρει μη ικανοποιητικά αποτελέσματα, τόσο οπτικά όσο και πρακτικά, στις περιοχές όπου διαχωρίζονται τα τμήματα του μοντέλου. Στο στάδιο αυτό προσπαθούμε να βελτιώσουμε την κατάσταση όπου είναι δυνατόν, εξομαλύνοντας τα όρια μεταξύ των τμημάτων.

Για να γίνει αυτό, πρέπει να εκμεταλλευτούμε τα κοινά τρίγωνα που υπάρχουν μεταξύ δυο γειτονικών τμημάτων. Οι κορυφές των τριγώνων αυτών αποτελούν την

περιοχή που θέλουμε να εξομαλύνουμε. Η κεντρική ιδέα είναι να υπολογίσουμε το επίπεδο που προσεγγίζει καλύτερα το σύνολο των 3Δ αυτών σημείων, και να τα διαχωρίσουμε σε αυτά που βρίσκονται στη θετική πλευρά του επιπέδου και σε αυτά που βρίσκονται στην αρνητική πλευρά του.

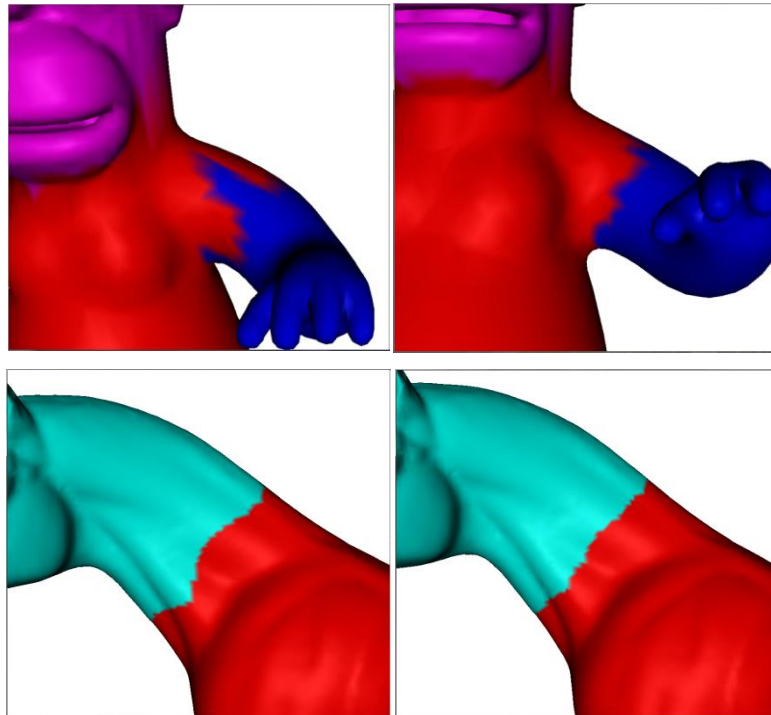
Χρησιμοποιώντας λοιπόν principal component analysis, η λύση της μας δίνει –μεταξύ άλλων- το κάθετο διάνυσμα του επιπέδου που προσεγγίζει καλύτερα το σύνολο των σημείων αυτών, δηλαδή το άθροισμα των αποστάσεων των σημείων από το επίπεδο είναι το ελάχιστο δυνατό. Για να ορίσουμε αυστηρά το επίπεδο στο χώρο χρειαζόμαστε, εκτός από το κάθετο διάνυσμα σε αυτό, και ένα σημείο του. Η πιο εύλογη επιλογή είναι το σημείο αυτό να είναι το κέντρο βάρους των σημείων. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την προσημασμένη απόσταση κάθε σημείου από το επίπεδο, καθώς και την προσημασμένη απόσταση του κέντρου βάρους του κύριου τμήματος του μοντέλου (core component). Τέλος, τα σημεία που έχουν ίδιο πρόσημο απόστασης με αυτό του κέντρου βάρους του κύριου τμήματος, προστίθενται στο κύριο τμήμα, ενώ τα υπόλοιπα προστίθενται στο άλλο υποτμήμα του μοντέλου. Ακολουθεί ο αλγόριθμος που υλοποιεί τη διαδικασία αυτή.

```

1  function Smooth Boundaries (Components)
2      for each face f in Core Component's Shared Faces:
3          if f also belongs to another component i:
4              insert f in the list Li;
5      for each list Li
6          plane pi := PCA(vertices of Li);
7          Core Distance:=Signed Distance(Core center,pi);
8          for each vertex v in Li:
9              Point Distance:=Signed Distance(v,pi);
10             if sign(Core Distance)=sign(PointDistance):
11                 move v and its adjacent faces to Core Component;
12             else:
13                 move v and its adjacent faces to i;
```

Αλγόριθμος 4.2 : Εξομάλυνση ορίων με χρήση PCA.

Η πολυπλοκότητα του βήματος αυτού είναι $O(f*m + l*v) = O(f*m)$, όπου f το πλήθος των πλευρών του κεντρικού τμήματος οι οποίες ανήκουν και σε άλλα τμήματα, m το πλήθος των πλευρών του μοντέλου εκτός από αυτές που ανήκουν στο κύριο τμήμα, l ο αριθμός των τμημάτων που δημιουργεί η κατάτμηση, και v ο αριθμός των κορυφών κάθε περιοχής προς εξομάλυνση. Προφανώς, ο παράγοντας $l*v$ είναι πολύ μικρότερου μεγέθους από τον $f*m$. Η συνολική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι $O(n^2 \times no_{iterations} + n^2 \log n + f * m) = O(n^2 \times no_{iterations} + f * m)$, όπου n το πλήθος των κορυφών του απλοποιημένου μοντέλου. Στο Σχήμα 4.5 βλέπουμε τα αποτελέσματα από την εξομάλυνση των ορίων σε περιοχές 2 μοντέλων, στην αριστερή στήλη είναι οι περιοχές πριν την εξομάλυνση, και στη δεξιά έχουμε τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της.



Σχήμα 4.5 : (πάνω) Εξομάλυνση της περιοχής του χεριού του μοντέλου Homer.

(κάτω) Εξομάλυνση της περιοχής του κεφαλιού του μοντέλου Horse.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

- 5.1 Λεπτομέρειες υλοποίησης
 - 5.2 Πειραματικά αποτελέσματα
-

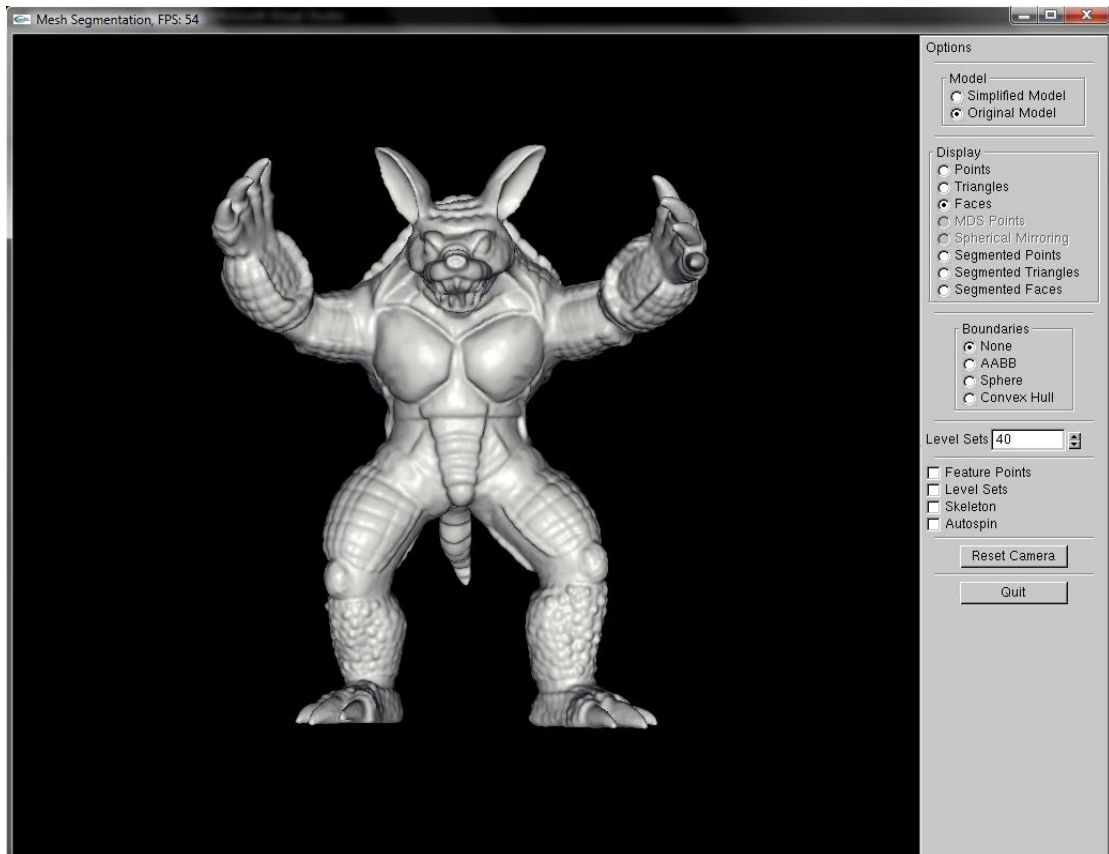
Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφουμε τις λεπτομέρειες του συστήματος που υλοποιήθηκε για την επίτευξη της σκελετοποίησης και της κατάτμησης 3D αρθρωτών μοντέλων, και παρουσιάζουμε τα πειραματικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις εκτελέσεις πάνω σε διάφορα μοντέλα.

5.1. Λεπτομέρειες Υλοποίησης

Οι κύριες απαιτήσεις μας όσον αφορά την υλοποίηση του συστήματος ήταν η ταχύτητα της εκτέλεσης των αλγορίθμων και η παροχή ενός αποδοτικού και εύχρηστου περιβάλλοντος διεπαφής.

Επιλέξαμε την C++ ως κύρια γλώσσα ανάπτυξης, μαζί με το API γραφικών OpenGL συνοδευόμενο από τη βοηθητική βιβλιοθήκη GLUT (OpenGL Utility Toolkit) για την οπτικοποίηση και την απόδοση στην οθόνη. Όσον αφορά το περιβάλλον διεπαφής, η επιλογή μας ήταν η βιβλιοθήκη GLUI (OpenGL User Interface), ανάμεσα σε πολλά άλλα που είναι διαθέσιμα, όπως Qt, FLTK (Fast Light Toolkit) κ.α.

Ένα στιγμιότυπο εκτέλεσης του προγράμματος φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί:



Σχήμα 5.1 : Στιγμιότυπο του προγράμματος με τη γραφική διεπαφή και την απεικόνιση του μοντέλου Armadillo.

Σε διάφορα σημεία της υλοποίησης χρησιμοποιήθηκαν κάποια επιπλέον πακέτα λογισμικού για την αυτοματοποίηση ορισμένων διαδικασιών. Πρώτα απ'όλα, για την ανάγνωση των αρχείων που αναπαριστούν τα μοντέλα μας και την εισαγωγή τους στο σύστημα, χρησιμοποιήσαμε τη βιβλιοθήκη *Trimesh*. Πρόκειται για μια εξαιρετική βιβλιοθήκη για ανάγνωση και εγγραφή αρχείων μοντέλων, με πολλά υποστηριζόμενα format (.3DS, .PLY, .OFF, .OBJ κ.α.) και πλήθος βοηθητικών δεδομένων αποθηκευμένα στις κατάλληλες δομές. Έπειτα, στο στάδιο της προεπεξεργασίας για την κατάτμηση του μοντέλου, όπου χρειαζόμαστε ένα μοντέλο-αντίγραφο του αρχικού αλλά σε χαμηλότερη ανάλυση, χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα







μοντελοποίησης *Meshlab*. Στις περιπτώσεις που έπρεπε να υπολογίσουμε το κυρτό περίβλημα ενός συνόλου κορυφών, χρησιμοποιήσαμε το πολύ γνωστό και αποδοτικό πρόγραμμα *qhull*. Τέλος, για την υλοποίηση του multidimensional scaling και τον υπολογισμό της PCA, χρησιμοποιήσαμε MATLAB.

Η υλοποίηση έγινε στη σουίτα ανάπτυξης εφαρμογών της Microsoft, Visual Studio 2008, και στη MATLAB R2008b. Η είσοδος του συστήματος απαιτεί απλώς τα δυο μοντέλα σε πολυεδρική αναπαράσταση (το αρχικό και το απλοποιημένο), με δοκιμασμένα format αρχείων τα *.PLY* και *.OFF*. Ο υπολογιστής πάνω στον οποίο έγινε η υλοποίηση και η εκτέλεση των πειραμάτων αποτελείται από Core 2 Duo @ 3.0 GHz CPU, 4GB RAM και κάρτα γραφικών ATI Radeon HD 4850. Το λειτουργικό σύστημα του συστήματος είναι τα Windows Vista 64-bit Business Edition.

5.2. Πειραματικά αποτελέσματα

Παραθέτουμε στη συνέχεια κάποια ενδεικτικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις εκτελέσεις των αλγορίθμων που υλοποιήθηκαν στο σύστημα μας. Στους πίνακες που ακολουθούν δίνουμε πληροφορίες για τα μοντέλα, τους χρόνους που απαιτήθηκαν από κάθε τμήμα του συστήματος, το συνολικό αριθμό των τμημάτων στα οποία διασπάστηκε το μοντέλο, το συνολικό αριθμό των σκελετικών τμημάτων, το ελάχιστο, το μέγιστο, και το μέσο μήκος των σκελετικών τμημάτων, καθώς και το ελάχιστο, το μέγιστο, και το μέσο μέγεθος (σε πλήθος κορυφών) των δημιουργηθέντων τμημάτων.

Πίνακας 5.1 : Βασικές πληροφορίες για τα μοντέλα.

<u>Εικόνα</u>	<u>Όνομα</u>	<u>Κορυφές</u>	<u>Πλευρές</u>	<u>Κορυφές Μειωμένου</u>	<u>Πλευρές Μειωμένου</u>
	<i>Horse</i>	48485	96966	250	500
	<i>Homer</i>	5103	10202	500	1000
	<i>Dilophosaurus</i>	27174	54344	250	500
	<i>Cow</i>	10850	21764	480	1000
	<i>Armadillo</i>	172974	345944	400	800
	<i>Dinosaur</i>	56194	112384	500	1000

Στον Πίνακα 5.2 παρατίθενται οι χρόνοι που απαιτήθηκαν για την κατάτμηση και τη σκελετοποίηση κάθε μοντέλου, μαζί με δυο βασικές πληροφορίες, τον αριθμό των υποτμημάτων στα οποία διαχωρίστηκε κάθε μοντέλο, και τον αριθμό των ευθυγράμμων τμημάτων τα οποία αποτελούν το σκελετό του.

Πίνακας 5.2 : Γενικά αποτελέσματα εκτελέσεων.

<u>Όνομα</u>	<u>Χρόνος</u> <u>Κατάτμησης</u>	<u>Χρόνος</u> <u>Σκελετοποίησης</u>	<u># Τμημάτων</u> <u>Κατάτμησης</u>	<u># Σκελετικών</u> <u>Τμημάτων</u>
<i>Horse</i>	17,3 sec	5,0 sec	6	31
<i>Homer</i>	26 sec	0,2 sec	6	24
<i>Dilophosaurus</i>	19,8 sec	3,6 sec	7	36
<i>Cow</i>	24,1 sec	0,9 sec	7	26
<i>Armadillo</i>	43,1 sec	26,3 sec	7	57
<i>Dinosaur</i>	34,2 sec	5,8 sec	7	31

Στον Πίνακα 5.3 παραθέτουμε τους χρόνους κατάτμησης (σε δευτερόλεπτα) για κάθε στάδιο του αλγορίθμου, και στην επόμενη ενότητα εξηγούμε αναλυτικά τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τους δυο αυτούς πίνακες, συνοδευόμενα από εικόνες για κάθε μοντέλο.

Πίνακας 5.3 : Συγκεκριμένοι χρόνοι κατάτμησης.

<u>Όνομα</u>	<u>Dijkstra</u>	<u>MDS &</u> <u>Χαρακτηριστικά</u> <u>σημεία</u>	<u>Εξαγωγή</u> <u>τμημάτων</u>	<u>Αντιστοίχιση</u>	<u>Εξομάλωση</u> <u>ορίων</u>
<i>Horse</i>	0,566	3,633	0,119	0,279	12,13
<i>Homer</i>	3,157	10,492	0,129	0,071	12,101
<i>Dilophosaurus</i>	0,547	4,092	0,13	0,157	14,813
<i>Cow</i>	3,025	6,997	0,145	0,116	14,26
<i>Armadillo</i>	3,272	7,463	0,172	1,874	30,685
<i>Dinosaur</i>	3,502	11,408	0,2	0,587	17,699

5.2.1. Συμπεράσματα

Παρατηρούμε κατ'αρχήν από τον Πίνακα 5.2 ότι στο τρέχον επίπεδο κατάτμησης που επιθυμούμε, όλα τα μοντέλα διαχωρίζονται σε 6 βασικά τμήματα (κορμός, κεφάλι, 4 άκρα) και ένα 7^ο το οποίο αντιστοιχεί στην ουρά, σε όσα μοντέλα τη διαθέτουν. Όσον αφορά τους χρόνους κατάτμησης, πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι τυχόν δυσαναλογίες ανάμεσα στον αριθμό των κορυφών/πλευρών και το χρόνο κατάτμησης οφείλονται στο γεγονός ότι ο αλγόριθμος λειτουργεί εξ' ολοκλήρου στο μειωμένης ανάλυσης μοντέλο, και όχι στο αυθεντικό (εκτός από το στάδιο της εξομάλυνσης ορίων με τη χρήση της PCA). Για παράδειγμα, ενώ το αυθεντικό μοντέλο *Homer* έχει σχεδόν τις μισές κορυφές από το μοντέλο *Cow* (5103 έναντι 10850), ο χρόνος κατάτμησης του είναι ελαφρώς μεγαλύτερος διότι το αντίστοιχο μειωμένης ανάλυσης μοντέλο έχει περισσότερες κορυφές (500 έναντι 480). Να τονίσουμε επίσης σ' αυτό το σημείο ότι οι χρόνοι κατάτμησης αυξάνονται αρκετά λόγω των εξωτερικών κλήσεων από το Visual Studio προς τον πυρήνα της MATLAB. Η διαδικασία αυτή γίνεται μία φορά για τον υπολογισμό του multi-dimensional scaling, και μία φορά για κάθε υποτομήμα του μοντέλου εκτός του κεντρικού, για τον υπολογισμό των επιπέδων κατά την εξομάλυνση των ορίων, γεγονός που ανεβάζει τον αριθμό των κλήσεων σε 7 ή 8. Η χρονική επιβάρυνση από αυτό το στάδιο φαίνεται καθαρά στον Πίνακα 5.3, όπου η εξομάλυνση ορίων αντιστοιχεί τουλάχιστον στο 50% του συνολικού χρόνου κατάτμησης. Μια καθαρή υλοποίηση των MDS και PCA σε C/C++ θα μείωνε δραματικά το χρόνο για τη διαδικασία της κατάτμησης.

Σχετικά με το στάδιο της σκελετοποίησης, τόσο οι χρόνοι για την εκτέλεση του αλγορίθμου όσο και ο αριθμός των σκελετικών τμημάτων που δημιουργούνται, είναι ανάλογα με το πλήθος των κορυφών των μοντέλων. Αυτό είναι απολύτως αναμενόμενο, αφού όλα τα βήματα του αλγορίθμου λειτουργούν μόνο πάνω στις κορυφές. Η μόνη αξιοσημείωτη περίπτωση είναι αυτή του μοντέλου *Dilophosaurus*, στο οποίο έπρεπε να αυξήσουμε την ανάλυση του σκελετού, αυξάνοντας τον αριθμό k των level sets, ώστε να προσεγγιστεί επιτυχώς το στενό καμπυλωτό λοφίο που βρίσκεται στο κεφάλι του. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία περισσότερων σκελετικών τμημάτων.

Στον ακόλουθο Πίνακα 5.4 δίνονται κυρίως στατιστικά στοιχεία που αφορούν τη σκελετοποίηση, και συγκεκριμένα το μέσο, το ελάχιστο και το μέγιστο μήκος

σκελετικού τμήματος που δημιουργείται. Οι τιμές αφορούν μήκη τα οποία είναι σχετικά με τις συντεταγμένες (στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων) του κάθε μοντέλου. Τα μεγαλύτερα μήκη αποτελούν σκελετικά τμήματα που διαπερνούν ενιαίες και ομαλές περιοχές του μοντέλου, όπως ο κεντρικός κορμός του, ενώ σε περιοχές μέσα σε διακλαδώσεις, καθώς και στις άκρες του μοντέλου αλλά και σε περιοχές με αυξημένη καμπυλότητα, δημιουργούνται τμήματα μικρού μήκους ώστε να έχουμε βελτιωμένη προσέγγιση της μορφολογίας του.

Πίνακας 5.4 : Ειδικά αποτελέσματα σκελετοποίησης.

<u>Όνομα</u>	<u>Μέσο Μήκος</u> <u>Τμήματος</u>	<u>Ελάχιστο Μήκος</u> <u>Τμήματος</u>	<u>Μέγιστο Μήκος</u> <u>Τμήματος</u>
<i>Horse</i>	0.018340	0.002560	0.043751
<i>Homer</i>	0.091917	0.018743	0.203820
<i>Dilophosaurus</i>	0.083694	0.006949	0.198407
<i>Cow</i>	1.058187	0.392675	2.433734
<i>Armadillo</i>	12.137040	2.584676	47.765388
<i>Dinosaur</i>	0.009540	0.005071	0.020061

Στον Πίνακα 5.5 δίνονται επιπλέον στοιχεία που αφορούν την κατάτμηση, συγκεκριμένα το μέσο, το ελάχιστο, και το μέγιστο μέγεθος των υποτμημάτων που δημιουργούνται. Το μέγεθος εκφράζεται ως το πλήθος των κορυφών που απαρτίζουν κάθε υποτμήμα. Σε κάθε περίπτωση, το υποτμήμα με τις περισσότερες κορυφές είναι το κεντρικό τμήμα, ενώ αυτό με τις λιγότερες είναι το μικρότερο τμήμα σχετικά με το συνολικό μέγεθος του μοντέλου, για παράδειγμα η ουρά στα μοντέλα *Cow* και *Armadillo*, ή τα χέρια στα μοντέλα *Homer* και *Dinosaur*.

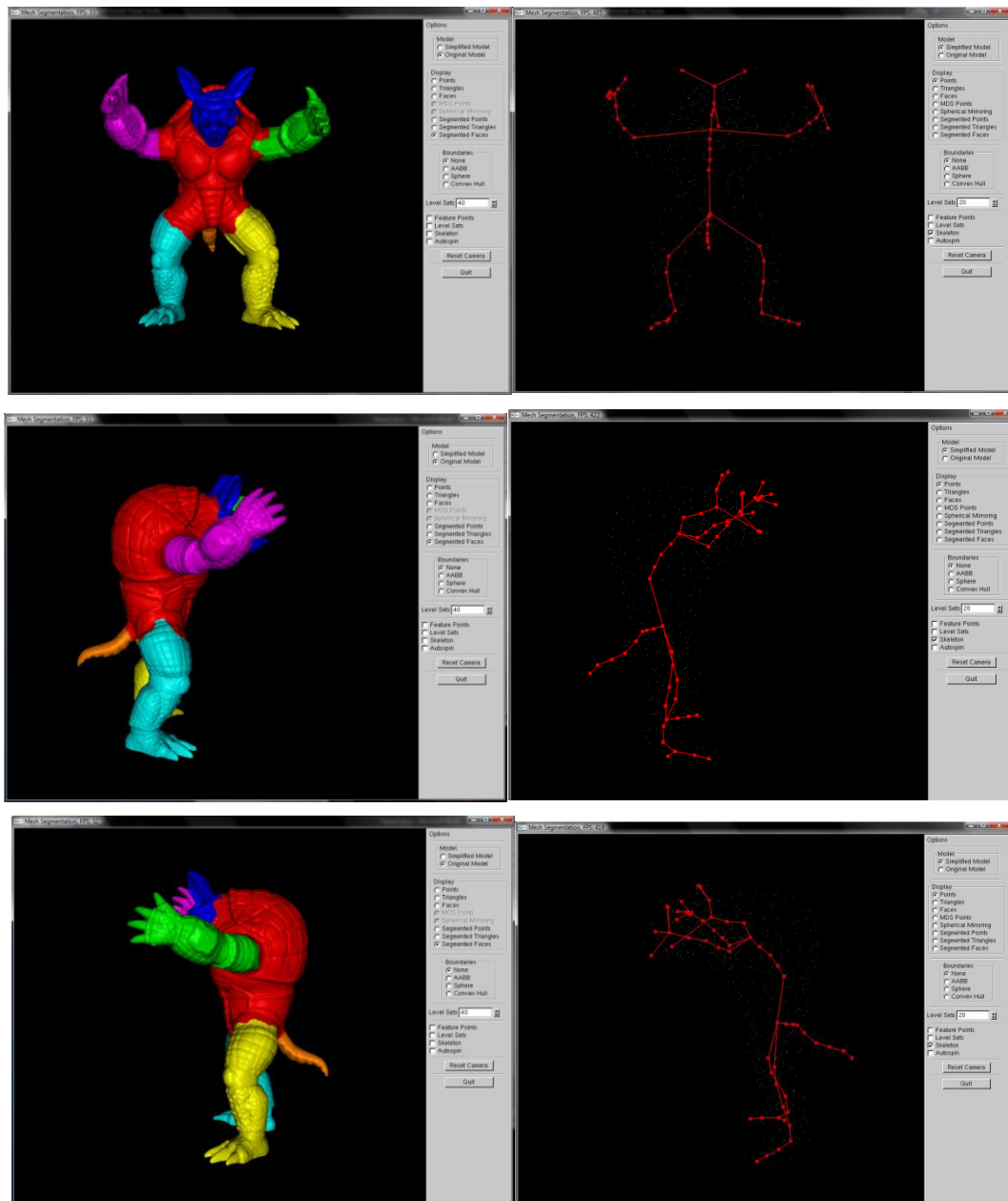
Πίνακας 5.5 : Ειδικά αποτελέσματα κατάτμησης.

<u>Όνομα</u>	<u>Μέσο Μέγεθος</u> <u>Τμήματος</u> <u>(#κορυφών)</u>	<u>Ελάχιστο Μέγεθος</u> <u>Τμήματος</u> <u>(#κορυφών)</u>	<u>Μέγιστο Μέγεθος</u> <u>Τμήματος</u> <u>(#κορυφών)</u>
<i>Horse</i>	8080	2257	29147
<i>Homer</i>	850	561	1378
<i>Dilophosaurus</i>	3882	1213	8392
<i>Cow</i>	1550	220	7355
<i>Armadillo</i>	24710	3747	67241
<i>Dinosaur</i>	8027	1260	22046

5.2.2. Εικόνες

Στην υποενότητα αυτή παραθέτουμε εικόνες από διάφορες οπτικές γωνίες, στις οποίες παρέχονται τα οπτικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εκτέλεση των αλγορίθμων κατάτμησης και σκελετοποίησης στα μοντέλα.

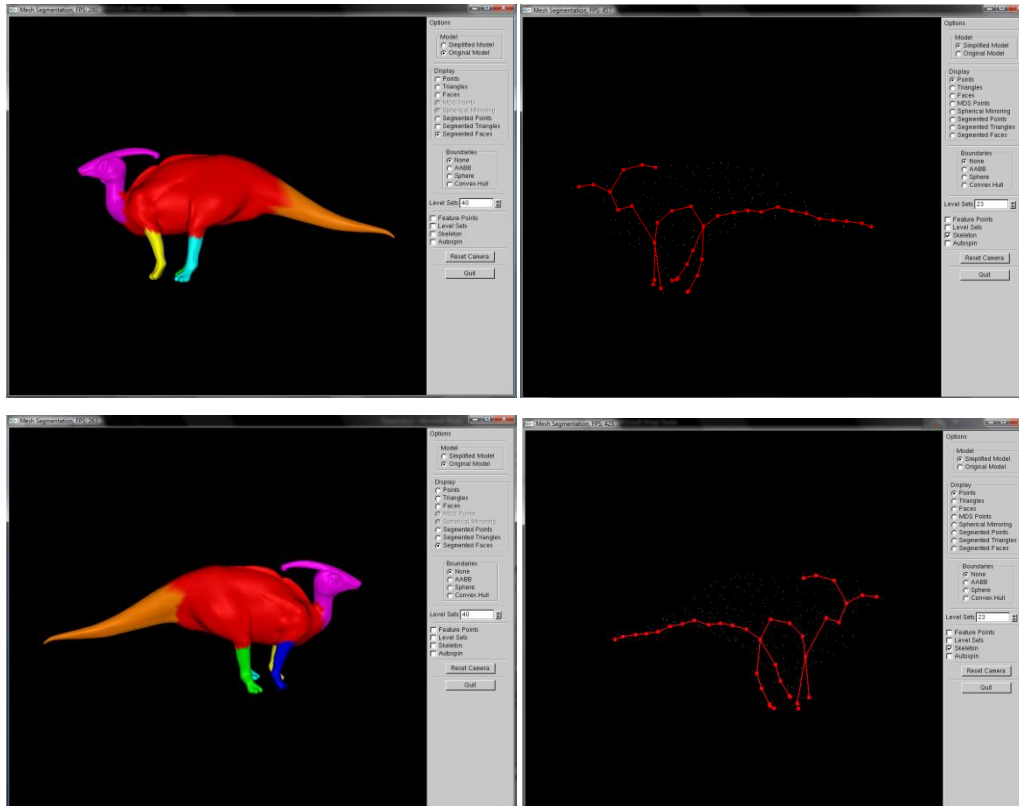
Στο Σχήμα 5.2 βλέπουμε τα αποτελέσματα για το μοντέλο *Armadillo*. Ο σκελετός έχει υπολογιστεί αρκετά ικανοποιητικά, με το σημείο αναφοράς να βρίσκεται στην άκρη της ουράς του. Στην κατάτμηση όμως παρατηρούμε ότι η PCA δεν μπορεί να εξομαλύνει τα όρια σε όλες τις περιοχές, παρουσιάζοντας μη ικανοποιητικό αποτέλεσμα ιδιαίτερα στην περιοχή του αριστερού χεριού και του δεξιού ποδιού του. Αυτό συνήθως συμβαίνει όταν υπάρχει διασπορά των σημείων, που αποτελούν την περιοχή προς εξομάλυνση, σε μεγάλο εύρος συγκριτικά με το μέγεθος της περιοχής, διότι μπορεί να οδηγήσει σε αλλοίωση της κλίσης του – δισαιθητικά καταλληλότερου- επιπέδου.



Σχήμα 5.2 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Armadillo.

Στο Σχήμα 5.3 δίνονται τα αποτελέσματα για το μοντέλο *Dilophosaurus*. Όπως αναφέρθηκε και στα συμπεράσματα, η σωστή προσέγγιση του λοφίου στο κεφάλι του μοντέλου είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία πλεοναζόντων επιπέδων στον κορμό του, όπως φαίνεται και στη δεξιά στήλη του σχήματος. Το σημείο αναφοράς βρίσκεται στην άκρη της ουράς του. Σχετικά με την κατάτμηση, τα όρια ανάμεσα στο κεντρικό τμήμα και στην ουρά οφείλονται περισσότερο στο μεγάλο μήκος ακμών

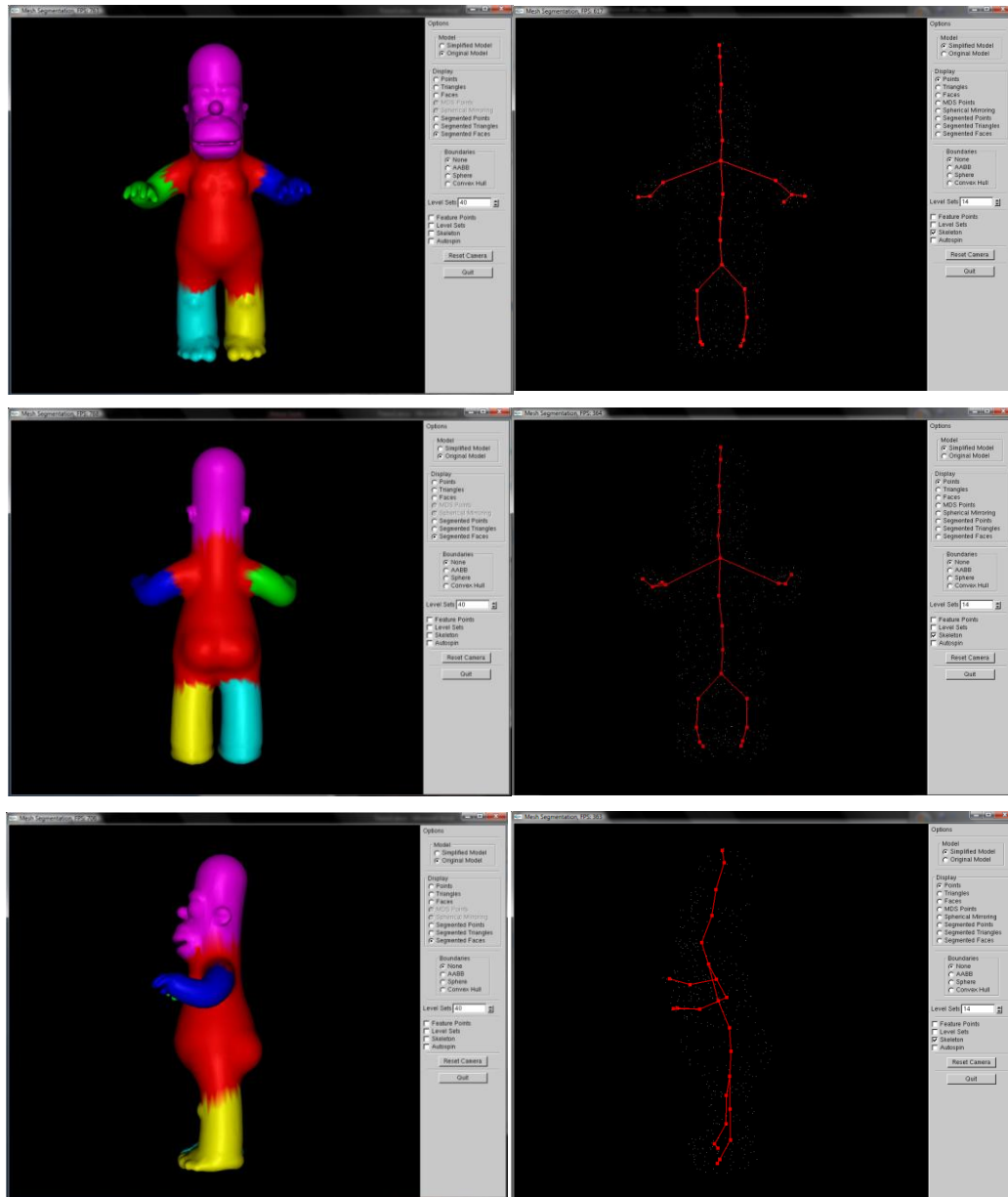
που παρατηρείται σ'εκείνη την περιοχή, το οποίο οδηγεί τη χρωματική παρεμβολή στο συγκεκριμένο αποτέλεσμα, και λιγότερο σε αποτυχία της PCA, η οποία όπως φαίνεται σε μικρότερες και πιο πυκνές περιοχές όπως τα πόδια, δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα.



Σχήμα 5.3 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Dilophosaurus.

Στο Σχήμα 5.4 παρατηρούμε ότι τα περισσότερα όρια μεταξύ των τμημάτων στο μοντέλο *Homer* παραμένουν μη ικανοποιητικά ακόμα και μετά την εφαρμογή της PCA. Αυτό οφείλεται στο μεγάλο εύρος του μήκους των ακμών του μοντέλου. Υπάρχουν πολλές ακμές με αρκετά μεγαλύτερο μήκος από άλλες, με αποτέλεσμα τα σημεία που βρίσκονται στις περιοχές εξομάλυνσης να δυσκολεύουν τη σωστή τοποθέτηση του επιπέδου από την PCA, και επιπλέον η χρωματική παρεμβολή ανάμεσα σε δυο γειτονικές κορυφές οι οποίες ανήκουν σε διαφορετικά υποτιμήματα αλλά είναι δυσανάλογα απομακρυσμένες, δημιουργεί πολλές οπτικά άσχημες

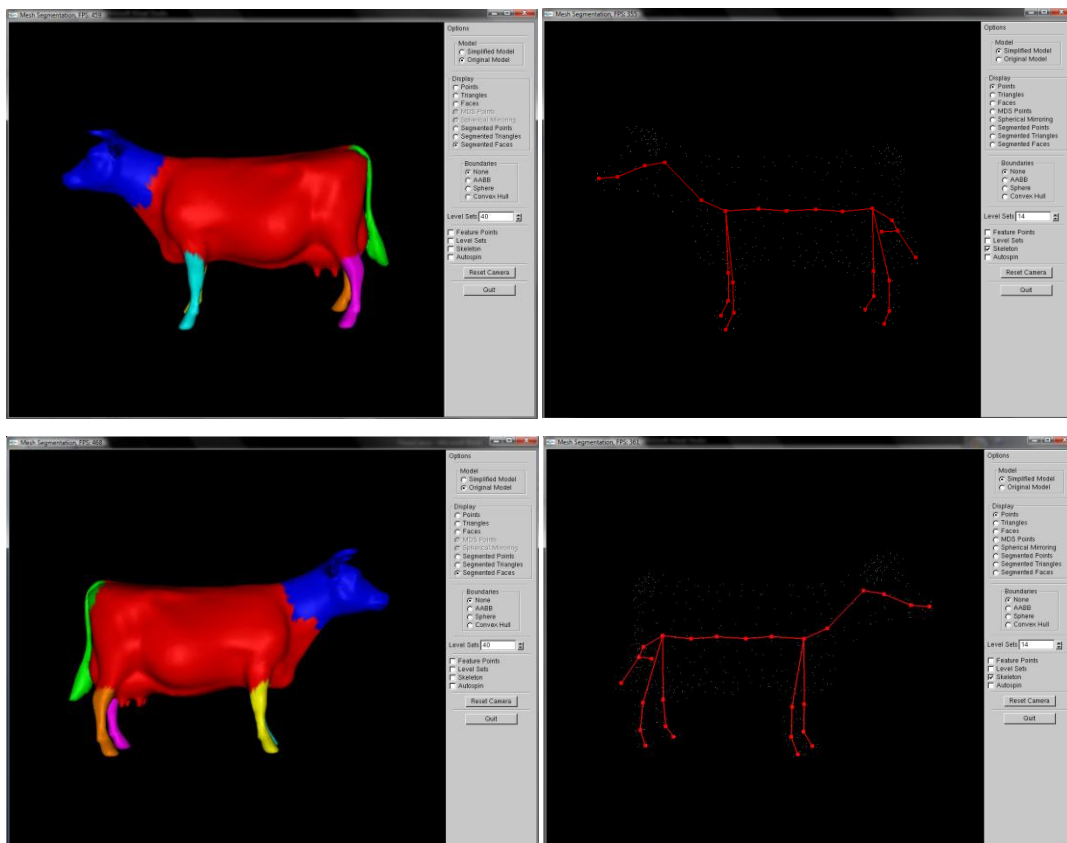
γραμμές στα όρια των τμημάτων. Για τη διαδικασία της σκελετοποίησης, το σημείο αναφοράς βρίσκεται στην κορυφή του κεφαλιού του μοντέλου.



Σχήμα 5.4 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Homer.

Στο Σχήμα 5.5 φαίνονται τα αποτελέσματα για το μοντέλο Cow. Παρατηρούμε και εδώ ότι η PCA αποτυγχάνει να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε μια μεγάλη περιοχή όπως αυτή ανάμεσα στο κεφάλι και στο κεντρικό τμήμα. Στο σκελετό του

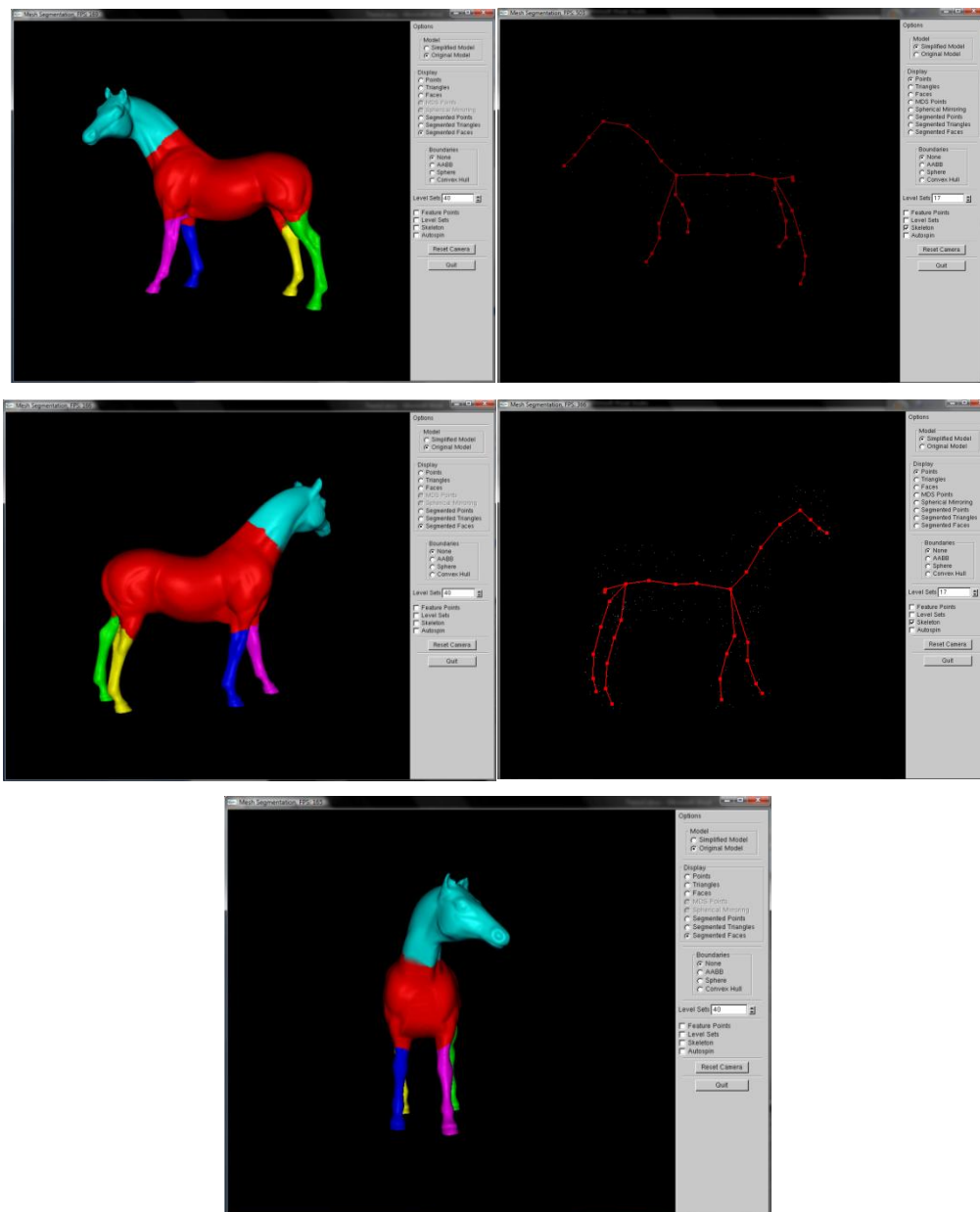
συγκεκριμένου μοντέλου, το μόνο αξιοσημείωτο είναι ένα μικρό κομμάτι που δημιουργείται στο πίσω μέρος του το οποίο φαίνεται να ενώνει την ουρά του με το κεντρικό τμήμα. Αυτό οφείλεται στο ότι στην πολυεδρική αναπαράσταση του μοντέλου, η ουρά είναι ενωμένη με το σώμα σ'εκείνη την περιοχή, γεγονός που οδήγησε τον αλγόριθμο σκελετοποίησης να ενώσει μη κατάλληλα κέντρα. Το σημείο αναφοράς βρίσκεται στην άκρη της μύτης του.



Σχήμα 5.5 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Cow.

Το μοντέλο *Horse*, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.6, έδωσε τα καλύτερα αποτελέσματα από κάθε άλλο μοντέλο, τόσο όσον αφορά την κατάτμηση όσο και τη σκελετοποίηση. Αυτό οφείλεται αφ'ενός στην ομοιομορφία της πυκνότητας των κορυφών σχεδόν σε όλο το εύρος του μοντέλου, γεγονός που βοήθησε την PCA στο έπακρο, και αφ'ετέρου στο ότι το μοντέλο δεν περιέχει κάποια περιοχή με αυξημένη

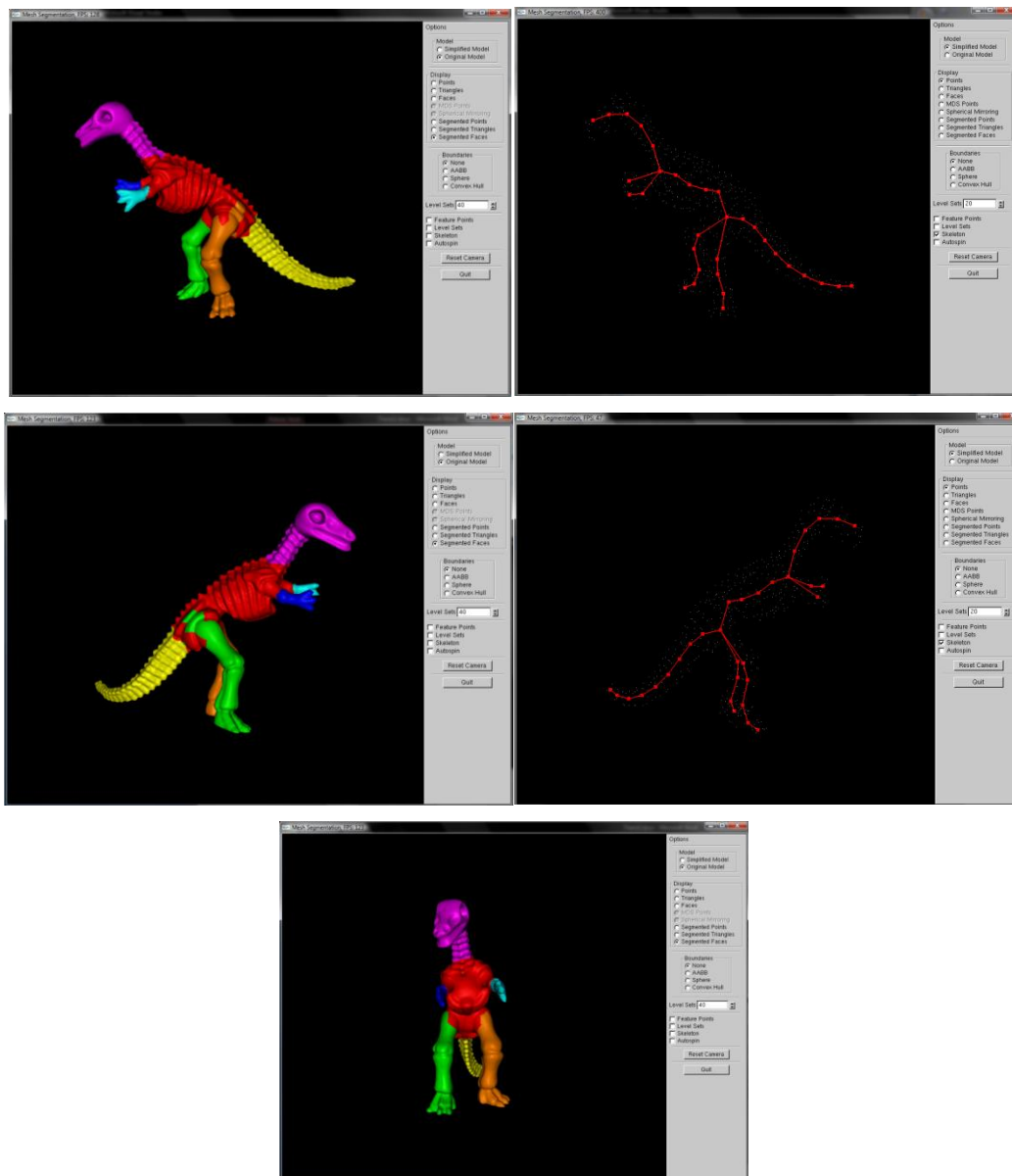
καμπυλότητα. Το σημείο αναφοράς βρίσκεται και σ' αυτή την περίπτωση στην άκρη της μύτης του.



Σχήμα 5.6 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Horse.

Τέλος, στο Σχήμα 5.7 δίνονται τα αποτελέσματα για το μοντέλο *Dinosaur*. Σχετικά με την κατάτμηση υπάρχουν δυο σημεία προς σχολιασμό. Κατ' αρχήν, το κεντρικό τμήμα καλύπτει σχεδόν τη μισή έκταση των χεριών του μοντέλου. Αυτό οφείλεται στη διαδικασία της επέκτασης του κεντρικού τμήματος, η οποία πρέπει να

υπενθυμίσουμε ότι λειτουργεί πάνω στο μειωμένης ανάλυσης μοντέλο. Έτσι, από τη στιγμή που δεν υπήρχαν αρκετά τρίγωνα ώστε να μοντελοποιηθούν επαρκώς τις μικρές περιοχές των χεριών, η επέκταση εισχώρησε και σε τρίγωνα τα οποία ανήκουν μέσα στις διακλαδώσεις των χεριών, μέχρι να διαχωριστούν τα χαρακτηριστικά σημεία που ανήκουν στα δυο χέρια. Δεύτερον, παρατηρούμε και εδώ μια αποτυχία της PCA, παρόμοια με αυτή του μοντέλου *Armadillo*, στις δυο περιοχές που ενώνουν τα πόδια με το κεντρικό τμήμα. Για τη διαδικασία της σκελετοποίησης, το σημείο αναφοράς βρίσκεται στην άκρη της ουράς του μοντέλου.



Σχήμα 5.7 : Εικόνες από την κατάτμηση και σκελετοποίηση του μοντέλου Dinosaur.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Παρουσιάστηκε ένα σύστημα το οποίο κατορθώνει να επιτύχει την εξαγωγή του σκελετού ενός 3D αρθρωτού μοντέλου, καθώς και την κατάτμηση του σε λογικά υποτμήματα, μέσα από μια διαδικασία αποδοτική και πλήρως αυτοματοποιημένη. Τα αποτελέσματα είναι αρκετά ικανοποιητικά στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, αλλά σαφώς υπάρχουν βελτιώσεις και προσθήκες για μελλοντική ενασχόληση.

Η σημαντικότερη βελτίωση αφορά στην αντικατάσταση της μεθόδου PCA για την εξομάλυνση των ορίων μεταξύ των υποτμημάτων του μοντέλου. Όπως περιγράφεται στο [2], γίνεται χρήση ενός αλγορίθμου minimum-cut, ο οποίος προσφέρει πολύ καλύτερα οπτικά και πρακτικά αποτελέσματα από την PCA, διότι εντοπίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια τις περιοχές στις οποίες πρέπει να γίνει ο διαχωρισμός των τμημάτων.

Σαν μελλοντική προσθήκη στρεφόμαστε στην ενσωμάτωση ενός υποσυστήματος κίνησης των μοντέλων. Έχοντας υπολογίσει πλέον το σκελετό και τα επιμέρους τμήματα τους, όλη η πληροφορία που απαιτείται για την επιτυχή διεκπεραίωση της κίνησης είναι διαθέσιμη. Για βέλτιστα οπτικά αποτελέσματα ειδικά στις περιοχές όπου συνορεύουν δυο υποτμήματα, είναι απαραίτητη και η προσθήκη ενός υποσυστήματος skinning όπως αυτό που περιγράφεται στο [27].

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] S. Katz, M. Attene, et al : Mesh segmentation – A comparative study.
- [2] S. Katz, G. Leifman, and A. Tal : Mesh segmentation using feature points and core extraction. *The Visual Computer*, 21(8-10):865-875, 2005.
- [3] H. Blum, A transformation for extracting new descriptors of shape, *Models for the Perception of Speech and Visual Form* (1967) 362-380.
- [4] N. Amenta, M. Bern, M. Kamvysselis, A new Voronoi-based surface reconstruction algorithm, *ACM SIGGRAPH* (1998) 415-421.
- [5] T.K. Dey, J. Sun, Defining and computing curve-skeletons with medial geodesic function, *SGP '06: Proceedings of the fourth Eurographics symposium on Geometry processing*, (2006) 143-152.
- [6] D. Attali, J.O. Lachaud, Delaunay conforming iso-surface; skeleton extraction and noise removal, *Computational Geometry: Theory and Applications Volume 19 Number 2-3* (2001) 175-189.
- [7] G. Aujay, F. Hetroy, F. Lazarus, C. Depraz, Harmonic skeleton for realistic character animation, *SCA '07: Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation* (2007) 151-160.
- [8] V. Pascucci, G. Scorzelli, P.-T. Bremer, A. Mascarenhas, Robust on-line computation of Reeb graphs: simplicity and speed, *ACM Transactions on Graphics Volume 26 Number 3* (2007) 58.

- [9] A. Verroust, F. Lazarus, Extracting skeletal curves from 3d scattered data, International Conference on Shape Modeling and Applications. IEEE Computer Society (1999) 194-201.
- [10] M. Attene, S. Biasotti, M. Spagnuolo, Re-Meshing Techniques for Topological Analysis, SMI '01: Proceedings of the International Conference on Shape Modeling & Applications (2001) 142.
- [11] M. Hilaga, Y. Shinagawa, T. Kohmura, T. L. Kunii, Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes, SIGGRAPH '01: Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (2001) 203-212.
- [12] P.-C. Liu, F.C. Wu, W.-C. Ma, R.-H. Liang, M. Ouhyoung, Automatic animation skeleton using repulsive force field, Computer Graphics and Applications, 2003. Proceedings. 11th Pacific Conference on (2003) 409-413.
- [13] N.D. Cornea, D. Silver, X.S. Yuan, R. Balasubramanian, Computing hierarchical curve-skeletons of 3D objects, The Visual Computer Volume 21 Number 11 (2005) 945-955.
- [14] F.C. Wu, W.C. Ma, P.C. Liou, R.H. Laing, M. Ouhyoung, Skeleton extraction of 3d objects with visible repulsive force, Computer Graphics Workshop (2003).
- [15] Garland, M., Heckbert, P.: Surface simplification using quadric error metrics. In: Proceedings of SIGGRAPH 1997, pp. 209–216 (1997).
- [16] Borg, I., Groenen, P.: Modern Multi-dimensional Scaling: Theory and Applications. Springer, Berlin Heidelberg New York (1977).
- [17] Kruskal, J.: Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a non-metric hypothesis. Psychometrika 29 (1964).

- [18] D. Cohen-Steiner, P. Alliez, and M. Desbrun. Variational shape approximation. *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH)*,23(3):905-914,2004.
- [19] M. Garland, A. Willmott, and P. Heckbert. Hierarchical face clustering on polygonal surfaces. In *Proceedings of ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*, pages 49-58, 2001.
- [20] S. Shlafman, A. Tal, and S. Katz. Metamorphosis of polyhedral surfaces using decomposition. *Eurographics*, pages 219-228, September 2002.
- [21] R. Liu and H. Zhang. Segmentation of 3d meshes through spectral clustering. In *Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, pages 298-305, 2004.
- [22] Y. Zhou and Z. Huang. Decomposing polygon meshes by means of critical points. In *MMM*, pages 187-195, 2004.
- [23] S. Katz and A. Tal. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts. *ACM Trans. Graph. (SIGGRAPH)*,22(3):954-961,2003.
- [24] M. Mortara, G. Patane, M. Spagnuolo, B. Falcidieno, and J. Rossignac. Blowing bubbles for the multi-scale analysis and decomposition of triangle meshes. *Algorithmica, Special Issues on Shape Algorithms*, 38(2):227-248, 2004.
- [25] M. Mortara, G. Patane, M. Spagnuolo, B. Falcidieno, and J. Rossignac. Plumber : A multi-scale decomposition of 3d shapes into tubular primitives and bodies. *Proc. of Solid Modeling and Applications*, pages 139-158, 2004.
- [26] M. Attene, B. Falcidieno, and M. Spagnuolo. Hierarchical segmentation based on fitting primitives. *The Visual Computer*, 2006.
- [27] A. Vasilakis, I. Fudos : Skeleton-based Rigid Skinning for Character Animation. *GRAPP2009*:302-308

ΣΥΝΤΟΜΟ ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ

Ο Γεώργιος Καρπάθιος γεννήθηκε στις 23 Ιουνίου 1983, στα Νέα Μουδανιά Χαλκιδικής. Είναι πτυχιούχος (BSc) του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, ολοκληρώνοντας επιτυχώς τις σπουδές του το 2006. Αυτή τη στιγμή παρακολουθεί το μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών του ίδιου τμήματος, με στόχο την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης (MSc). Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα εστιάζονται στις περιοχές των γραφικών με υπολογιστή (Computer Graphics) και στα συστήματα κίνησης (Animation Systems).

