Αποθήκευση Δεδομένων

Αποθηκευτικές Μονάδες

- Σχεδιασμό και διαχείριση μιας βάσης δεδομένων χρησιμοποιώντας ένα ΣΔΒΔ

- **ΜΕΡΟΣ Β':**

  Σχεδιασμό και υλοποίηση ενός ΣΔΒΔ

Εισαγωγή

Η βάση δεδομένων θα πρέπει να αποθηκευτεί σε κάποιο αποθηκευτικό μέσο

Ιεραρχία αποθήκευσης

πρωτεύουσα αποθήκευση (primary storage)

κύρια μνήμη (main memory) - κρυφή μνήμη (cache)

- άμεση προσπέλαση από την κύρια ΚΜΕ
- γρήγορη προσπέλαση
- περιορισμένη χωρητικότητα αποθήκευσης

Δευτερεύουσα αποθήκευση

(μαγνητικοί δίσκο, ταινίες, δισκέτες, κλπ)

- για την επεξεργασία των δεδομένων **απαιτείται μεταφορά δεδομένων στην πρωτεύουσα αποθήκευση**
- πιο αργή προσπέλαση
- μεγάλη χωρητικότητα
- μικρότερο κόστος (για την ίδια ποσότητα χώρου η κύρια μνήμη 100 φορές ακριβότερη από τη δευτερεύουσα)

Αποθηκευτικές Μονάδες

Οι περισσότερες βάσεις δεδομένων αποθηκεύονται σε δευτερεύουσες αποθηκευτικές μονάδες κυρίως σε δίσκους

- πολύ μεγάλες ⇒μεγάλο κόστος
- μόνιμη αποθήκευση (nonvolatile storage)

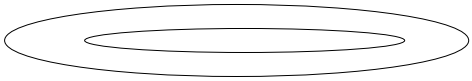
Μαγνητικές ταινίες για

- τήρηση εφεδρικών αντιγράφων
- αρχειοθέτηση (archiving) (δεδομένα που θέλουμε να κρατήσουμε για πολύ καιρό αλλά η προσπέλαση τους είναι σπάνια)

Μαγνητικοί Δίσκοι

Μαγνητικοί Δίσκοι

- Μαγνητισμός μιας περιοχής του δίσκου κατά ορισμένο τρόπο ώστε 1ή 0
- *Χωρητικότητα* (capacity) σε Kbyte - Mbyte - Gbyte
- Μαγνητικό υλικό σε σχήμα κυκλικού δίσκου

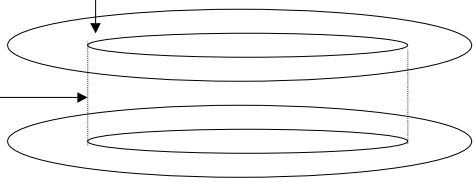


- Απλής και διπλής όψης

Μαγνητικοί Δίσκοι

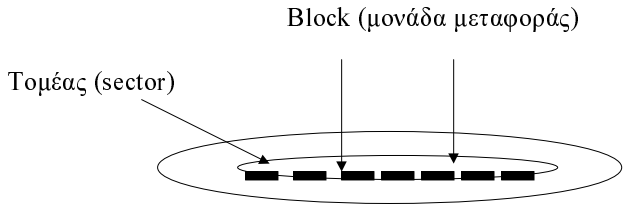
Σε πακέτα δίσκων

Οι πληροφορίες σε ομόκεντρους κύκλους διαφορετικής διαμέτρου: **άτρακτοι track** (συνήθως κάθε άτρακτος την ίδια ποσότητα πληροφορίας)



Ομόκεντροι κύκλοι σε διαφορετικές επιφάνειες: **κύλινδρος (cylinder)**

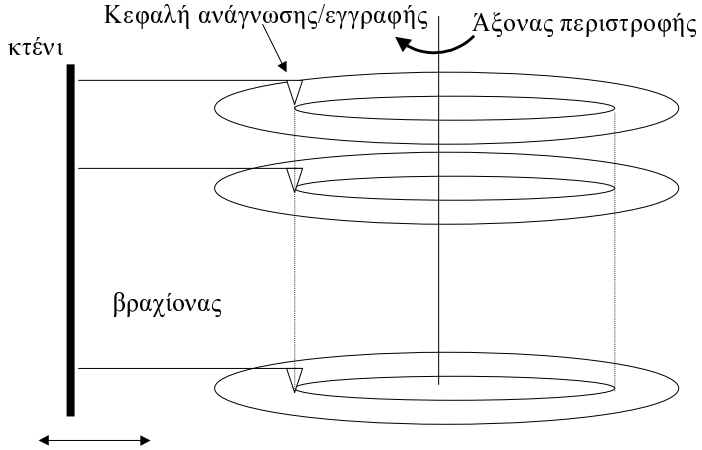
Μαγνητικοί Δίσκοι



Κάθε άτρακτος χωρίζεται σε τόξα που ονομάζονται τομείς (sectors) και είναι χαρακτηριστικό του κάθε δίσκου και δε μπορεί να τροποιηθεί

Το μέγεθος ενός block τίθεται κατά την αρχικοποίηση του δίσκου και είναι κάποιο πολλαπλάσιο του τομέα

Μαγνητικοί Δίσκοι



Μαγνητικοί Δίσκοι

χρόνος εντοπισμού (seek time) Τοποθέτηση κεφαλής στη σωστή άτρακτο

χρόνος περιστροφής (rotational delay ή latency) ώσπου η αρχή του σωστού block να βρεθεί κάτω από την κεφαλή

χρόνος μεταφοράς block (block transfer time) χρόνος μεταφοράς δεδομένων από το δίσκο στη μνήμη

Χρόνος προσπέλασης = χρόνος εντοπισμού + χρόνος περιστροφής + χρόνος μεταφοράς

Μεταφορά αρκετών γειτονικών block

Παράδειγμα IBM Deskstar 14GPX

Χωρητικότητα: 14.4 GB

(μέσος) Χρόνος Εντοπισμού: 9.1 msec (2.2 για γειτονικά - 15.5 μέγιστο)

(μέσος) Χρόνος Περιστροφής: 4.17 msec

5 διπλής όψης κυκλικούς δίσκους - 7,200 περιστροφές το λεπτό

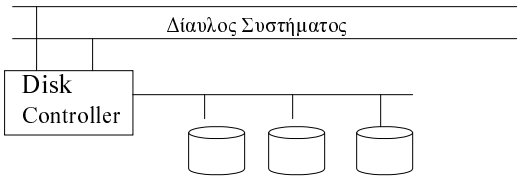
Χρόνος Μεταφοράς 13MB ανά sec

Χρόνος προσπέλασης από το δίσκο ~ 10 msec ενώ για θέσης μνήμης 60 nanosecond

Συνήθως μόνο μία κεφαλή τη φορά

Disk controller

- λειτουργίες εγγραφής/ανάγνωσης
- υπολογισμός αθροίσματος ελέγχου (checksum)



SCSI

Συμπεράσματα

1. Τα δεδομένα πρέπει να βρίσκονται στη μνήμη

2. Η μονάδα μεταφοράς από το δίσκο στη μνήμη είναι ένα block

3. Ο χρόνος προσπέλασης (εγγραφής ή ανάγνωσης) ενός block διαφέρει και εξαρτάται από τη θέση του block

Μαγνητικές Ταινίες

- Δίσκοι *τυχαίας προσπέλασης* (random access)

- Ταινίες *σειριακής προσπέλασης* (serial access) για να διαβάσουμε το n-οστό block πρέπει να ξεκινήσουμε από την αρχή και να διαβάσουμε και τα n-1 blocks

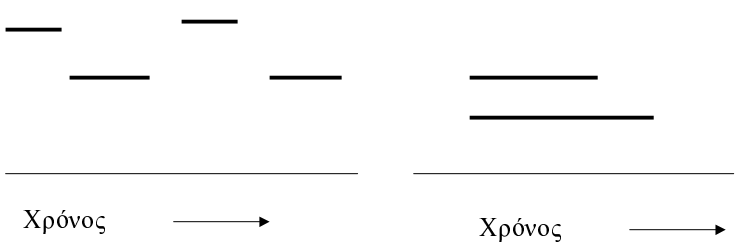
Μεταφορά block σε ενδιάμεση μνήμη

Ενώ γίνεται η μεταφορά των δεδομένων από την δευτερεύουσα στην κύρια μνήμη - παράλληλα και ανεξάρτητα η ΚΜΕ μπορεί να επεξεργάζεται δεδομένα

Ένας ανεξάρτητος επεξεργαστής Εισόδου/Εξόδου ή πολλαπλοί επεξεργαστές

Συνδρομικά (concurrently) και ταυτόχρονα (simulteneously)

Συνδρομικά και εναλλασόμενα (interleaved)



Μεταφορά block σε ενδιάμεση μνήμη

Χρήση διπλής ενδιάμεσης μνήμης

Αρχεία

- Τα δεδομένα συνήθως αποθηκεύονται σε αρχεία
- Η μεταφορά δεδομένων από το δίσκο στη μνήμη και από τη μνήμη στο δίσκο γίνεται σε *μονάδες blocks*

- Βασικός στόχος η *ελαχιστοποίηση του αριθμού* των blocks που μεταφέρονται

Αρχεία

Τα δεδομένα συνήθως αποθηκεύονται με τη μορφή εγγραφών

Ένα αρχείο είναι λογικά οργανωμένο σε μια ακολουθία από εγγραφές

Οι εγγραφές συνήθως περιγράφουν οντότητες και τα γνωρίσματά τους

Blobs

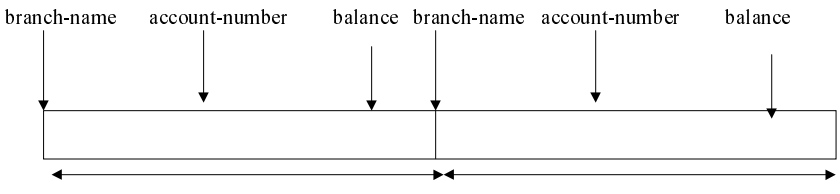
Εγγραφές

Εγγραφές σταθερού και μεταβλητού μήκους

```
type film = record
        branch-name: char(22);
        account-number: char(20);
        balance:real;
        end
```

Έστω κάθε char 1 byte - real 8 bytes

Κάθε εγγραφή 50 bytes



Εγγραφές

Πως προκύπτουν οι εγγραφές μεταβλητού τύπου

- Εγγραφές του ίδιου τύπου αλλά έχουν ένα ή περισσότερα πεδία μεταβλητού μεγέθους
- Εγγραφές του ίδιου τύπου αλλά έχουν ένα ή περισσότερα επαναλαμβανόμενα πεδία (πεδία που μπορεί να έχουν πολλές τιμές για μια εγγραφή)
- Εγγραφές του ίδιου τύπου αλλά έχουν ένα ή περισσότερα πεδία είναι προαιρετικά
- Ανάμεικτο (mixed) αρχείο: εγγραφές διαφορετικού τύπου

Εγγραφές

Γιατί είναι προτιμότερες οι εγγραφές σταθερού μήκους: εύκολος ο εντοπισμός ενός πεδίου

Εγγραφές μεταβλητού μήκους ως εγγραφές σταθερού μήκους

- Προαιρετικά πεδία: τιμή null
- Επαναλαμβανόμενα πεδία: χώρο για κάθε εγγραφή όσο ο μέγιστος αριθμός εγγραφών

Εγγραφές

Πεδία μεταβλητού μήκους

- Ειδικούς διαχωριστικούς χαρακτήρες
- Αποθήκευση του μήκους του πεδίου

Προαιρετικά πεδία

- ζεύγη: <όνομα-πεδίου, τιμή-πεδίου> ή
  <τύπος-πεδίου, τιμή-πεδίου>

Εγγραφές

Επαναλαμβανόμενα πεδία

- Ένα χαρακτήρα για να διαχωρίζει τις επαναλαμβανόμενες τιμές του πεδίου και ένα για το τέλος της εγγραφής

Αρχείο με εγγραφές διαφορετικού τύπου

- Ένα πεδίο ενδεικτικό του τύπου της εγγραφής

Παράγοντας Ομαδοποίησης

Η μονάδα μεταφοράς μεταξύ δίσκου και μνήμης είναι ένα block δίσκου

Έστω εγγραφές σταθερού μήκους

Όταν B ≥ R περισσότερες από μια εγγραφή ανά block - κάθε εγγραφή σε ένα μόνο block

Παράγοντας ομαδοποίησης (blocking factor), όταν B ≥ R

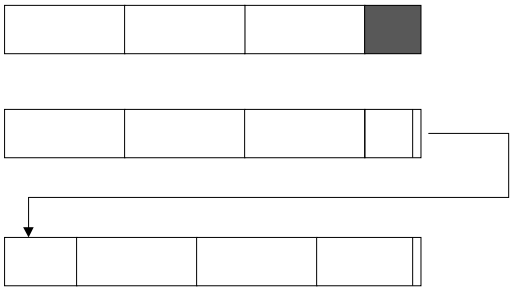
bfr = ⌊ (B / R) ⌋, όπου B μέγεθος block σε byte και R μέγεθος εγγραφής σε bytes

Εκτεινόμενη καταχώρηση

Εκτεινόμενη και μη εκτεινόμενη καταχώρηση εγγραφών

- **Μη εκτεινόμενη** (unspanned) οργάνωση:οι εγγραφές δεν επιτρέπεται να διασχίζουν τα όρια ενός block
  - Αχρησιμοποίητος χώρος: B - bfr * R bytes ανά block
  - Πιο εύκολη η προσπέλαση
- **Εκτεινόμενη** (spanned) οργάνωση: αποθήκευση μέρους μιας εγγραφής σε ένα block και το υπόλοιπο σε ένα άλλο block - δείκτης στο τέλος του πρώτου τμήματος δείχνει στο block που περιέχει το υπόλοιπο

Εκτεινόμενη καταχώρηση



Εκτεινόμενη καταχώρηση

b: Αριθμός blocks για την αποθήκευση ενός αρχείου r εγγραφών:

$$b = \lceil (r/bfr) \rceil$$

Τοποθέτηση block αρχείου στο δίσκο

συνεχόμενη τοποθέτηση (contiguous allocation) τα block του αρχείου τοποθετούνται σε διαδοχικά blocks του δίσκου

συνδεδεμένη τοποθέτηση (linked allocation) κάθε block του αρχείου περιλαμβάνει ένα δείκτη προς το επόμενο block του αρχείου

Εύκολη επέκταση - πιο αργή ανάγνωση όλου του αρχείου

συστάδες διαδοχικών blocks δίσκου (τμήματα (segments) ή επεκτάματα (extents)

ευρετηριοποιημένη τοποθέτηση (indexed allocation)

Επικεφαλίδες αρχείων

Μια **επικεφαλίδα ή περιγραφέας αρχείου** (file header ή file descriptor) περιέχει πληροφορίες σχετικά με ένα αρχείο που είναι απαραίτητες στα προγράμματα που προσπελαύνουν τις εγγραφές του αρχείου

Πληροφορίες: για προσδιορισμό διεύθυνσεις των blocks αρχείου στο δίσκο

περιγραφές μορφοποίησης εγγραφών

Οργάνωση αρχείων: πως είναι τοποθετημένες οι εγγραφές ενός αρχείου όταν αποθηκεύονται στο δίσκο

- Αρχεία Σωρού
- Ταξινομημένα Αρχεία
- Κατακερματισμένα Αρχεία

B blocks - R εγγραφές ανά block - D εγγραφή/ανάγνωση - C χρόνος επεξεργασίας ανά εγγραφή

D = 15 milliseconds -- C = 100 nanoseconds

Αρχεία Σωρού

Αρχείο Σωρού (heap file ή pile file): Οι εγγραφές τοποθετούνται στο αρχείο με τη σειρά που εισάγονται

Μη ταξινομημένο αρχείο

1. **Εισαγωγή**

   2 D + C

2. **Αναζήτηση**

   0.5 B (D + RC)

B blocks - **R** εγγραφές ανά block - **D** μεταφορά block - **C** χρόνος επεξεργασίας ανά εγγραφή

3. Διαγραφή εγγραφής

Σημάδι διαγραφής

Περιοδική αναδιοργάνωση

C + D

4. Τροποποίηση εγγραφής

- εγγραφή μεταβλητού μήκους

5. Ανάγνωση όλων των εγγραφών σε διάταξη

Εξωτερική ταξινόμηση συνήθως μια παραλλαγή της ταξινόμησης με συγχώνευση

Ταξινομημένα Αρχεία

Φυσική διάταξη των εγγραφών ενός αρχείου με βάση την τιμή ενός από τα πεδία του το οποίο λέγεται **πεδίο διάταξης** (ordering field)

Διατεταγμένο ή φυσικό αρχείο

• Αν το πεδίο διάταξης είναι και κλειδί τότε λέγεται και **κλειδί διάταξης**

1. Εισαγωγή

i. Εύρεση της σωστής θέσης της εγγραφής στο αρχείο

ii. Μετακίνηση εγγραφών για να κάνουμε χώρο για την εισαγωγή της

Κατά μέσο όρο μετακίνηση των μισών εγγραφών

Χρόνος αναζήτησης + 2 * (0.5 B (D+ RC))

B blocks - **R** εγγραφές ανά block - **D** μεταφορά block - **C** χρόνος επεξεργασίας ανά εγγραφή

1. Εισαγωγή (συνέχεια)

- Διατήρηση κάποιου αχρησιμοποίητου χώρου ανά block
- Δημιουργία ενός προσωρινού μη διατεταγμένου αρχείου (αρχείο υπερχείλισης) - κυρίως αρχείο

2. Αναζήτηση εγγραφής

αποδοτική αν η συνθήκη αναζήτησης είναι στο πεδίο ταξινόμησης

Έστω B blocks, αναζήτηση της εγγραφής με τιμή K στο πεδίο διάταξης

Υποθέτουμε ότι οι διευθύνσεις των blocks του αρχείου είναι αποθηκευμένες στην επικεφαλίδα του αρχείου

2. Αναζήτηση εγγραφής (συνέχεια)

```
lower := 1; upper := B;
while (upper ≥ lower)
      i := (lower + upper) div 2;
      read block i
      if (K < τιμής διάταξης της πρώτης εγγραφής)
            upper := i - 1;
      else if (K > τιμής διάταξης της τελευταίας εγγραφής)
            lower := i + 1;
      else ...
```

Χρόνος: D log B + C log R

Συνθήκη πχ., <=

B blocks - **R** εγγραφές ανά block - **D** μεταφορά block - **C** χρόνος επεξεργασίας ανά εγγραφή

3. Διαγραφή εγγραφής

Μετακίνηση εγγραφών

Χρήση σημαδιού διαγραφής

4. Τροποποίηση εγγραφής

Ταξινομημένα Αρχεία

5. Ανάγνωση όλων των εγγραφών σε διάταξη

Οργάνωση Αρχείων

Οργάνωση αρχείων: πως είναι τοποθετημένες οι εγγραφές ενός αρχείου όταν αποθηκεύονται στο δίσκο

- Αρχεία Σωρού
- Ταξινομημένα Αρχεία
- Αρχεία Κατακερματισμού

Αρχεία Κατακερματισμού

Πεδίο ή κλειδί κατακερματισμού

h: συνάρτηση κατακερματισμού

h(k) = i ← Διεύθυνση block του δίσκου που είναι αποθηκευμένη

Τιμή του πεδίου κατακερματισμού

Εσωτερικός Κατακερματισμός

Πίνακας κατακερματισμού με M θέσεις - κάδους (buckets)

h: *συνάρτηση κατακερματισμού*

h(k) = i ← Σε ποιο κάδο - τιμή από 0 έως M-1

Πεδίο αναζήτησης - Πεδίο κατακερματισμού

- Συνηθισμένη συνάρτηση κατακερματισμού: $h(k) = k \bmod M$

- **Σύγκρουση (collision):** όταν μια νέα εγγραφή κατακερματίζεται σε μία ήδη γεμάτη θέση

- **Καλή συνάρτηση κατακερματισμού**: κατανέμει τις εγγραφές ομοιόμορφα στο χώρο των διευθύνσεων (ελαχιστοποίηση συγκρούσεων και λίγες αχρησιμοποίητες θέσεις)

- **Ευριστικοί:**

  -- αν r εγγραφές, πρέπει να επιλέξουμε το M ώστε το r/M να είναι μεταξύ του 07 και 0.9

  -- όταν χρησιμοποιείται η mod τότε είναι καλύτερα το M να είναι πρώτος

Επίλυση Συγκρούσεων

1. *Ανοιχτή Διευθυνσιοδότηση* (open addressing): χρησιμοποίησε την επόμενη κενή θέση

2. *Αλυσιδωτή Σύνδεση* (chaining): για κάθε θέση μια συνδεδεμένη λίστα με εγγραφές υπερχείλισης

3. *Πολλαπλός Κατακερματισμός* (multiple hashing): εφαρμογή μιας δεύτερης συνάρτησης κατακερματισμού

Εξωτερικός Κατακερματισμός

Κάδος: μια συστάδα από συνεχόμενα blocks του αρχείου

h(k) = i ← Σχετική διεύθυνση του κάδου (ποιος κάδος του αρχείου)

Τιμή του πεδίου κατακερματισμού

π.χ., η εγγραφή με τιμή k στο πεδίο κατακερματισμού βρίσκεται στον i-οστό κάδο

Ένας πίνακας που αποθηκεύεται στην επικεφαλίδα του αρχείου μετατρέπει τον αριθμό κάδου στην αντίστοιχη διεύθυνση block

0	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο
1	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο
2	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο
…	…
M-1	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο

Εξωτερικός Κατακερματισμός

Συγκρούσεις - αλυσιδωτή σύνδεση - εγγραφές υπερχείλισης ανά κάδο

1. **Ανάγνωση όλου του αρχείου (scan)**

   Έστω ότι διατηρούμε κάθε κάδο γεμάτο κατά 80% άρα ένα αρχείο με μέγεθος B blocks χρειάζεται 1.25 B blocks δίσκου

   1.25 B (D + RC)

2. **Αναζήτηση**

   Συνθήκη ισότητας και μόνο ένα block ανά κάδο: D

   Αν συνθήκη περιοχής: scan!

Οργάνωση Αρχείων

	Σωρός	Ταξινομημένο	Κατακερματισμένο
Ανάγνωση του αρχείου	B	B	1.25B
Αναζήτηση με συνθήκη ισότητας	0.5 B	logB	1
Αναζήτηση με συνθήκη περιοχής	B	logB + ταιριάσματα	1.25 B
Εισαγωγή	2	αναζήτηση + B	2
Διαγραφή	αναζ + 1	αναζήτηση + B	αναζήτηση + 1

Πρόβλημα:

Έστω M κάδους και r εγγραφές ανά κάδο - το πολύ M * r εγγραφές

Δυναμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

- Δυαδική αναπαράσταση του αποτελέσματος της συνάρτησης κατακερματισμού, δηλαδή ως μια ακολουθία δυαδικών ψηφίων
- Κατανομή εγγραφών με βάση την τιμή των αρχικών ψηφίων

Δυναμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

- Το αρχείο ξεκινά με ένα μόνο κάδο

- Μόλις γεμίσει ένας κάδος διασπάται σε δύο κάδους με βάση την τιμή του 1ου δυαδικού ψηφίου των τιμών κατακερματισμού -- δηλαδή οι εγγραφές που το πρώτο ψηφίο της τιμής κατακερματισμού τους είναι 1 τοποθετούνται σε ένα κάδο και οι άλλες (με 0) στον άλλο

- Νέα υπερχείλιση ενός κάδου οδηγεί σε διάσπαση του με βάση το αμέσως επόμενο δυαδικό ψηφίο κοκ

Δυναμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

Παράδειγμα

Έτσι δημιουργείται μια δυαδική δενδρική δομή που λέγεται **κατάλογος** (dirtectory) ή **ευρετήριο** (index) με δύο ειδών κόμβους

- εσωτερικούς: που καθοδηγούν την αναζήτηση
- εξωτερικούς: που δείχνουν σε ένα κάδο

Δυναμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

Αλγόριθμος αναζήτησης

```
h := τιμή κατακερματισμού
t  := ρίζα του δέντρου
i := 1
while (t εσωτερικός κόμβος)
        if (i-οστό bit του h είναι 0)
                t := αριστερά του t
        else t := δεξιά του t
      i := i +1
```


Δυναμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

- *Που αποθηκεύεται ο κατάλογος*

  στη μνήμη, εκτός αν είναι πολύ μεγάλος

  αν στο δίσκο απαιτούνται επιπρόσθετες προσπελάσεις

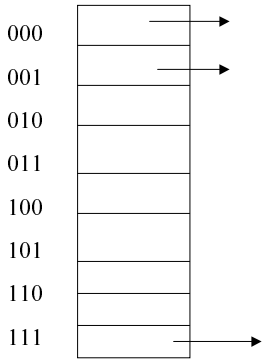
- Δυναμική επέκταση αλλά *μέγιστος αριθμός* επιπέδων (το πλήθος των δυαδικών ψηφίων της συνάρτησης κατακερματισμού)

- Ισοζύγιση

- Συνένωση κάδων (δυναμική συρρίκνωση)

Επεκτάσιμος Κατακερματισμός

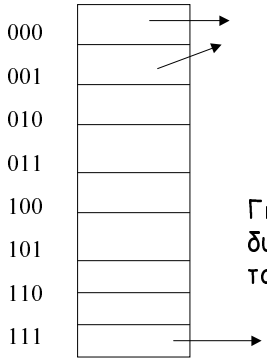
Ο **κατάλογος** είναι ένας πίνακας με 2^d διευθύνσεις κάδων (d: *ολικό βάθος* του καταλόγου)



Κάδος για τις εγγραφές με τιμές κατακερματισμού που αρχίζουν από 000

Τα πρώτα d ψηφία της τιμής κατακερματισμού χρησιμοποιούνται ως δείκτης στον πίνακα

Δε χρειάζεται ένας διαφορετικός κάδος για κάθε μία από τις 2^d θέσεις - μπορεί η θέση του πίνακα να δείχνει στη διεύθυνση του ίδιου κάδου αν αυτές χωράνε σε ένα κάδο



Κάδος για τις εγγραφές με τιμές κατακερματισμού που αρχίζουν από 00

Για κάθε κάδο, **τοπικό βάθος d'** ο αριθμός των δυαδικών ψηφίων στα οποία βασίζεται η χρήση του κάδου

Επεκτάσιμος Εξωτερικός Κατακερματισμός

Η τιμή του d μπορεί να αυξάνεται (μέχρι $2^κ$, κ: αριθμός δυαδικών ψηφίων της τιμής κατακερματισμού) ή να μειώνεται

- **Αύξηση της τιμής του d**

  Όταν ένας κάδος με τιμή d' = d υπερχειλίσει

  Διπλασιασμός του πίνακα

- **Μείωση της τιμής του d**

  Όταν για όλους τους κάδους d' < d

  Μείωση του μεγέθους του πίνακα στο μισό

Γραμμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

Γραμμικός Κατακερματισμός

Αριθμός Διασπάσεων **n = 0**: Έστω αρχικά M κάδους αριθμημένους από 0 έως M - 1 και *αρχική συνάρτηση κατακερματισμού* $h_0(k) = k \bmod M$

Αριθμός Διασπάσεων **n = 1**: Όταν συμβεί μια υπερχείλιση σε έναν οποιοδήποτε κάδο, **ο κάδος 0** χωρίζεται σε δύο κάδους: τον αρχικό κάδο 0 και ένα νέο κάδο M στο τέλος του αρχείου με βάση την συνάρτηση $h_1(k) = k \bmod 2M$

Συνεχίζουμε γραμμικά, διασπώντας με τη σειρά τους κάδους 1, 2, 3, ...

Γραμμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

Αριθμός Διασπάσεων **n = κ** : Όταν συμβεί μια υπερχείλιση σε έναν οποιοδήποτε κάδο, **ο κάδος κ - 1** χωρίζεται σε δύο κάδους: τον αρχικό κάδο κ -1 και ένα νέο κάδο **M + κ - 1** στο τέλος του αρχείου με βάση την συνάρτηση $h_1(k) = k \bmod 2M$

Γραμμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

Αναζήτηση Εγγραφής

Κρατάμε μια μεταβλητή τον αριθμό n των διασπάσεων

Έστω n ο αριθμός διασπάσεων και ότι αναζητούμε το k,

βρίσκεται στον κάδο $h_0(k)$

τότε αν $n \leq h_0(k)$ ο κάδος δεν έχει διασπαστεί

ενώ αν $n > h_0(k)$ ο κάδος έχει διασπαστεί και εφαρμόζουμε την $h_1(k)$

Γραμμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

Όλοι οι κάδοι έχουν διασπαστεί όταν ; $n = M$

Τότε έχουμε 2M κάδους

Όταν **n = M**,

μηδενίζουμε το n, n = 0

και για οποιαδήποτε νέα διάσπαση εφαρμόζουμε την

$$h_2(k) = k \bmod 4M$$

Γραμμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

Γενικά βήμα διάσπασης **j** -

$$h_j(k) = k \bmod 2^j M,$$

$$j = 0, 1, 2, \ldots$$

και την $h_{j+1}(k)$ για διασπάσεις

Αλγόριθμος Αναζήτησης

j : βήμα διάσπασης n : πλήθος διασπάσεων στο βήμα j

```
if (n = 0)
    then m := h_j(k);
else {
     m := h_j(k);
     if (m < n) then m := h_{j+1}(k)
}
```