Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Έστω ένα σχήμα σχέσης R(A_1, A_2, …, A_n).

Ας συμβολίσουμε με R = {A_1, A_2, …, A_n} το σύνολο των γνωρισμάτων της R.

Με απλά λόγια, μια συναρτησιακή εξάρτηση μας λέει ότι

αν δυο πλειάδες μιας σχέσης της R συμφωνούν (έχουν την ίδια τιμή) σε κάποια γνωρίσματα $X \subseteq R$ τότε συμφωνούν και σε κάποια γνωρίσματα $Y \subseteq R$.

Έστω ένα σχήμα σχέσης $R(A_1, A_2, \ldots, A_n)$.

Ας συμβολίσουμε με $\mathcal{R} = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ το σύνολο των γνωρισμάτων της R.

Έστω $X \subseteq \mathcal{R}$ και $Y \subseteq \mathcal{R}$, μια συναρτησιακή εξάρτηση

$X \rightarrow Y$ ισχύει στο σχήμα R

αν για κάθε σχέση r(R), για κάθε ζεύγος πλειάδων t_1 και t_2 της r, τέτοιες ώστε $t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y]$

Αντί $\{A_1, A_2, \ldots, An\} \rightarrow \{B_1, B_2, \ldots, Bm\}$ γράφουμε

$A_1A_2 \ldots A_n \rightarrow B_1B_2 \ldots B_m$

Παρατήρηση

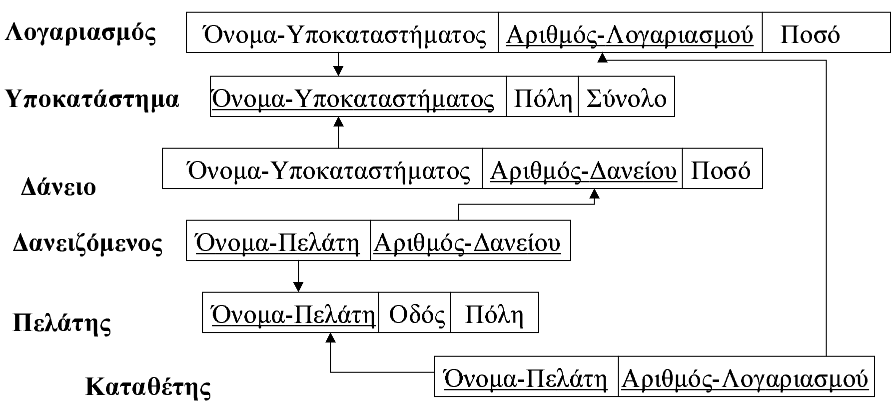
$A_1A_2 \ldots A_n \rightarrow B_1$ και $A_1A_2 \ldots A_n \rightarrow B_2 \Leftrightarrow A_1A_2 \ldots A_n \rightarrow B_1B_2$

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

- Το Y *εξαρτάται συναρτησιακά* από το X
- Γιατί καλούνται συναρτησιακές
- $K \subseteq R$ **υπερκλειδί** της R ανν $K \rightarrow$?

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Παράδειγμα: Συναρτησιακές εξαρτήσεις στο σχήμα του παραδείγματος



Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Παράδειγμα: Συναρτησιακές εξαρτήσεις στο σχήμα του παραδείγματος (εκτός του κλειδιού)

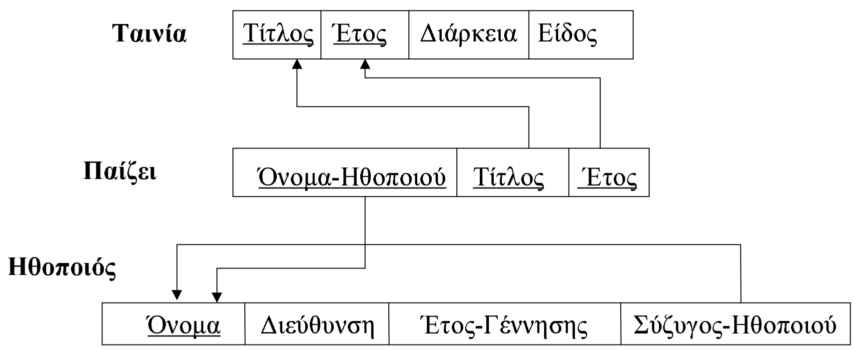
Λογαριασμός

Όνομα-Υποκαταστήματος	Αριθμός-Λογαριασμού	Ποσό	Όνομα-Πελάτη

Πελάτης

Όνομα-Πελάτη	Οδός	Πόλη	Αριθμός-Δανείου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις



Τετριμμένες εξαρτήσεις (ισχύουν για όλα τα σχήματα)

Παράδειγμα: $A \rightarrow A$ ή $AB \rightarrow B$

Γενικά,

$X \rightarrow Y$ **τετριμμένη**, όταν $Y \subseteq X$

- Οι συναρτησιακές εξαρτήσεις ορίζονται στο σχήμα σχέσης
- Ένα σύνολο από συναρτησιακές εξαρτήσεις F *ισχύει* σε ένα σχήμα
- Έλεγχος αν μια σχέση *ικανοποιεί* το σύνολο F

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Παράδειγμα: Ποιες (μη τετριμμένες) συναρτησιακές εξαρτήσεις ικανοποιεί η παρακάτω σχέση

A	B	C	D
a_1	b_1	c_1	d_1
a_1	b_2	c_1	d_2
a_2	b_3	c_2	d_3
a_3	b_3	c_2	d_4

Κανόνες Συμπερασμού

- *Συνάγουμε νέες εξαρτήσεις από ένα δεδομένο σύνολο εξαρτήσεων*

Παράδειγμα

$F \models X \rightarrow Y$: η συναρτησιακή εξάρτηση $X \rightarrow Y$ **συνάγεται** από το σύνολο εξαρτήσεων F

F^+ : **κλείσιμο** του F : σύνολο όλων των συναρτησιακών εξαρτήσεων που συνάγονται από το F

Κανόνες Συμπερασμού- για τη συναγωγή εξαρτήσεων

Κανόνες Συμπερασμού

1. **Ανακλαστικός Κανόνας**

   Αν $X \supseteq Y$, τότε $X \rightarrow Y$

2. **Επαυξητικός Κανόνας**

   $\{X \rightarrow Y\} \models XZ \rightarrow YZ$

3. **Μεταβατικός Κανόνας**

   $\{X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z\} \models X \rightarrow Z$

Κανόνες του Amstrong: *βάσιμοι* (sound) δε δίνουν λανθασμένες εξαρτήσεις και *πλήρεις* (complete) μας δίνουν όλο το F^+

$\{X \rightarrow Y\} \models XZ \rightarrow YZ$ Επαυξητικός Κανόνας

Απόδειξη (με επαγωγή σε άτοπο)

Έστω ότι σε κάποιο στιγμιότυπο της r ισχύει

$X \rightarrow Y$ (1) αλλά όχι $XZ \rightarrow YZ$ (2)

Από (2), υπάρχουν δυο πλειάδες t1[XZ] = t2[XZ] (3) και t1[YZ] ≠ t2[YZ]

Από (3), t1[X] = t2[X] (4) και t1[Z] = t2[Z] (5)

Από (1) και (4), t1[Y] = t2[y] (6)

Από (5) και (6), t1[YZ] = t2[YZ] Άτοπο!

Επιπρόσθετοι κανόνες

4. Ενωτικός Κανόνας

$\{X \rightarrow Y, X \rightarrow Z\} \models X \rightarrow YZ$

Απόδειξη (με χρήση των κανόνων του Amstrong)

5. Διασπαστικός Κανόνας

$\{X \rightarrow YZ\} \models X \rightarrow Y$

6. Ψευδομεταβατικός Κανόνας

$\{X \rightarrow Y, YZ \rightarrow W\} \models XZ \rightarrow W$

Ενωτικός Κανόνας

$\{X \to Y\ (1), X \to Z\ (2)\} \models X \to YZ$

Απόδειξη (με χρήση των κανόνων του Amstrong)

(2) + Επαυξ. $XY \to YZ$ (3)

(1) + Επαυξ. $X \to XY$ (4)

(3) (4) Μεταβ. $X \to YZ$

Ανακλαστικός Κανόνας
Αν $X \supseteq Y$, τότε $X \to Y$
Επαυξητικός Κανόνας
$\{X \to Y\} \models XZ \to YZ$
Μεταβατικός Κανόνας
$\{X \to Y, Y \to Z\} \models X \to Z$

Έστω R = {A, B, C, G, H, I} και F = $\{A \to B, A \to C, CG \to H, CG \to I, B \to H\}$

Παραδείγματα συναρτησιακών εξαρτήσεων που συνάγονται από το F

- $A \to H$
- $CG \to HI$
- $AG \to I$

Υπολογισμός Κλεισίματος

X^+ : *κλείσιμο ενός συνόλου X από γνωρίσματα υπό το F*

σύνολο όλων των γνωρισμάτων που εξαρτώνται συναρτησιακά από το X μέσω του F

Υπολογισμός του X^+

Result := X

while (αλλαγή στο Result)

Για κάθε συναρτησιακή εξάρτηση: $Y \rightarrow Z \in F$

Αν $Y \subseteq$ Result, Result := Result $\cup$ Z

Παράδειγμα

Έστω R = {A, B, C, G, H, I} και F = {$A \rightarrow B$, $A \rightarrow C$, $CG \rightarrow H$, $CG \rightarrow I$, $B \rightarrow H$}

Υπολογισμός του $\{A, G\}^+$

- Είναι ο αλγόριθμος σωστός

  (α) Για κάθε $Y \in$ Result, ισχύει $Y \in X^+$

  (β) Για κάθε $Y \in X^+$, ισχύει $Y \in$ Result

- Πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο (πως;) για να:

  1. Δείξουμε αν μια συναρτησιακή εξάρτηση ισχύει

  2. Υπολογίσουμε τα κλειδιά ενός σχήματος σχέσης

  3. Υπολογίσουμε το F^+

Κάλυμμα

• *Απλοποίηση ενός δοσμένου συνόλου συναρτησιακών εξαρτήσεων χωρίς να μεταβάλλουμε το κλείσιμό του*

Έστω δυο σύνολα συναρτησιακών εξαρτήσεων E και F

Λέμε ότι το F **καλύπτει** το E (ή το E καλύπτεται από το F), αν κάθε ΣΕ στο E, ανήκει στο F^+ (δηλαδή, συνάγεται από το F).

Δυο σύνολα συναρτησιακών εξαρτήσεων E και F είναι **ισοδύναμα**

αν $E^+ = F^+$.

(δηλαδή αν το E καλύπτει το F και το F καλύπτει το E)

• Πως μπορούμε να υπολογίσουμε αν ένα σύνολο F καλύπτει ένα σύνολο E;

• Πως μπορούμε να υπολογίσουμε αν ένα σύνολο F είναι ισοδύναμο με ένα σύνολο E;

Ελάχιστο Κάλυμμα

Ένα σύνολο F συναρτησιακών εξαρτήσεων είναι **ελάχιστο** αν:

- κάθε ΣΕ στο F έχει ένα μόνο γνώρισμα στο δεξιό της μέρος
- δε μπορούμε να αφαιρέσουμε μια ΣΕ από το F και να πάρουμε ένα σύνολο ισοδύναμο του F
- δε μπορούμε να αντικαταστήσουμε μια ΣΕ $X \rightarrow Z$ από το F με μια ΣΕ $Y \rightarrow Z$ τέτοια ώστε $Y \subset X$ και να πάρουμε ένα σύνολο ισοδύναμο του F

Ελάχιστο κάλυμμα F_{min} της F: ελάχιστο σύνολο από ΣΕ που είναι ισοδύναμο με την F

Σημείωση

Μπορεί υποψήφια

ABC και D

A1, A2 υποψήφια κλειδιά;

$(A1\ A2)^+ \rightarrow R$

$A1^+ \not\rightarrow R$

$A2^+ \not\rightarrow R$

Ελάχιστο Κάλυμμα

Περιττά γνωρίσματα: γνωρίσματα που αν αφαιρεθούν δεν επηρεάζουν το κλείσιμο (δηλαδή προκύπτει ισοδύναμο σύνολο)

Έστω ένα σύνολο F συναρτησιακών εξαρτήσεων και η ΣΕ $X \rightarrow Y \in F$

- Το γνώρισμα $A \in X$ είναι **περιττό στο X** αν

  $F \models F - \{X \rightarrow Y\} \cup \{(X - A) \rightarrow Y\}$

Δηλαδή, αν ισχύει $A_2 \ldots A_n \rightarrow B_1 B_2 \ldots B_m$

Ελάχιστο Κάλυμμα

Έστω ένα σύνολο F συναρτησιακών εξαρτήσεων και η ΣΕ $X \rightarrow Y \in F$

- Το γνώρισμα $B \in Y$ είναι **περιττό στο Y** αν

  $(F - \{X \rightarrow Y\}) \cup \{X \rightarrow (Y - B)\} \models F$

Δηλαδή, αν $A_1 A_2 \ldots A_n \rightarrow B_2 \ldots B_m + \ldots$

μας δίνει $A_1 A_2 \ldots A_n \rightarrow \mathbf{B_1} B_2 \ldots B_m$

Ελάχιστο Κάλυμμα

• Πως θα υπολογίσουμε αν ένα γνώρισμα στο **α.μ.** μιας ΣΕ είναι περιττό;

(Υπενθύμιση) Το γνώρισμα $A \in X$ είναι *περιττό στο X* αν

$$F \models F - \{X \rightarrow Y\} \cup \{(X - A) \rightarrow Y\}$$

Υπολόγισε το $(X - \{A\})^+$ με βάση τις ΣΕ του συνόλου F.

Το A είναι περιττό αν το $(X - \{A\})^+$ περιέχει το Y

Ελάχιστο Κάλυμμα

• Πως θα υπολογίσουμε αν ένα γνώρισμα στο **δ.μ.** μιας ΣΕ είναι περιττό;

(Υπενθύμιση) Το γνώρισμα $B \in Y$ είναι *περιττό στο Y* αν

$$(F - \{X \rightarrow Y\}) \cup \{X \rightarrow (Y - B)\} \models F$$

Αλγόριθμος υπολογισμού ελάχιστου καλύμματος

1. Αντικατέστησε τις συναρτησιακές εξαρτήσεις

    $X_1 \rightarrow Y_1$ και $X_1 \rightarrow Y_2$ με $X_1 \rightarrow Y_1Y_2$

2. Για κάθε ΣΕ

    (i) Βρες τα περιττά γνωρίσματα στο α.μ.

    (ii) Βρες τα περιττά γνωρίσματα στο δ.μ

Παράδειγμα

Έστω R(A, B, C) και F = {A $\rightarrow$ BC, B $\rightarrow$ C, A $\rightarrow$ B, AB $\rightarrow$ C}.

Βρείτε το F_{min}.

Παράδειγμα

Έστω R(A, B, C) και F = {A → BC, B → C, A → B, AB → C}. Βρείτε το F_{min}.

Μετά από πράξεις {A → B, B → C, AB → C}

Εξέταση αν το A είναι περιττό στο AB → C, ναι

Νέο σύνολο {A → B, B → C}

- Εξέταση αν το B είναι περιττό στο B → C (δε χρειάζεται)
- Εξέταση αν το C είναι περιττό στο B → C (*δηλαδή, ουσιαστικά αν ο κανόνας είναι περιττός*)

αν το B^+ δίνει C με τους υπόλοιπους κανόνες!

Μετά από πράξεις

{A → B, B → C, AB → C}

Εξέταση αν το B είναι περιττό στο AB → C

Υπολογισμός του A+, είναι περιττό

Νέο σύνολο {A → B, B → C, A → C}

Εξέταση B περιττό στο A → B, (A^+) όχι

Εξέταση C περιττό στο B → C, (B^+) όχι

Εξέταση C περιττό στο A → C, (A^+) ναι!

Νέο σύνολο {A → B, B → C}

Ανακεφαλαίωση

- Συναρτησιακή εξάρτηση
- Κανόνες συναγωγής εξαρτήσεων
- Κλείσιμο γνωρίσματος
- Ισοδυναμία συνόλου εξαρτήσεων
- Ελάχιστο κάλυμμα

Ώρες γραφείου TA

ΔΕΥΤΕΡΑ 10-12

ΠΕΜΠΤΗ 6-8

οδηγίες για το τι θα παραδώσετε

Παρατηρήσεις

Η Oracle SQL δεν υποστηρίζει **create domain**

create type ?? (+2)

3(γ) μεγαλύτερο βαθμό

Παρατηρήσεις

Ξένα κλειδιά

Τα γνωρίσματα στα οποία αναφέρεται πρέπει να είναι πρωτεύοντα κλειδιά

```
CREATE TABLE R1 (
     A CHAR(20) NOT NULL,
     B CHAR(20) NOT NULL,
     PRIMARY KEY (A, B),
     FOREIGN KEY (A, B) REFERENCES R1(C, D)
        ON DELETE CASCADE;
  )
```

Παρατηρήσεις

```
CREATE TABLE Managers (
      employee-name CHAR(20) NOT NULL,
      manager-name CHAR(20) NOT NULL,
      PRIMARY KEY (employee-name),
      FOREIGN KEY (manager-name) REFERENCES
Managers(employee-name)
         ON DELETE CASCADE;
   )
```

employee-name κλειδί για τον πίνακα Managers, δηλαδή το πολύ ένα manager.

Το ξένο κλειδί, manager είναι εργαζόμενος

Παρατηρήσεις

```
CREATE TABLE Managers (
      employee-name CHAR(20) NOT NULL,
      manager-name CHAR(20) NOT NULL,
      PRIMARY KEY (employee-name),
      FOREIGN KEY (manager-name) REFERENCES
Managers(employee-name)
         ON DELETE CASCADE;
   )
```

Πως θα αρχίζαμε την εισαγωγή πλειάδων;

Τα δυο ονόματα στην πρώτη πλειάδα ίδια

Παρατηρήσεις

```
CREATE TABLE Managers (
      employee-name CHAR(20) NOT NULL,
      manager-name CHAR(20) NOT NULL,
      PRIMARY KEY (employee-name),
      FOREIGN KEY (manager-name) REFERENCES
Managers(employee-name)
         ON DELETE CASCADE;
  )
```

Τι γίνεται όταν μια πλειάδα σβήνεται!

... όλη η ιεραρχεία ...

Παρατηρήσεις

CREATE TABLE Managers (
employee-name CHAR(20) NOT NULL,
manager-name CHAR(20) ~~NOT NULL,~~
PRIMARY KEY (employee-name),
FOREIGN KEY (manager-name) REFERENCES
Managers(employee-name)
ON DELETE SET NULL;
)