Δυναμικός Κατακερματισμός

Κατακερματισμός

Πρόβλημα στατικού κατακερματισμού:

Έστω M κάδους και r εγγραφές ανά κάδο - το πολύ M * r εγγραφές (αλλιώς μεγάλες αλυσίδες υπερχείλισης)

Δυναμικός κατακερματισμός

- Επεκτατός
- Γραμμικός

Δυναμικός Εξωτερικός Κατακερματισμός

- Δυαδική αναπαράσταση του αποτελέσματος της συνάρτησης κατακερματισμού, δηλαδή ως μια ακολουθία δυαδικών ψηφίων

- Κατανομή εγγραφών με βάση την τιμή των *τελευταίων* (*ή αρχικών)* ψηφίων

- Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τα *τελευταία ψηφία*

Δυναμικός Κατακερματισμός (εισαγωγή)

- Το αρχείο ξεκινά με ένα μόνο κάδο

- Μόλις γεμίσει ένας κάδος διασπάται σε δύο κάδους με βάση την τιμή του τελευταίου δυαδικού ψηφίου των τιμών κατακερματισμού -- δηλαδή οι εγγραφές που το τελευταίο ψηφίο της τιμής κατακερματισμού τους είναι 1 τοποθετούνται σε ένα κάδο και οι άλλες (με 0) στον άλλο

- Νέα υπερχείλιση ενός κάδου οδηγεί σε διάσπαση του με βάση το αμέσως επόμενο δυαδικό ψηφίο κοκ

Παράδειγμα

Χρήση των τελευταίων bits της δυαδικής αναπαράστασης

Αποτέλεσμα συνάρτησης κατακερματισμού	
1	**000001**
4	**000100**
5	**000101**
7	**000111**
10	**001010**
12	**001100**
15	**001111**
16	**010000**
19	**010011**
21	**010101**
32	**100000**
13	**001101**
20	**010100**

4 εγγραφές ανά κάδο

Δυναμικός Κατακερματισμός

Έτσι δημιουργείται μια δυαδική δενδρική δομή που λέγεται κατάλογος (directory) ή ευρετήριο (index) με δύο ειδών κόμβους

- εσωτερικούς: που καθοδηγούν την αναζήτηση
- εξωτερικούς: που δείχνουν σε ένα κάδο

Δυναμικός Κατακερματισμός (αναζήτηση)

Αλγόριθμος αναζήτησης

```
h := τιμή κατακερματισμού
t  := ρίζα του δέντρου
i := d /* d πλήθος bit
while (t εσωτερικός κόμβος)
        if (i-οστό bit του h είναι 0)
                t := αριστερά του t
        else t := δεξιά του t
        i := i - 1
```

Δυναμικός Κατακερματισμός

- *Που αποθηκεύεται ο κατάλογος*
  - στη μνήμη, εκτός αν είναι πολύ μεγάλος
  - τότε στο δίσκο – οπότε απαιτούνται επιπρόσθετες προσπελάσεις

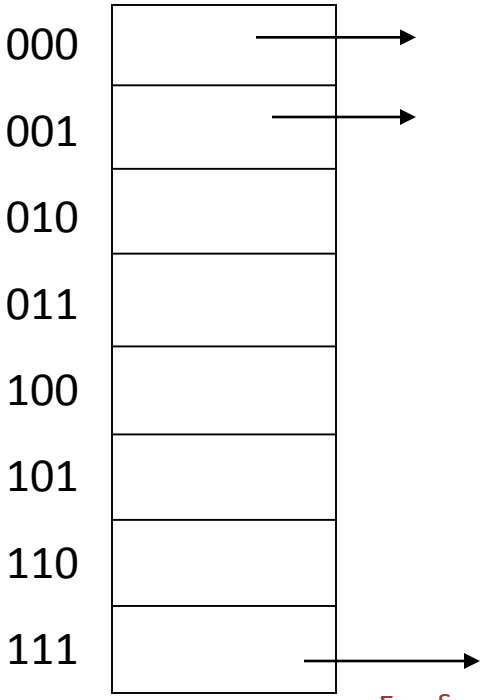
- Δυναμική επέκταση αλλά *μέγιστος αριθμός* επιπέδων (το πλήθος των δυαδικών ψηφίων της συνάρτησης κατακερματισμού)

- Ισοζύγιση

- Συνένωση κάδων (δυναμική συρρίκνωση)

Επεκτατός Κατακερματισμός (extendible hashing)

Ο κατάλογος είναι ένας πίνακας με 2^d διευθύνσεις κάδων (d: *ολικό βάθος* του καταλόγου)



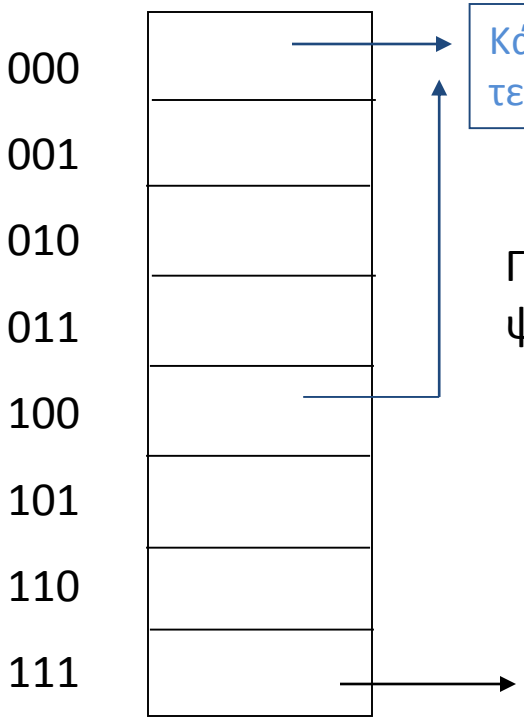
Κάδος για τις εγγραφές με τιμές κατακερματισμού που τελειώνουν σε 000

Τα τελευταία d ψηφία της τιμής κατακερματισμού χρησιμοποιούνται ως δείκτης στον πίνακα

Στις διαφάνειες, χρησιμοποιούμε τα τελευταία bits της δυαδικής αναπαράστασης

Επεκτατός Κατακερματισμός

Δε χρειάζεται ένας διαφορετικός κάδος για κάθε μία από τις 2^d θέσεις - μπορεί η θέση του πίνακα να δείχνει στη διεύθυνση του ίδιου κάδου αν αυτές χωράνε σε ένα κάδο



Κάδος για τις εγγραφές με τιμές κατακερματισμού που τελειώνουν από 00

Για κάθε κάδο, τοπικό βάθος d' ο αριθμός των δυαδικών ψηφίων στα οποία βασίζεται η χρήση του κάδου

Παράδειγμα: 2 εγγραφές ανά κάδο

εισαγωγή 2, 4, 3, 10, 7, 9

0010, 0100, 0011, 1010, 0111, 1001

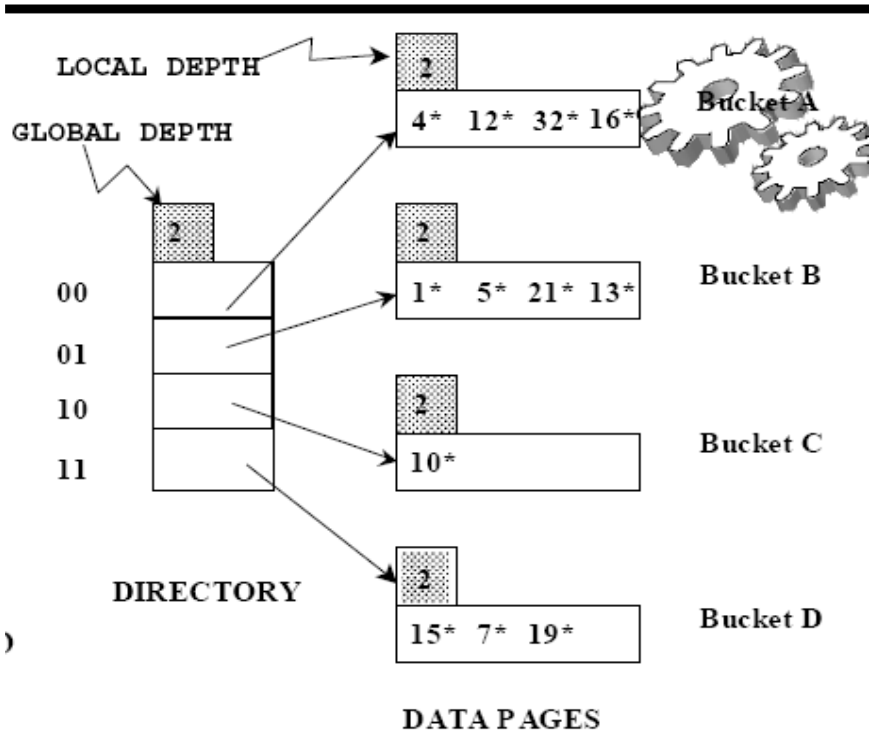
Παράδειγμα

Χρήση των τελευταίων bits της δυαδικής αναπαράστασης

Αποτέλεσμα συνάρτησης κατακερματισμού	
1	000001
4	000100
5	000101
7	000111
10	001010
12	001100
15	001111
16	010000
19	010011
21	010101
32	100000
13	001101

4 εγγραφές ανά κάδο

Παράδειγμα



Χρήση των τελευταίων bits της δυαδικής αναπαράστασης

1	000001
4	000100
5	000101
7	000111
10	001010
12	001100
15	001111
16	010000
19	010011
21	010101
32	100000
13	001101
20	010100

Επεκτατός Κατακερματισμός

Η τιμή του d μπορεί να αυξάνεται (μέχρι 2^{κ}, κ: αριθμός δυαδικών ψηφίων της τιμής κατακερματισμού) ή να μειώνεται

- Αύξηση της τιμής του d

  Όταν ένας κάδος με τιμή d' = d υπερχειλίσει

  Διπλασιασμός του πίνακα

  Δε χρειάζεται rehash (επανα-κερματισμό),

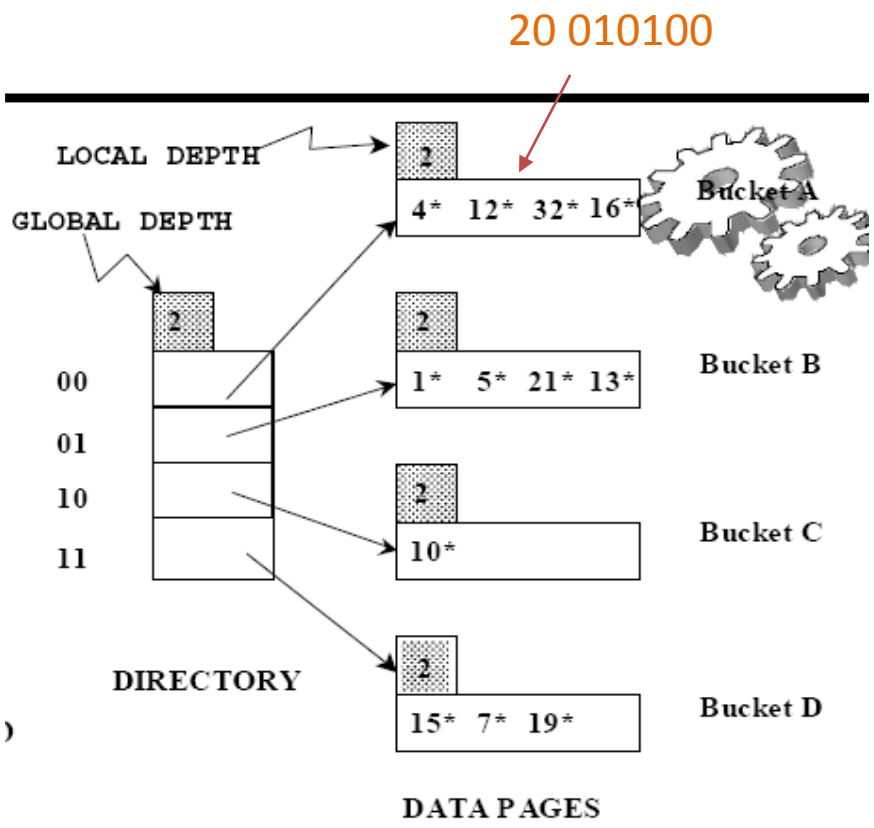
  Μοιράζουμε μόνο τις εγγραφές του κάδου που υπερχείλισε

- Μείωση της τιμής του d

  Όταν για όλους τους κάδους d' < d

  Μείωση του μεγέθους του πίνακα στο μισό

Παράδειγμα



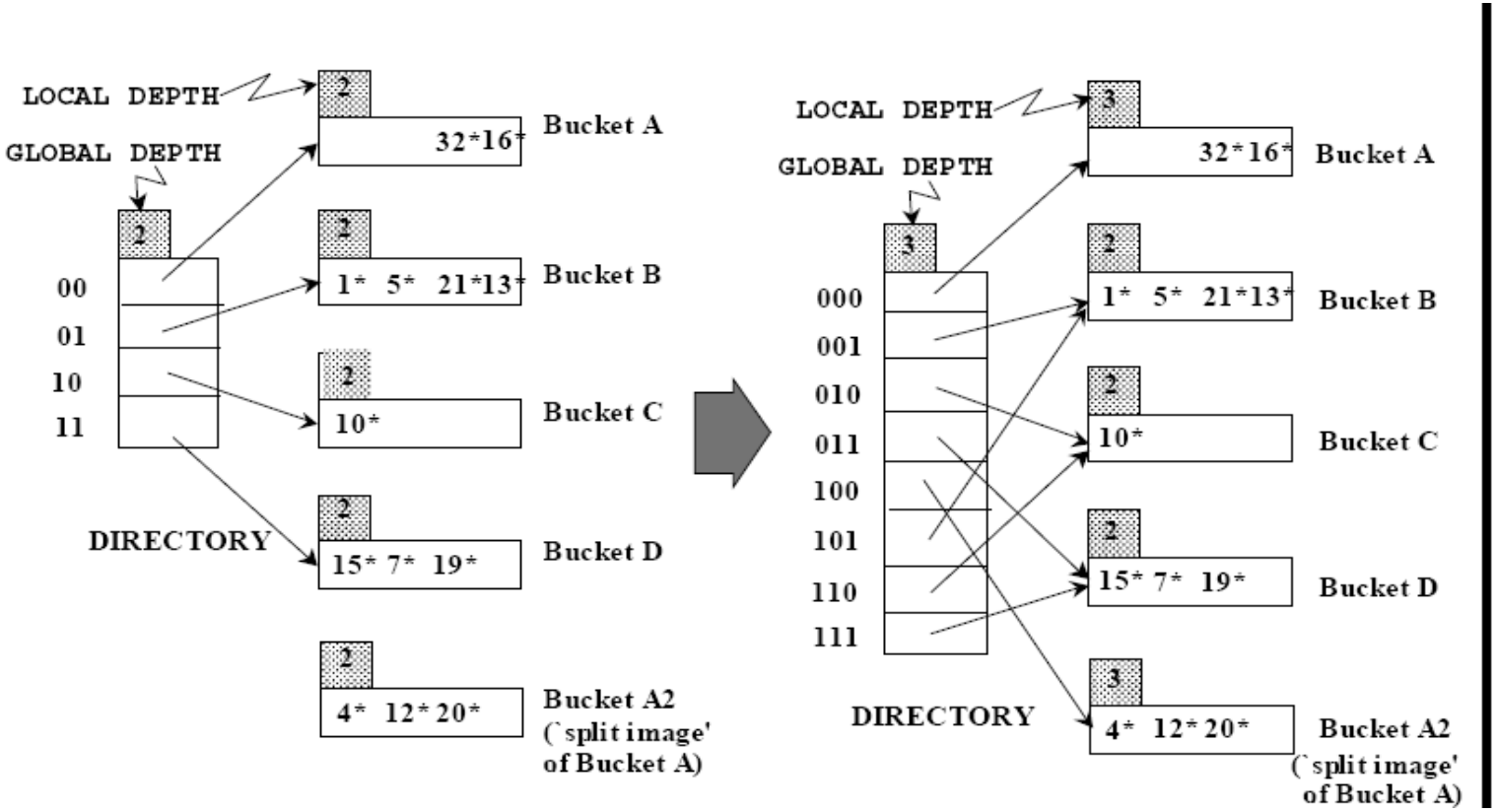
1	000001
4	000100
5	000101
7	000111
10	001010
12	001100
15	001111
16	010000
19	010011
21	010101
32	100000
13	001101
20	010100

Διάσπαση-νέο ολικό βάθος 3

Παράδειγμα

1	000001
4	000100
5	000101
7	000111
10	001010
12	001100
15	001111
16	010000
19	010011
21	010101
32	100000
13	001101
20	010100

4 12 32 16 20 -> διάσπαση



Γραμμικός Κατακερματισμός

Θέλουμε να αποφύγουμε τη χρήση καταλόγου και το κόστος διπλασιασμού του μεγέθους του καταλόγου

Προσοχή! Αυτή η μέθοδος:

- ✓ Διατηρεί λίστες υπερχείλισης
- ✓ Δε χρησιμοποιεί τη δυαδική αναπαράσταση

Γραμμικός Κατακερματισμός

Έστω αρχικά M κάδους

Χρησιμοποιεί μια οικογένεια από συναρτήσεις κατακερματισμού

$$h_0(k), h_1(k), \ldots, h_d(k)$$

Κάθε συνάρτηση έχει *διπλάσιους κάδους* από την προηγούμενη:

$$h_0(k) = k \bmod M,\ h_1(k) = k \bmod 2M,\ h_2(k) = k \bmod 4M, \ldots,$$

$$h_j(k) = k \bmod 2^j M$$

Γραμμικός Κατακερματισμός (εισαγωγή)

Έστω M = 2
Ξεκινάμε από την πρώτη συνάρτηση κατακερματισμού (h_0)
Όταν συμβεί *η πρώτη υπερχείλιση (συνθήκη διάσπασης) ενός κάδου*, γίνεται διάσπαση με χρήση της h_1 αλλά όχι του κάδου που υπερχείλισε αλλά του κάδου **0**
Στη συνέχεια, *κάθε κάδος διασπάται με τη σειρά* (δηλαδή, κάδος **1**, **2**, **3**)
Στο στάδιο αυτό χρησιμοποιούνται η h_0 και η h_1
Μέχρι να διασπαστούν και οι 4 κάδοι

Όταν *διασπαστούν όλοι* οι κάδοι,
Οι διασπάσεις θα ξεκινούν από τον κάδο **0** με χρήση της h_2
Πάλι η διάσπαση των κάδων γίνεται *με τη σειρά* (δηλαδή **0**, **1**, **2**, …, **7)**
Στο στάδιο αυτό χρησιμοποιούνται η h_1 και η h_2
Μέχρι να διασπαστούν και οι 8 κάδοι

Κοκ

Γραμμικός Κατακερματισμός

Βασικά σημεία

- *Πότε γίνεται διάσπαση;*

Θα θεωρήσουμε ότι γίνεται διάσπαση όταν δημιουργείται ένας κάδος υπερχείλισης (όταν γίνεται εισαγωγή σε ένα γεμάτο κάδο για πρώτη φορά)

- Οι κάδοι σε κάθε βήμα διασπώνται με τη σειρά (ο ένας μετά τον άλλο – ανεξάρτητα αν είναι αυτοί που έχουν ή όχι υπερχειλίσει)

- Πολλές συναρτήσεις κατακερματισμού (δύο σε κάθε βήμα)

Νέα συνάρτηση, όταν διασπαστούν όλοι οι κάδοι με την προηγούμενη συνάρτηση

Γραμμικός Κατακερματισμός

Αρκούν δύο μεταβλητές

- Βήμα Διάσπασης (j) - ποια συνάρτηση χρησιμοποιούμε
- Πλήθος Διασπάσεων (n) – ποιος είναι ο επόμενος κάδος που θα διασπαστεί

Αρχικοποίηση

j = 0; n = 0

Όταν συμβεί μια υπερχείλιση, πρώτη διάσπαση κάδου n = 0-> αύξηση n <- n+1

Συνεχίζουμε γραμμικά, διασπώντας με τη σειρά τους κάδους 1, 2, 3, ...

μέχρι να διασπαστούν <u>όλοι</u> οι «παλιοί» κάδοι

η μεταβλητή n («πλήθος διασπάσεων») κρατάει ποιος κάδος έχει σειρά για διάσπαση

Παράδειγμα

32

9

44

31

25

5

35

7

36

14

18

10

11

30

43

Κάθε κάδος 4 εγγραφές

Αρχικά 4 κάδους (M = 4)

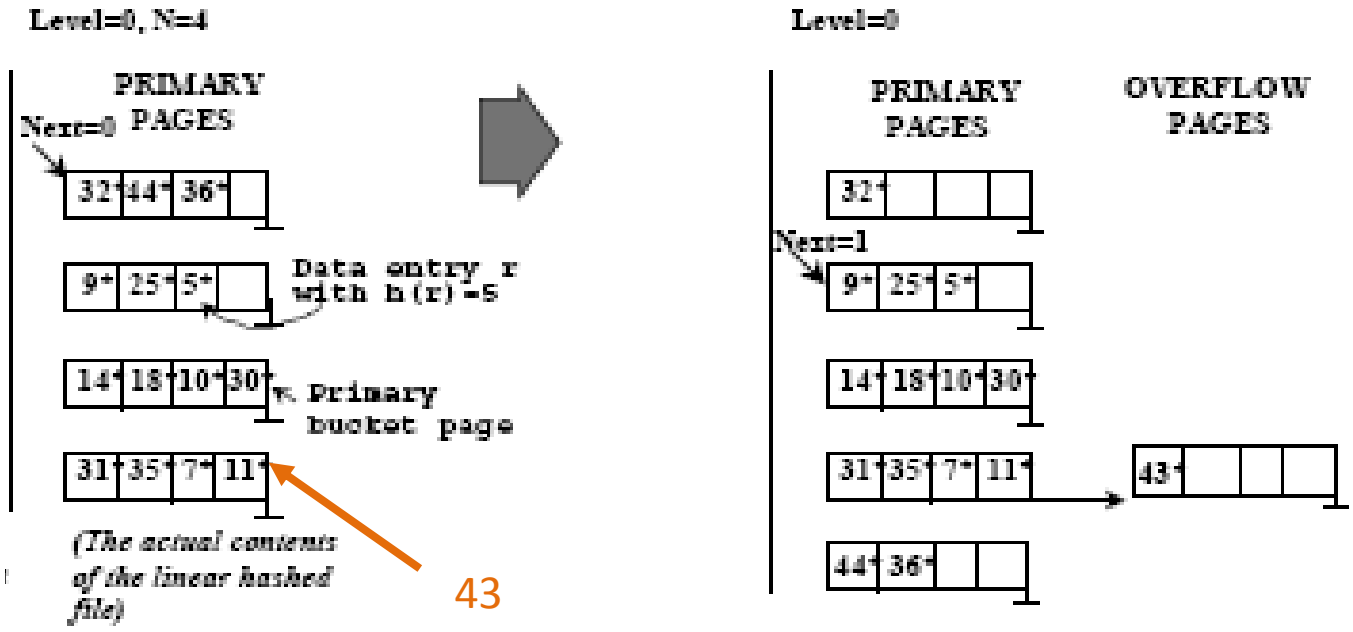
Παράδειγμα

$h_0(k) = k \bmod 4$

$h_1(k) = k \bmod 8$

Για μη διασπασμένους κάδους: παλιά συνάρτηση

Για διασπασμένους κάδους: νέα συνάρτηση



43

Διασπάμε τον πρώτο κάδο

Βήμα διάσπασης 0 (χρήση h_0)

Πλήθος διασπάσεων = 0

Γραμμικός Κατακερματισμός

Όταν συμβεί μια υπερχείλιση σε έναν οποιοδήποτε κάδο,

ο κάδος n χωρίζεται σε δύο κάδους: τον αρχικό κάδο n και ένα νέο κάδο n + k - 1 στο τέλος του αρχείου με βάση την συνάρτηση $\mathbf{h_1(k) = k \bmod 2M}$

Δηλαδή, σε κάθε υπερχείλιση χωρίζουμε τον επόμενο στη σειρά κάδο

Γραμμικός Κατακερματισμός

Συνεχίζουμε ...

Όλοι οι κάδοι έχουν διασπαστεί όταν: n = M

Τότε έχουμε 2M κάδους

Όταν **n = M**,

μηδενίζουμε το n, n = 0

και για οποιαδήποτε νέα διάσπαση εφαρμόζουμε την

$$h_2(k) = k \bmod 4M$$

Διασπώντας πάλι τον κάδο 0, 1, ... κ.τ.λ

Γραμμικός Κατακερματισμός

Γενικά βήμα διάσπασης **j** (j = 0, 1, 2, …)

$h_j(k) = k \bmod 2^j M$, και την $h_{j+1}(k)$ για διασπάσεις

Δηλαδή, σε κάθε βήμα έχουμε ένα ζεύγος συναρτήσεων (j, j+1):
η πρώτη χρησιμοποιείται για τους μη διασπασμένους κάδους (δηλαδή, με αριθμό μεγαλύτερο του n) και η δεύτερη για τους διασπασμένους

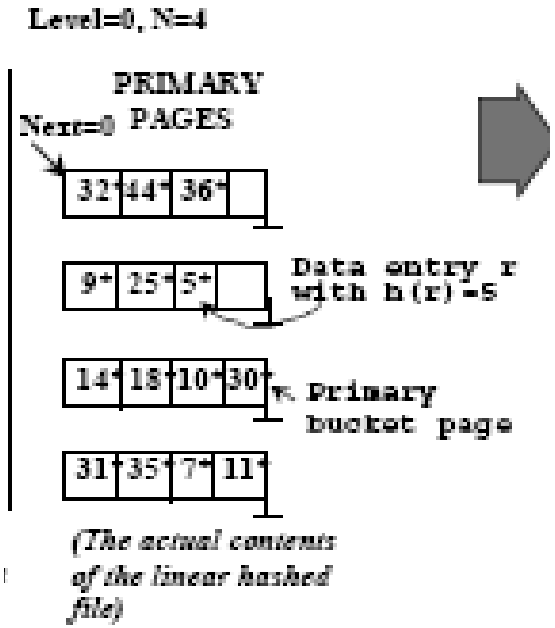
Παράδειγμα

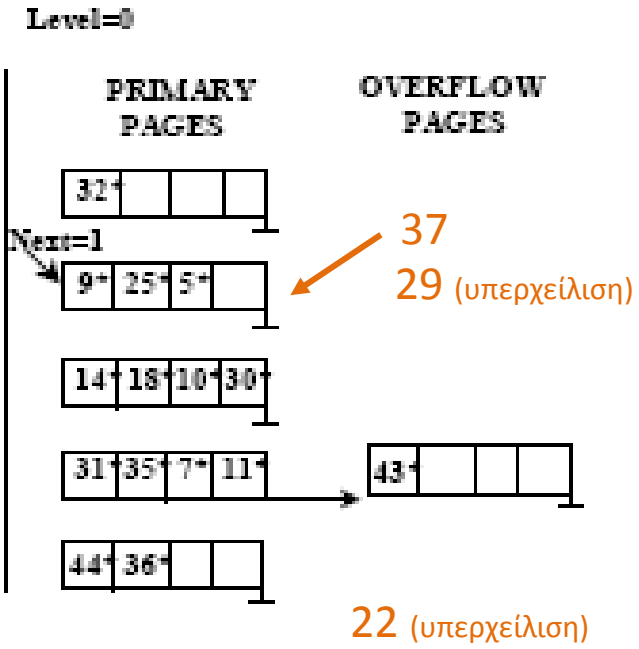
$h_0(k) = k \bmod 4$

$h_1(k) = k \bmod 8$

Για μη διασπασμένους κάδους: παλιά συνάρτηση

Για διασπασμένους κάδους: νέα συνάρτηση





37

29 (υπερχείλιση)

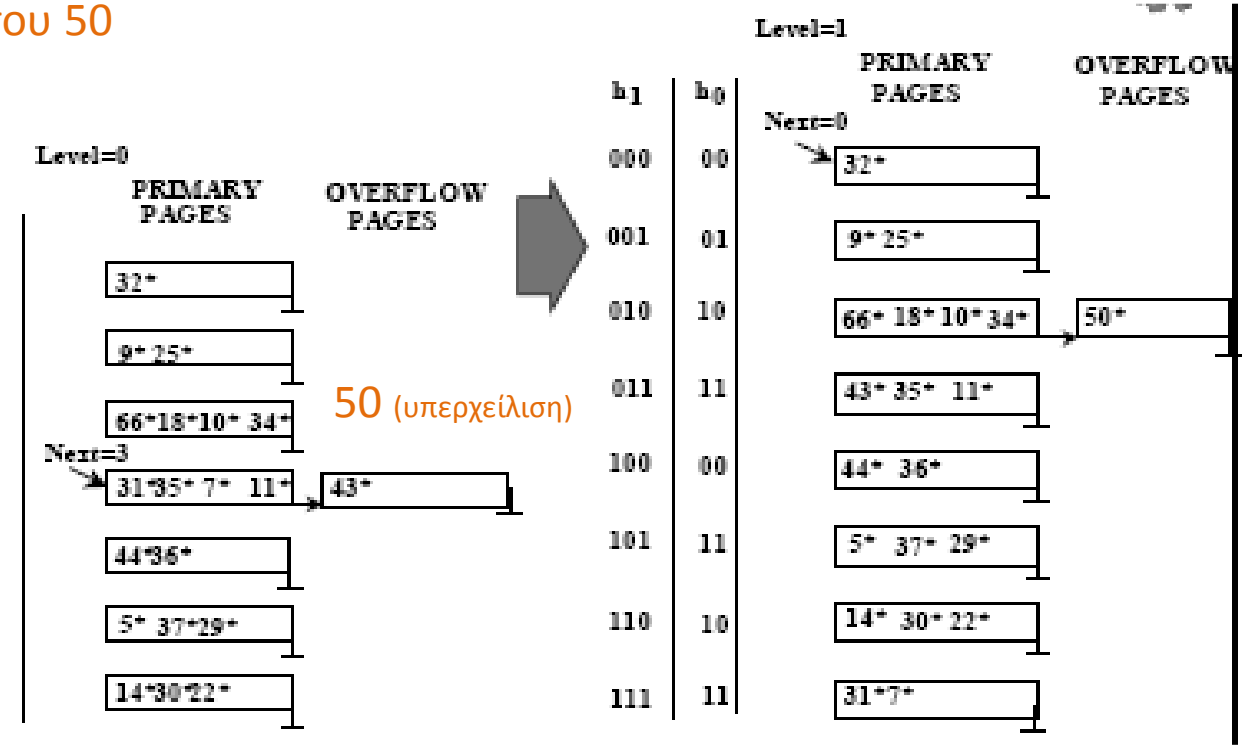
22 (υπερχείλιση)

Βήμα διάσπασης 0 (χρήση h_0) 66

Πλήθος διασπάσεων = 1 34

Παράδειγμα

Εισαγωγή του 50



Βήμα διάσπασης 0 (χρήση h_0)

Πλήθος διασπάσεων = 3

Γραμμικός Κατακερματισμός (αναζήτηση εγγραφής)

Τι χρειάζεται να ξέρουμε για να βρεθεί ο κάδος της εγγραφής k που ψάχνουμε;

- ποια συνάρτηση χρησιμοποιούμε (δηλαδή, το j)
- σε ποια διάσπαση βρισκόμαστε (δηλαδή το n)

Έστω ότι είμαστε στο βήμα j,

Τότε θα πρέπει να κοιτάξουμε είτε το

$h_j(k)$ αν ο κάδος δεν έχει διασπαστεί

ή το

$h_{j+1}(k)$ αν έχει διασπαστεί

Πως θα ελέγξουμε αν ο κάδος έχει διασπαστεί ή όχι

Γραμμικός Κατακερματισμός (αναζήτηση)

Έστω n ο αριθμός διασπάσεων και ότι αναζητούμε το k,

βρίσκεται στον κάδο $\mathbf{h_j(k)}$

τότε αν $\mathbf{n \leq h_j(k)}$ ο κάδος δεν έχει διασπαστεί

ενώ αν $\mathbf{n > h_j(k)}$ ο κάδος έχει διασπαστεί και εφαρμόζουμε την $h_{j+1}(k)$

Γραμμικός Κατακερματισμός (αναζήτηση)

Αλγόριθμος Αναζήτησης

j : βήμα διάσπασης n : πλήθος διασπάσεων στο βήμα j

```
if (n = 0)
    then m := h_j(k);
else {
    m := h_j(k);
    if (m < n) then m := h_{j+1}(k)
}
```

σημαίνει ότι ο κάδος έχει διασπαστεί

Κατακερματισμός

Τι αποθηκεύουμε στους κάδους;

Στα παραδείγματα δείχνουμε μόνο την τιμή του πεδίου κατακερματισμού

- Την ίδια την εγγραφή (ως τρόπος *οργάνωσης αρχείου*)
  - μέγεθος κάδου -> 1 block (ή συστοιχία από συνεχόμενα blocks)

Ένα bucket = block (σελίδα)

Στη συνέχεια και ως τρόπος οργάνωσης ευρετηρίου

Ερωτήσεις;