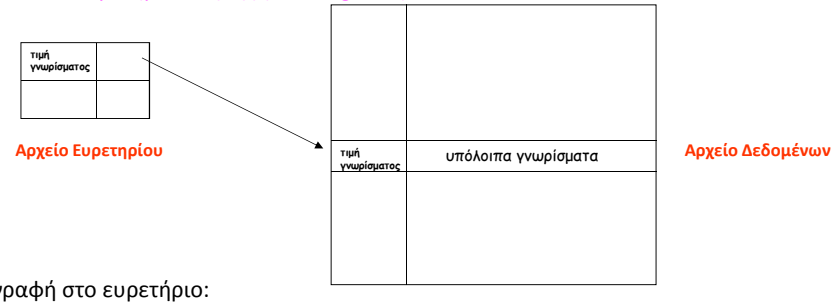
Ευρετήρια

Ευρετήρια

- Ένα ευρετήριο (index) είναι μια βοηθητική δομή αρχείου που κάνει πιο αποδοτική την αναζήτηση μιας εγγραφής σε ένα αρχείο
- Το ευρετήριο καθορίζεται (συνήθως) σε **ένα γνώρισμα** του αρχείου που καλείται πεδίο ευρετηριοποίησης (indexing field)



Εγγραφή στο ευρετήριο:

Τιμή Πεδίου Ευρετηριοποίησης	Δείκτης στο **block** της εγγραφής

Ευρετήρια

Στόχος: αποδοτικές λειτουργίες αναζήτησης

Οι λειτουργίες ενημέρωσης γίνονται γενικά πιο αργές, γιατί απαιτούν ενημέρωση και του ευρετηρίου

Διαφορετικού τύπου εγγραφές ανάλογα με το πεδίο ευρετηριοποίησης:

(α) πεδίο διάταξης του αρχείου ή όχι

(β) κλειδί ή όχι

- (πρωτεύον/δευτερεύον) – διαφορετικοί ορισμοί στα βιβλία

Ευρετήρια

- **Πυκνό ευρετήριο**: μια καταχώρηση για <u>κάθε εγγραφή</u> του αρχείου

- **Μη πυκνό ευρετήριο**

Πρωτεύον Ευρετήριο

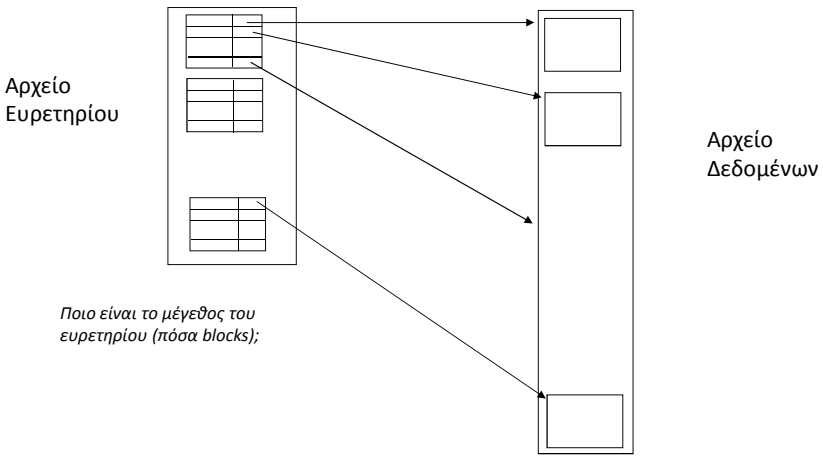
Πρωτεύον ευρετήριο (primary index): ορισμένο στο *κλειδί διάταξης* του αρχείου

Για κάθε block του αρχείου (μη πυκνό ευρετήριο) η εγγραφή i του ευρετηρίου είναι της μορφής **(<K(i), P(i)>)** όπου:

- **K(i):** η τιμή του πρωτεύοντος κλειδιού της πρώτης εγγραφής του block (*άγκυρα* του block)
- **P(i):** δείκτης προς το block

✓ Το ευρετήριο στο πεδίο διάταξης (+ κλειδί) είναι ένα *μη πυκνό* ευρετήριο

Πρωτεύον Ευρετήριο



Πρωτεύον Ευρετήριο

Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους αρχείου ευρετηρίου)

Έστω διατεταγμένο αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, όπου το πεδίο κλειδιού διάταξης έχει μέγεθος V_A = 9 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση.

Κατασκευάζουμε πρωτεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 45 blocks

Πρωτεύον Ευρετήριο

Αναζήτηση

Δυαδική αναζήτηση στο πρωτεύον ευρετήριο

Ανάγνωση του block από το αρχείο δεδομένων

Πρωτεύον Ευρετήριο

Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)

Δεδομένα όπως πριν

(Έστω διατεταγμένο αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, όπου το πεδίο κλειδιού διάταξης έχει μέγεθος V_A = 9 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση. Κατασκευάζουμε πρωτεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes)

$bfr_A = 10$

$bfr_E = 68$

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 45 blocks

Δυαδική γιατί το αρχείο ταξινομημένο

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο: $\lceil \log 3.000 \rceil = 12$ blocks

Αναζήτηση με ευρετήριο: $\lceil \log 45 \rceil + 1 = 7$ blocks

block ευρετηρίου

block αρχείου

Πρωτεύον Ευρετήριο

Εισαγωγή εγγραφής

αλλαγές και στο πρωτεύον ευρετήριο

μη διατεταγμένο αρχείο υπερχείλισης

συνδεδεμένη λίστα εγγραφών υπερχείλισης

Διαγραφή εγγραφής

αλλαγές και στο πρωτεύον ευρετήριο

χρήση σημαδιών διαγραφής

Ευρετήρια

Access paths (μονοπάτια προσπέλασης)

- Το ευρετήριο αρχείου είναι (πάντα) ένα *διατεταγμένο αρχείο* με σταθερού μήκους εγγραφές
- Το αρχείο ευρετηρίου καταλαμβάνει *μικρότερο χώρο* από το ίδιο το αρχείο δεδομένων (οι καταχωρήσεις είναι μικρότερες και λιγότερες)
- Κάνοντας *δυαδική αναζήτηση* στο ευρετήριο (γιατί το ευρετήριο είναι διατεταγμένο αρχείο) βρίσκουμε τον δείκτη στο block όπου αποθηκεύεται η εγγραφή που θέλουμε

Ευρετήριο Συστάδων

Ευρετήριο συστάδων (clustering index): ορισμένο στο *πεδίο διάταξης* *[το οποίο όμως **δεν** είναι κλειδί]*

Υπάρχει μια εγγραφή για κάθε διακεκριμένη τιμή του πεδίου διάταξης (συστάδας) του αρχείου που περιέχει:

- την τιμή αυτή
- ένα δείκτη προς το πρώτο block του αρχείου δεδομένων που περιέχει μια εγγραφή με την τιμή αυτή στο πεδίο συστάδας

✓ Το ευρετήριο στο πεδίο διάταξης (+ όχι κλειδί) είναι ένα *μη πυκνό* ευρετήριο

Ευρετήριο Συστάδων

- **Ευρετήριο συστάδων ή συγκροτημένο ευρετήριο**

Όταν η διάταξη του ευρετηρίου ακολουθεί αυτή του αρχείου δεδομένων

Ευρετήριο Συστάδων

Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)

Έστω διατεταγμένο αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο διάταξης έχει μέγεθος V_A = 9 bytes και υπάρχουν 1000 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Υποθέτουμε ότι χρησιμοποιούνται άγκυρες block, κάθε νέα τιμή του πεδίου διάταξης αρχίζει στην αρχή ενός νέου block. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes

bfr_A = 10

bfr_E = 68

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος ευρετηρίου συστάδων: 15 blocks

Ευρετήριο Συστάδων

Αναζήτηση (όπως πριν)

Δυαδική αναζήτηση στο ευρετήριο

Ανάγνωση blocks *(τώρα μπορεί να είναι παραπάνω από ένα)* από το αρχείο δεδομένων

Ευρετήριο Συστάδων

Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)

(στοιχεία όπως πριν) Έστω διατεταγμένο αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο διάταξης έχει μέγεθος V_A = 9 bytes και υπάρχουν 1000 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Υποθέτουμε ότι χρησιμοποιούνται άγκυρες block, κάθε νέα τιμή του πεδίου διάταξης αρχίζει στην αρχή ενός νέου block. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 15 blocks

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο: $\lceil \log 3.000 \rceil$ + ταιριάσματα (= 3) ≈ 15 blocks

Αναζήτηση με ευρετήριο: $\lceil \log 15 \rceil + 3$ = 7 blocks

Δευτερεύον Ευρετήριο

Δευτερεύον ευρετήριο (secondary index): ορισμένο σε πεδίο *διαφορετικό του πεδίου διάταξης*

Δευτερεύον Ευρετήριο

Περίπτωση 1: Το πεδίο ευρετηριοποίησης είναι **κλειδί** (καλείται και *δευτερεύον κλειδί*)

Υπάρχει μια εγγραφή για κάθε εγγραφή του αρχείου που περιέχει:

- την τιμή του κλειδιού για αυτήν την εγγραφή
- ένα δείκτη προς το block (ή την εγγραφή) του αρχείου δεδομένων που περιέχει την εγγραφή με την τιμή αυτή

✓ Το ευρετήριο σε πεδίο ΟΧΙ διάταξης (+ κλειδί) είναι ένα *πυκνό* ευρετήριο

Δευτερεύον Ευρετήριο

Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)

Έστω αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος V_A = 9 bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 442 blocks

45 για πρωτεύον

Δευτερεύον Ευρετήριο

Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)

Στοιχεία όπως πριν

(Έστω αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος V_A = 9 bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes)

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 442 blocks

bfr_A = 10

bfr_E = 68

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο (σειριακή αναζήτηση, γιατί το αρχείο δεδομένων δεν είναι ταξινομημένο): 3.000/2 = **1500** blocks (κατά μέσο όρο)

Αναζήτηση με ευρετήριο: $\lceil \log 442 \rceil + 1$ = **10** blocks

Για πρωτεύον ήταν 45 και 7 blocks αντίστοιχα

Δευτερεύον Ευρετήριο

Περίπτωση 2: Το πεδίο ευρετηριοποίησης **δεν είναι κλειδί**

1. Πυκνό ευρετήριο: μία καταχώρηση για κάθε εγγραφή

2. Μεταβλητού μήκους εγγραφές με ένα επαναλαμβανόμενο πεδίο για το δείκτη

3. Μία εγγραφή ευρετηρίου για κάθε τιμή του πεδίου ευρετηριοποίησης + ένα ενδιάμεσο επίπεδο για την διαχείριση των πολλαπλών δεικτών

Δευτερεύον Ευρετήριο Συστάδων

Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)

Έστω μη διατεταγμένο αρχείο (αρχείο σωρού) με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο ευρετηριοποίησης (δηλαδή, το πεδίο στο οποίο θα κατασκευάσουμε το ευρετήριο) έχει μέγεθος V_A = 9 bytes. Υπάρχουν 1000 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων χρησιμοποιώντας την επιλογή (3), μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes

Ευρετήριο bfr_E = 68 b_E = 15 κόστος αναζήτησης;

Ενδιάμεσο επίπεδο -- *Ποια είναι η οργάνωση του;*

bfr_{EE} = 170 b_{EE} = 177 blocks

Δευτερεύον Ευρετήριο

Αναζήτηση

Δυαδική αναζήτηση στο δευτερεύον ευρετήριο

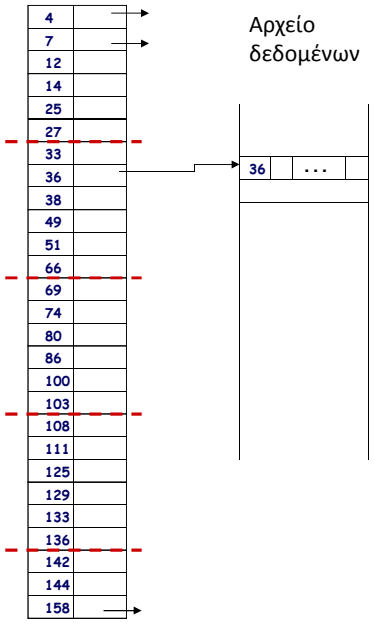
Ανάγνωση του block (ή των blocks) από το ενδιάμεσο επίπεδο

Ανάγνωση των blocks (συνήθως τόσα όσες οι εγγραφές που ταιριάζουν) από το αρχείο δεδομένων

Εισαγωγή

Απλή αν δεν αφορά εισαγωγή νέας τιμής στο ευρετήριο

Αρχείο Ευρετηρίου



Ευρετήρια

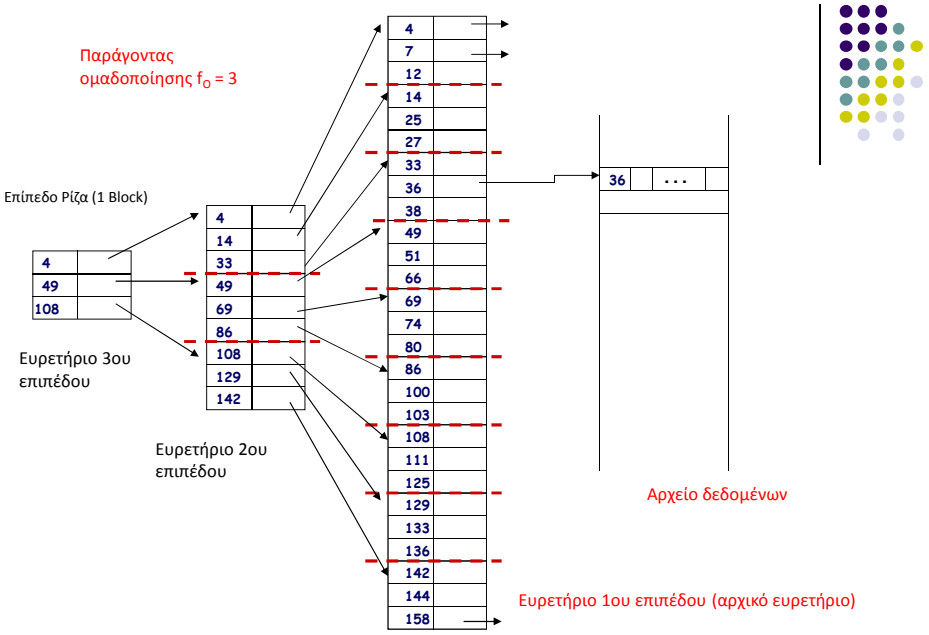
- Επιπρόσθετες δομές για την πιο αποδοτική εκτέλεση ερωτήσεων/αναζητήσεων – προκαλούν όμως επιβάρυνση στις τροποποιήσεις
- Εύκολη η λογική διάταξη των εγγραφών με βάση το πεδίο ευρετηριοποίησης
- Ανακτήσεις με *σύνθετες συνθήκες*, μπορεί να γίνουν χρησιμοποιώντας τα blocks του ευρετηρίου

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Ιδέα:

Τα ευρετήρια είναι αρχεία - χτίζουμε ευρετήρια πάνω στα αρχεία ευρετηρίου

Το αρχείο είναι **διατεταγμένο** και το πεδίο διάταξης είναι και κλειδί (άρα πρωτεύον ευρετήριο!)



Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Έστω ότι το αρχείο ευρετηρίου είναι το ***πρώτο ή βασικό* επίπεδο**

Έστω ότι ο παράγοντας ομαδοποίησης είναι $\mathbf{f_0}$ και ότι έχει $\mathbf{r_1}$ blocks

Το αρχείο ευρετηρίου είναι διατεταγμένο και το πεδίο διάταξης είναι και κλειδί

- Δημιουργούμε ένα πρωτεύον ευρετήριο για το ευρετήριο πρώτου επιπέδου - ***δεύτερο*** επίπεδο

Παράγοντας ομαδοποίησης: $\mathbf{f_0}$ Αριθμός block $\lceil (r_1/f_0) \rceil$

- Δημιουργούμε ένα πρωτεύον ευρετήριο για το ευρετήριο δεύτερου επιπέδου - ***τρίτο*** επίπεδο

Παράγοντας ομαδοποίησης: $\mathbf{f_0}$ Αριθμός block $\lceil (r_1/(f_0)^2) \rceil$

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

- Μέχρι πόσα επίπεδα:

  Μέχρι όλες οι εγγραφές του ευρετηρίου να χωρούν σε ένα block

Έστω t κορυφαίο επίπεδο (top level) $\lceil (r_1/(f_0)^t) \rceil = 1$

- Το f_0 ονομάζεται και *παράγοντας διακλάδωσης* του ευρετηρίου

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)

Έστω αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος V_A = 9 bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο στο πεδίο κλειδιού, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes

$$f_0 = \lfloor (1024 / (9 + 6)) \rfloor = 68$$

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *πρώτου* επιπέδου: 442 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *δεύτερου* επιπέδου: $\lceil (442 / 68) \rceil = 7$ blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *τρίτου* επιπέδου: $\lceil (7 / 68) \rceil = 1$ block

Άρα t = 3

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Αναζήτηση

p := διεύθυνση του block του κορυφαίου επιπέδου του ευρετηρίου

t := αριθμός επιπέδων του ευρετηρίου

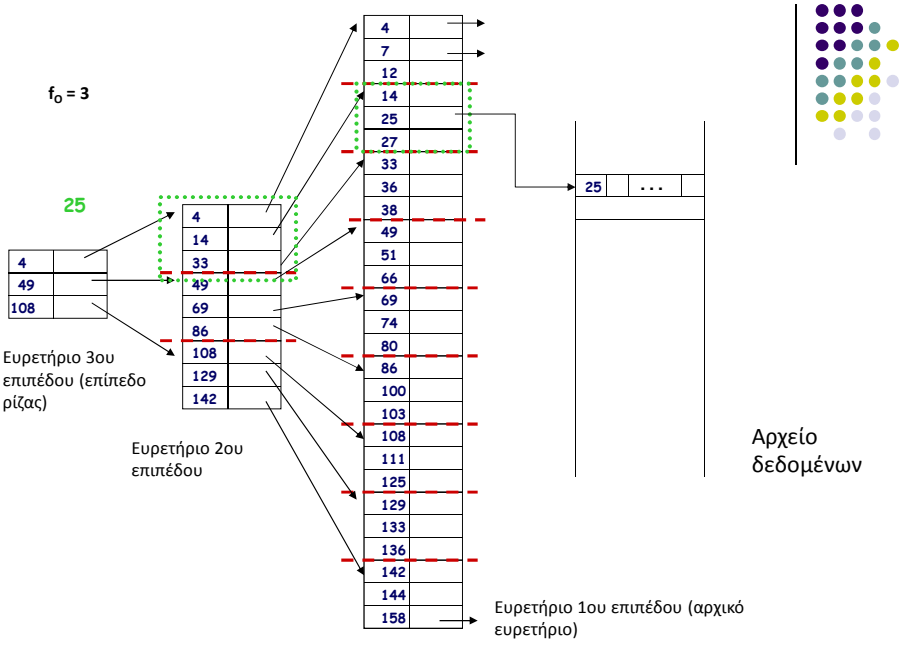
for j = t to 1 step -1 do */* από τη ρίζα μέχρι το ευρετήριο 1ου επιπέδου */*

read block με διεύθυνση p του ευρετηρίου στο επίπεδο j

αναζήτηση στο block p της εγγραφής i με τιμή $K_j(i) \leq K < K_j(i+1)$

read το block του αρχείου δεδομένων με διεύθυνση p

Αναζήτηση στο block p της εγγραφής i με τιμή $K_j(i) \leq K < K_j(i+1)$



Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)

Έστω αρχείο με r_A = 30.000 εγγραφές, μέγεθος block B = 1024 bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους R_A = 100 bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος V_A = 9 bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης,. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block P = 6 bytes

Άρα t = 3

Παράδειγμα

t + 1 = 4 προσπελάσεις

Για το δευτερεύον ήταν 10 και χωρίς ευρετήριο 1500

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

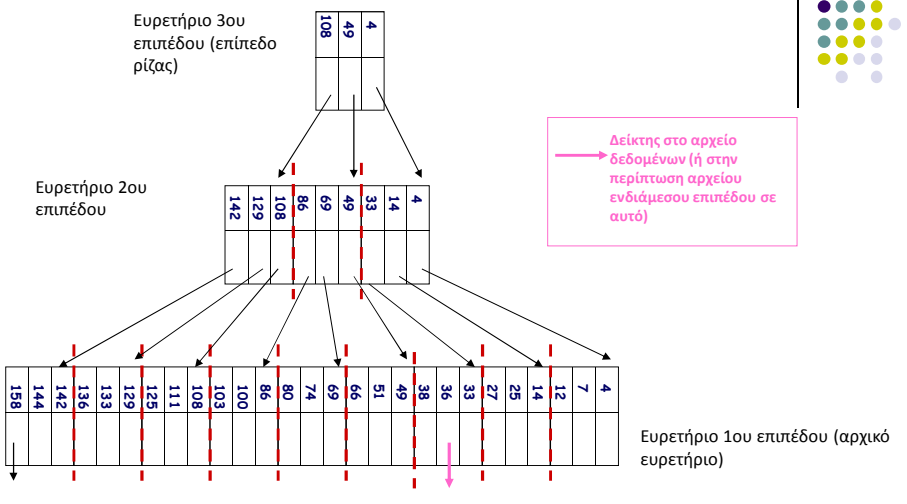
Εισαγωγή/διαγραφή

τροποποιήσεις πολλαπλών ευρετηρίων

Δυναμικό πολυεπίπεδο ευρετήριο: B-δέντρα και B+-δέντρα

Πολύ-επίπεδα Ευρετήρια

- Τα αρχεία ευρετηρίων είναι απλά αρχεία, άρα και σε αυτά μπορούν να οριστούν ευρετήρια
- Καταλήγουμε λοιπόν σε μια ιεραρχία δομών ευρετηρίων (πρώτο επίπεδο, δεύτερο επίπεδο, κλπ.)
- Κάθε επίπεδο του ευρετηρίου είναι ένα *διατεταγμένο* αρχείο, συνεπώς, εισαγωγές/διαγραφές εγγραφών απαιτούν επιπλέον κόστος
- Ένα πολύ-επίπεδο ευρετήριο αποτελεί ένα *Δέντρο Αναζήτησης*
  - Όπου κάθε κόμβος (block) έχει f_0 δείκτες και f_0 τιμές κλειδιού



Σημείωση: στο αρχικό ευρετήριο μπορεί να βάζουμε μία τιμή για κάθε εγγραφή του αρχείου δεδομένων (πυκνό ευρετήριο) ή μια εγγραφή για κάθε διακριτή τιμή κλπ ανάλογα με το τύπο του πεδίου ευρετηριοποίησης (κλειδί/πεδίο ταξινόμησης)

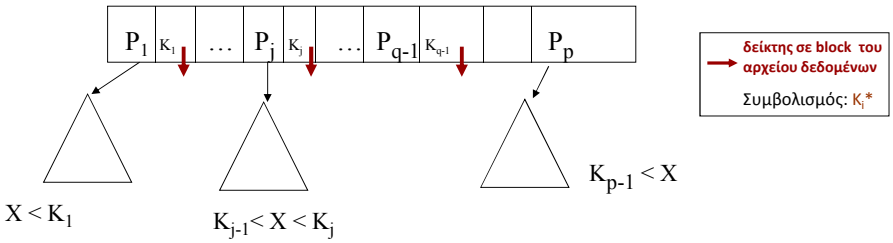
Στη συνέχεια:

Β-δέντρα, Β+-δέντρα

Δεντρικά Ευρετήρια

Δέντρα Αναζήτησης

Ένα **δέντρο αναζήτησης** (search tree) τάξεως ***p*** είναι ένα δέντρο τέτοιο ώστε κάθε κόμβος του περιέχει το πολύ ***p - 1*** τιμές αναζήτησης και ***p*** δείκτες ως εξής



$X < K_1$

$K_{j-1} < X < K_j$

$K_{p-1} < X$

$K_1 < K_2 < \ldots K_{q-1}$ και για όλες τις τιμές X στα υποδέντρα ισχύει $K_{j-1} < X < K_j$ για $1 < j < p$, $X < K_j$ για $j = 1$, και $K_{j-1} < X$ για $j = p$

Σημείωση: Γενικά στα ευρετήρια, ζεύγη <τιμή, προσδιοριστής εγγραφής>

Δέντρα Αναζήτησης

Κάθε κόμβος του δέντρου είναι ένα block στο δίσκο

Ισοζυγισμένο: όλοι οι κόμβοι-φύλλα στο ίδιο επίπεδο

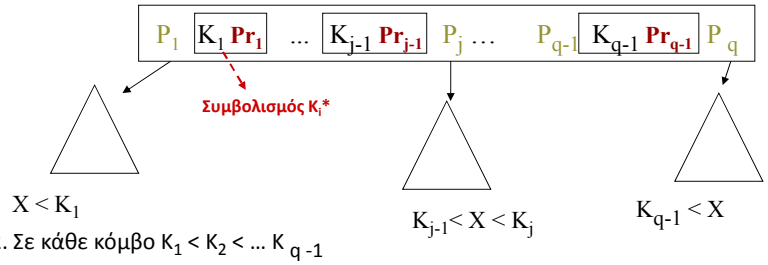
Β-δέντρο: ένα δέντρο αναζήτησης που παραμένει ισοζυγισμένο και χωρίς «πολύ αδειανούς» κόμβους

Β-δέντρα

Ένα **Β-δέντρο τάξεως (order) p** ορίζεται ως εξής:

1. Κάθε **εσωτερικός κόμβος** είναι της μορφής

<P_1, <K_1, Pr_1>, P_2, <K_2, Pr_2>, … <K_{q-1}, Pr_{q-1}>, P_q>, q < p, όπου P_i δείκτης δέντρου, K_i τιμή αναζήτησης, Pr_i δείκτης δεδομένων



2. Σε κάθε κόμβο $K_1 < K_2 < … K_{q-1}$

3. Για όλες τις τιμές X στο υποδέντρο που δείχνει το P_j ισχύει $K_{j-1} < X < K_j$ για $1 < j < q$, $X < K_j$ για j =1, και $K_{j-1} < X$ για j = q

Β-δέντρα

4. Κάθε κόμβος έχει το **πολύ** p δείκτες δέντρου

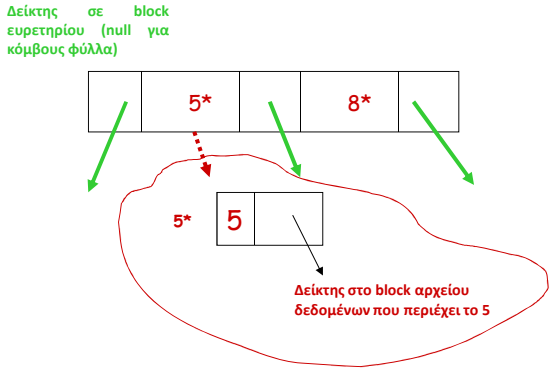
5. Κάθε κόμβος ***εκτός της ρίζας και των φύλλων*** έχει **τουλάχιστον** $\lceil (p/2) \rceil$ δείκτες. Η ρίζα έχει τουλάχιστον 2 εκτός αν είναι ο μόνος κόμβος του δέντρου.

6. Ένας κόμβος με q δείκτες δέντρου περιέχει q - 1 τιμές πεδίου αναζήτησης (και άρα και q - 1 δείκτες δεδομένων).

7. Όλα τα φύλλα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Τα φύλλα έχουν την ίδια δομή εκτός του ότι οι δείκτες δέντρου είναι null.

Β-δέντρα (παράδειγμα)

τάξη ρ = 3 (2 τιμές ανά κόμβο, 3 δείκτες block ευρετηρίου)



Β-δέντρα

Αναζήτηση

Διαβάζουμε το block της ρίζας

Αν η εγγραφή δεν υπάρχει στο κόμβο διαβάζουμε το αντίστοιχο block στο επόμενο πεδίο

Εισαγωγή

Αναζήτηση του κατάλληλου φύλλου και εισαγωγή της τιμής σε αυτό

Τι γίνεται αν είναι «γεμάτος»; -> διάσπαση!

Εισαγωγή τιμής

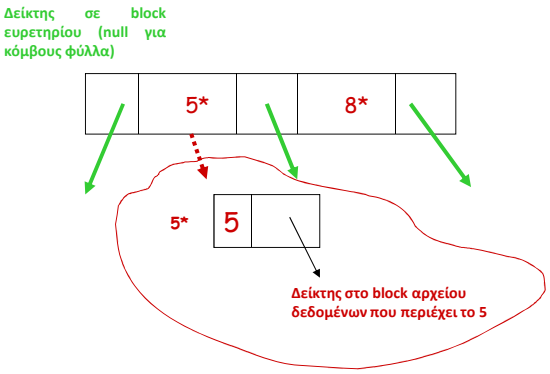
Αρχικά ένας μόνο κόμβος (ρίζα) στο Επίπεδο 0

Όταν ο *κόμβος ρίζα* γεμίσει (p – 1 τιμές κλειδιού), νέα εισαγωγή οδηγεί στην διάσπαση του κόμβου σε δύο κόμβους στο Επίπεδο 1: η **μεσαία τιμή** πηγαίνει στη ρίζα, οι υπόλοιπες μοιράζονται εξίσου σε δύο κόμβους του Επιπέδου 1

Όταν *ένας κόμβος εκτός της ρίζας* γεμίσει, νέα εισαγωγή οδηγεί σε διάσπαση του κόμβου σε δύο κόμβους στο ίδιο επίπεδο και **μεταφορά της μεσαίας τιμής** στον γονέα του κόμβου

ΠΡΟΣΟΧΗ: η εισαγωγή της μεσαίας τιμής στο γονέα αν ο γονέας είναι γεμάτος μπορεί να οδηγήσει σε διάσπαση του γονέα. Η διάσπαση μπορεί να οδηγήσει ως τη ρίζα, οπότε δημιουργείται και νέο επίπεδο.

τάξη p = 3 (2 τιμές ανά κόμβο, 3 δείκτες block ευρετηρίου) - Εισαγωγή 5, 8, 7, 14, 19, 6, 10



Διαγραφή τιμής

Τιμή προς διαγραφή ανήκει σε *φύλλο* -> ok

Τιμή προς διαγραφή ανήκει σε *εσωτερικό κόμβο* ->

Αν σβήσουμε το K_i, τότε το μικρότερο κλειδί του υποδέντρου P_{i+1} πρέπει να το *αντικαταστήσει (δηλαδή το μικρότερο κλειδί του κόμβου στα **δεξιά** του κλειδιού που διαγράφεται)*

Τι γίνεται αν ο κόμβος «αδειάσει»;

Διαγραφή τιμής

Αν υποχείλιση
- αν είναι δυνατόν **ανακατανομή** με τον αριστερό αδελφό
  - αν όχι, προσπάθεια ανακατανομής με το δεξιό αδελφό
- αν όχι ανακατανομή, **συγχώνευση** των κόμβων
  - σε περίπτωση συγχώνευσης: διαγράφουμε και την αντίστοιχη εγγραφή στον γονέα (πιθανή υποχείλιση και στο γονέα)

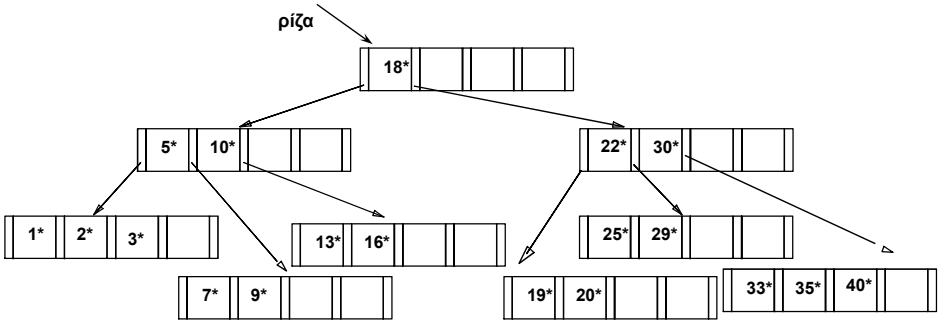
▪ Σε κάθε περίπτωση (ανακατανομή και συγχώνευση) **κατεβάζουμε και την τιμή του γονέα** – και στο γονέα ανεβαίνει η νέα μεσαία τιμή

B-δέντρα (παράδειγμα)

Τάξης p = 5 -- το πολύ 4, τουλάχιστον 2 τιμές ανά κόμβο (εκτός της ρίζας)

5 10 3 18 16 22 7 25 30 2 9 33 40 29 19 20 13 1 35

B-δέντρα: παράδειγμα



Β-δέντρα (παράδειγμα)

Τάξης p = 5 -- το πολύ 4, τουλάχιστον 2 τιμές ανά κόμβο (εκτός της ρίζας)

5 10 3 18 16 22 7 25 30 2 9 33 40 29 19 20 13 1 35

Διαγραφή τιμής σε φύλλο χωρίς υποχείλιση 1

Διαγραφή τιμής σε εσωτερικό κόμβο χωρίς υποχείλιση 30

Διαγραφή τιμής σε φύλλο με υποχείλιση και δανεισμό 7

Διαγραφή τιμής σε φύλλο με υποχείλιση και συγχώνευση 7 και μετά 5

Β-δέντρα

- Κάθε κόμβος του Β-δέντρου καταλαμβάνει μια σελίδα (block)

Υπολογισμός τάξης p (ώστε κάθε κόμβος να χωρά σε ένα block)

Έστω *B* μέγεθος block, *V* μέγεθος πεδίου αναζήτησης (δηλαδή του πεδίου ευρετηριοποίησης), *Pr* μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και *P* μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$p * P + (p - 1) * (Pr + V) \leq B$

$p * (P + Pr + V) \leq B + V + Pr$

$p \leq (B + V + Pr) / (P + Pr + V)$

Παράδειγμα, V = 9 bytes, B = 512 bytes, Pr = 7 bytes, P = 6 bytes,

τότε p = 23

Υπολογισμός επιπέδων

Έστω όπως πριν, p = 23. Έστω ότι κάθε κόμβος είναι γεμάτος κατά 69%.

Πόσα επίπεδα χρειαζόμαστε για να ευρετηριοποιήσουμε *65.000 τιμές*;

(p - 1)*0,69 = 22*0,69 = 15 κλειδιά και 15 + 1 = 16 δείκτες ανά κόμβο

	#κόμβων	#τιμές	#δείκτες
Ρίζα	1 κόμβος	15 (22*0,69) καταχωρήσεις	16 δείκτες
Επίπεδο 1:	16 κόμβοι	240 (16*15) καταχωρήσεις	256 δείκτες
Επίπεδο 2:	256 κόμβοι	3.840 (256*15) καταχωρήσεις	4.096 δείκτες
Επίπεδο 3:	4.096 κόμβοι	61.440	

Σύνολο: 61.440 + 3.840 + 240 + 15 (65.535)

Ποιες εγγραφές βάζουμε στο Β-δέντρο;

(όπως και στα ευρετήρια που είδαμε σε προηγούμενα μαθήματα αυτό εξαρτάται από το πεδίο δεικτοδότησης, δηλαδή αν είναι: πεδίο διάταξης – κλειδί, πεδίο διάταξης – όχι κλειδί, όχι πεδίο διάταξης – κλειδί, όχι πεδίο διάταξης – όχι κλειδί)

Αναζήτηση με βάση διάστημα τιμών;

Διαφορά B^+ από B-δέντρο: Αποθηκεύουμε δείκτες δεδομένων (στο αρχείο δεδομένων) μόνο στα φύλλα

Δύο τύποι κόμβων:

- εσωτερικοί κόμβοι
- φύλλα

✓Όλες οι τιμές του πεδίου αναζήτησης εμφανίζονται στα φύλλα.

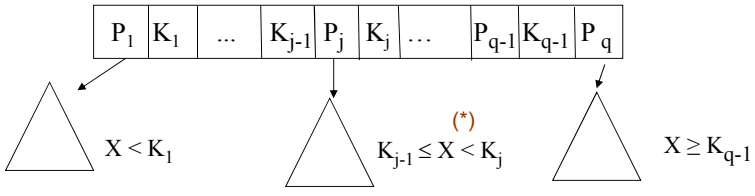
✓Οι τιμές που εμφανίζονται σε εσωτερικούς κόμβους πληροφορία μόνο για τη διάσχιση του δέντρου

✓Κάποιες τιμές μπορεί να εμφανίζονται *παραπάνω από μια* φορά

Ένα **B^+-δέντρο** τάξεως (order) p για τους εσωτερικούς κόμβους και p_{leaf} για τα φύλλα ορίζεται ως εξής:

1. Κάθε **εσωτερικός κόμβος** είναι της μορφής

$<P_1, K_1, P_2, K_2, , \ldots K_{q-1}, P_{q-1}, P_q>$ $q \leq p$, όπου P_i δείκτης δέντρου, K_i τιμή αναζήτησης



2. Σε κάθε εσωτερικό κόμβο $K_1 < K_2 < \ldots K_{q-1}$
3. Για όλες τις τιμές X στο υποδέντρο που δείχνει το P_j ισχύει $K \leq X < K_j$ για $1 < j < q$, $X < K_j$ για $j = 1$, και $K_{j-1} \leq X$ για $j = q$

(*) σύμβαση, θα μπορούσε και $K_{j-1} < X \leq K_j$

Β+-δέντρα

4. Κάθε εσωτερικός κόμβος έχει το πολύ p δείκτες δέντρου

5. Κάθε εσωτερικός κόμβος ***εκτός της ρίζας*** έχει τουλάχιστον $\lceil (p/2) \rceil$. Η ρίζα έχει τουλάχιστον 2 εκτός αν είναι ο μόνος κόμβος του δέντρου.

6. Ένας κόμβος με q δείκτες δέντρου περιέχει q - 1 τιμές πεδίου αναζήτησης

Β+-δέντρα

1. Κάθε **κόμβος-φύλλο** είναι της μορφής

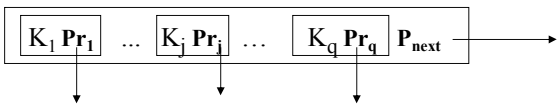
<<K_1, Pr_1>, <K_2, Pr_2>, … <K_q, Pr_q>, P_{next}>, $q \leq p_{leaf}$, όπου

p_{leaf} είναι η τάξη των κόμβων-φύλλων

K_i τιμή αναζήτησης,

Pr_i δείκτης δεδομένων που δείχνει στο block (ή στην εγγραφή) με τιμή στο πεδίο αναζήτησης K_i (ή σε ένα block ενδιάμεσου επιπέδου αν το πεδίο αναζήτησης δεν είναι κλειδί),

P_{next} δείχνει στο επόμενο φύλλο και χρησιμοποιείται για τη γρήγορη ανάγνωση του αρχείου σε διάταξη



2. Σε κάθε κόμβο-φύλλο $K_1 < K_2 < \ldots K_q$

B+-δέντρα

3. Κάθε κόμβος-φύλλο έχει το **πολύ p_{leaf}** τιμές

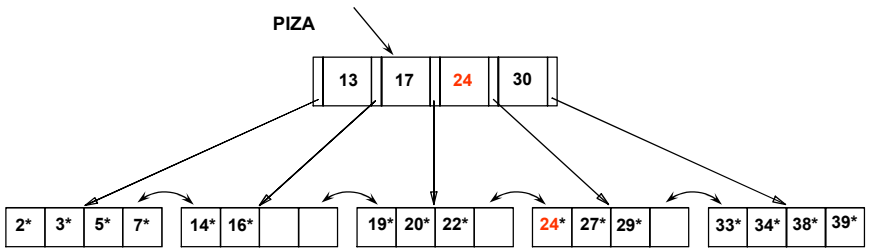
4. Κάθε κόμβος-φύλλο έχει **τουλάχιστον** $\lceil (p_{leaf}/2) \rceil$ τιμές.

5. Όλοι οι κόμβοι-φύλλα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

B+-δέντρα

Η αναζήτηση ξεκινά από τη ρίζα, και οι συγκρίσεις των κλειδιών μας οδηγούν στα φύλλα

Αναζήτηση για τα 5*, 15*, όλες οι καταχωρήσεις >= 24* ...



B+-δέντρα: Αναζήτηση

```
Nodepointer tree_search(nodepointer P, keyvalue K)
        if P is a leaf return(P);
        else
          if K < K1
                tree_search(P1, K)
          else
                find i such that Ki ≤ K < Ki+1
                return tree_search(Pi, K)
end
```


B+-δέντρα: Αναζήτηση

Αναζήτηση (αναδρομική εκδοχή)

```
nodepointer find(keyvalue K):
        return tree_search(root, K);
end;
```

B+-δέντρα: Εισαγωγή

Εισαγωγή

1. Αναζήτηση του φύλλου για εισαγωγή: έστω φύλλο P

2. Εισαγωγή τιμής K στο κόμβο P

   Αν ο κόμβος-φύλλο δεν είναι γεμάτος

   εισαγωγή της τιμής

B+-δέντρα: Εισαγωγή

Αν ο κόμβος-φύλλο είναι γεμάτος (έχει p_{leaf} εγγραφές)

διάσπαση του κόμβου:

-- οι πρώτες $k = \lfloor (p_{leaf} + 1)/2 \rfloor$ παραμένουν στον κόμβο

-- οι υπόλοιπες σε καινούργιο κόμβο

-- εισαγωγή (αντιγραφή) της k+1-οστής τιμής (K_{k+1}) στο γονέα

B+-δέντρα: Εισαγωγή

Αν ένας εσωτερικός κόμβος είναι γεμάτος (έχει p εγγραφές)

διάσπαση του κόμβου: έστω $k = \lfloor ((p+1)/2) \rfloor$

-- οι εγγραφές μέχρι το P_k (μετά την εισαγωγή) παραμένουν στον κόμβο

-- η k+1-οστή K_{k+1} τιμή **μεταφέρεται (*δεν αντιγράφεται*)** στον πατέρα

-- οι υπόλοιπες σε καινούργιο κόμβο

B+-δέντρα: Εισαγωγή

Οι διασπάσεις κόμβων (εκτός ρίζας) "μεγαλώνουν" το δέντρο

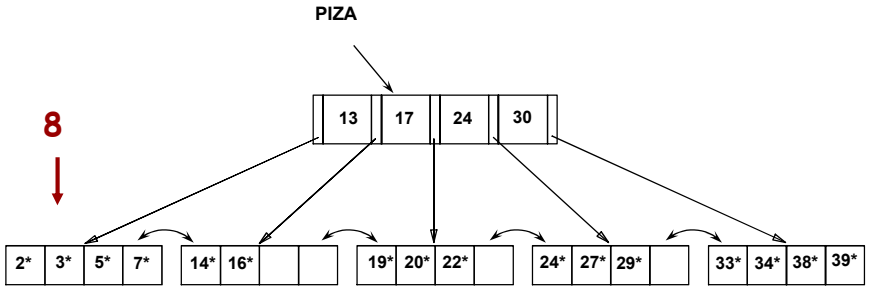
Η διάσπαση της ρίζας " υψώνει " το δέντρο

B+-δέντρα (παράδειγμα)

5, 9, 7, 14, 6, 19, 10 και τάξη ρ = 3 (2 τιμές ανά κόμβο, 3 δείκτες block ευρετηρίου) και p_{leaf} = 2

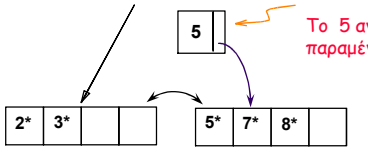
B+-δέντρα: Εισαγωγή

Εισαγωγή της καταχώρησης 8*



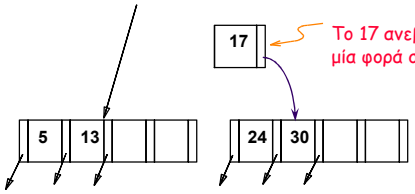
B+-δέντρα: Εισαγωγή

Καταχώρηση στον κόμβο γονέα (αντιγραφή)



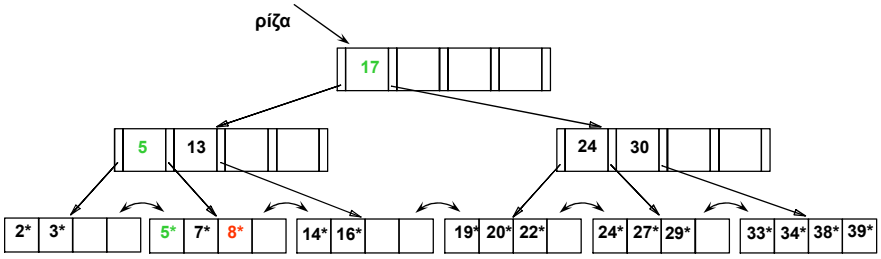
Το 5 ανεβαίνει επάνω, αλλά παραμένει και στο φύλλο

Καταχώρηση στον κόμβο γονέα (μεταφορά)



Το 17 ανεβαίνει επάνω και παρουσιάζεται μόνο μία φορά στο ευρετήριο (σε αντίθεση με τα φύλλα)

B+-δέντρα: Εισαγωγή



Η ρίζα διασπάστηκε οδηγώντας σε αύξηση του ύψους.

B+-δέντρα

Όλες οι τιμές εμφανίζονται στα φύλλα και *κάποιες επαναλαμβάνονται* και σε εσωτερικούς κόμβους (η τιμή Κ σε ένα εσωτερικό κόμβο μπορεί επίσης να εμφανίζεται ως η *πιο αριστερή τιμή* στο φύλλο του υποδέντρου με ρίζα το δείκτη στα δεξιά του Κ)

B+-δέντρα: Διαγραφή

Διαγραφή

1. Αναζήτηση του φύλλου που περιέχει το Κ: έστω φύλλο P

2. Αν υποχείλιση

    αν είναι δυνατόν ανακατανομή με τον αριστερό αδελφό (>$\lceil (n/2) \rceil$)

        αν όχι, προσπάθεια ανακατανομής με το δεξιό αδελφό

    αν όχι, συγχώνευση και των τριών κόμβων σε δύο κόμβους

B+-δέντρα: Διαγραφή

2. Αν υποχείλιση (αναλυτικά)

<ανακατανομή εγγραφών>

Αν είναι δυνατόν ανακατανομή με τον αριστερό αδελφό (>⌈(n/2)⌉)

αν όχι, προσπάθεια ανακατανομής με το δεξιό αδελφό

ανακατανομή εγγραφών σε κάθε κόμβο

βρείτε την εγγραφή στο γονέα του δεξιού κόμβου N

αντικατάσταση της τιμής κλειδιού στο γονέα τους με τη μικρότερη τιμή του κόμβου N

<συγχώνευση κόμβων>

Αν δεν είναι δυνατή η ανακατανομή

συγχώνευση κόμβων

οδηγεί σε διαγραφή στο παραπάνω επίπεδο, σβήνεται η εγγραφή που δείχνει στον κόμβο (πιθανότητα νέας υποχείλισης)

B+-δέντρα: Διαγραφή

Εσωτερικοί κόμβοι

Ειδική περίπτωση στη συγχώνευση εσωτερικών κόμβων, όταν συγχωνεύεται ο ακραίος αριστερός δείκτης ενός εσωτερικού κόμβου (ο οποίος δεν έχει τιμή)

Τότε, πρέπει να συμβουλευτούμε τον γονέα των δύο κόμβων που συγχωνεύονται -> χρήση της τιμής του δείκτη που δείχνει σε αυτόν τον κόμβο

«Κατεβάζουμε» την τιμή από τον γονέα ως πιο αριστερή τιμή στον προς συγχώνευση κόμβο

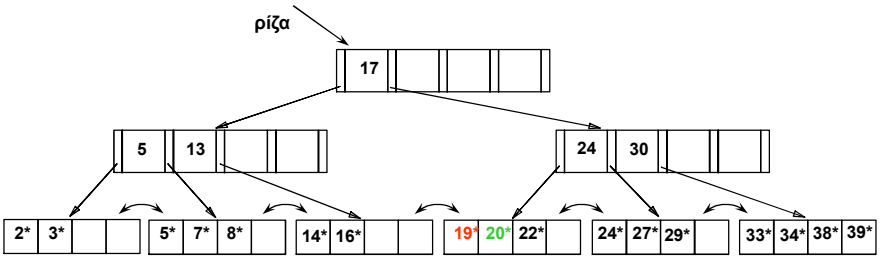
Ειδικά για την ανακατανομή εσωτερικών κόμβων

Πάλι μέσω του γονέα τους

Δηλαδή θεωρούμε και την τιμή του γονέα στην ανακατανομή

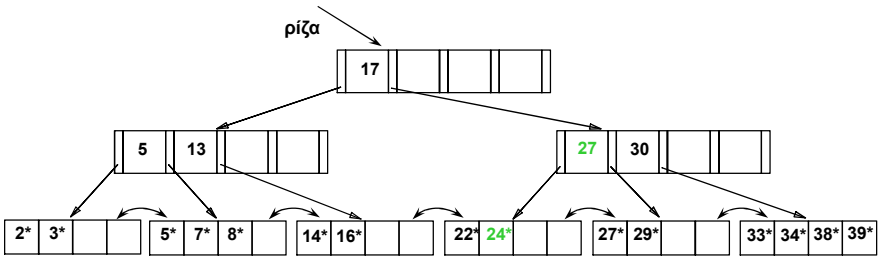
Η τιμή αυτή αλλάζει στο γονέα

B+-δέντρα: Παράδειγμα



Διαγραφή 19, 20

B+-δέντρα: Διαγραφή

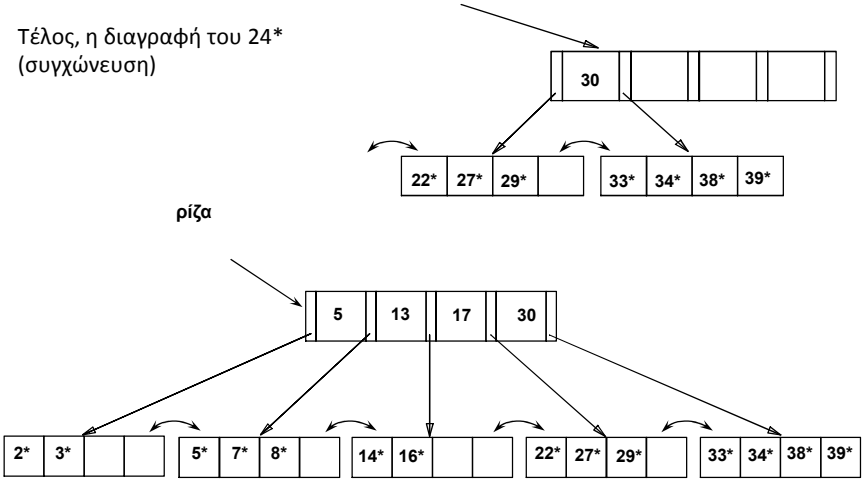


Το παράδειγμα μετά τη διαγραφή του 19* και του 20* (ανακατανομή με δεξί αδελφό και αντικατάσταση του 24 με 27)

Διαγραφή του 24 ->

B+-δέντρα: Διαγραφή

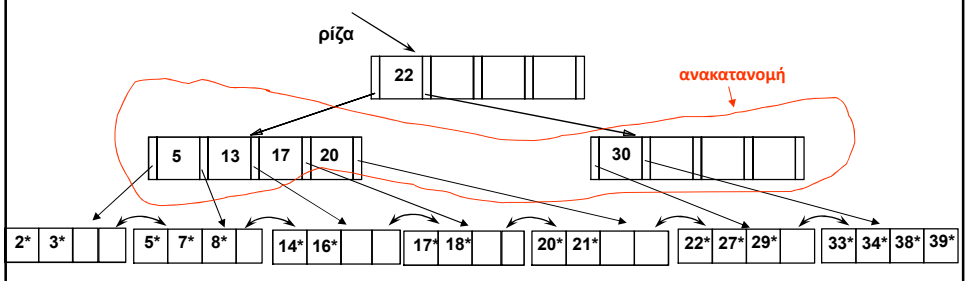
Τέλος, η διαγραφή του 24*
(συγχώνευση)



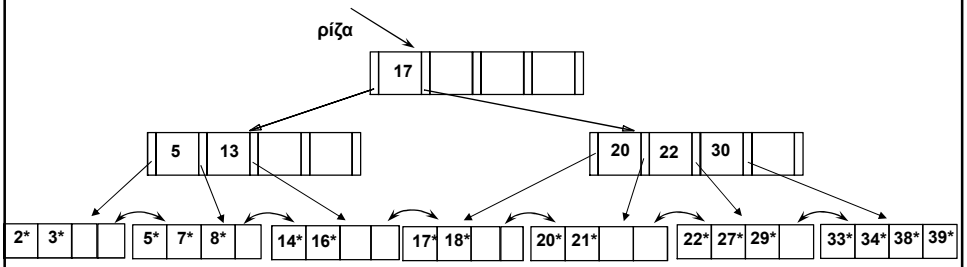
B+-δέντρα: Διαγραφή

Παράδειγμα ανακατανομής

Έστω στο παρακάτω δέντρο μετά από συγχώνευση φύλλων

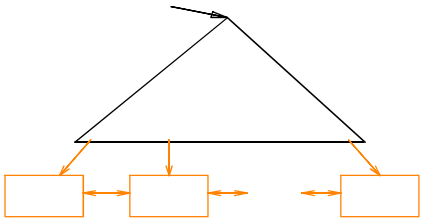


B+-δέντρα: Διαγραφή



B+-δέντρα γενικά

- Εισαγωγή/Διαγραφή με κόστος $\log_F N$ --- κρατούν το δέντρο σε ισορροπημένη μορφή. (F = διακλάδωση, N = αριθμός των φύλλων)
- Ελάχιστη πληρότητα 50% (εκτός της ρίζας).
- Εξαιρετική δομή ΚΑΙ για ερωτήσεις ισότητας ΚΑΙ για ερωτήσεις διαστήματος (range queries).
- Το αρχείο δεδομένων μπορεί να είναι ή όχι ταξινομημένο



Καταχωρήσεις Ευρετηρίου (Άμεση Αναζήτηση)

Καταχωρήσεις Δεδομένων («Σύνολο ακολουθίας»)

B+-δέντρα

- Κάθε κόμβος του B+-δέντρου καταλαμβάνει μια σελίδα (block)

Τάξη p ώστε κάθε εσωτερικός-κόμβος να χωρά σε ένα block

Έστω B μέγεθος block, V μέγεθος πεδίου αναζήτησης, Pr μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και P μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$p * P + (p - 1) * V \leq B$

$p * (P + V) \leq B + V$

$p \leq (B + V) / (P + V)$

Παράδειγμα, V = 9 bytes, B = 512, Pr = 7 bytes, P = 6 bytes, τότε p = 34

Για B-δέντρο, p = 23

B+-δέντρα

Τάξη p_{leaf} ώστε κάθε φύλλο να χωρά σε ένα *block*

Έστω B μέγεθος block, V μέγεθος πεδίου αναζήτησης, Pr μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και P μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$p_{leaf} * (Pr + V) + P \leq B$

$p_{leaf} * (Pr + V) \leq B - P$

$p_{leaf} \leq (B - P) / (Pr + V)$

Παράδειγμα, V = 9 bytes, B = 512, Pr = 7 bytes, P = 6 bytes, τότε $p_{leaf} = 31$

Υπολογισμός επιπέδων

Παράδειγμα, V = 9 bytes, B = 512, Pr = 7 bytes, P = 6 bytes, τότε p = 34. Έστω ότι κάθε κόμβος είναι γεμάτος κατά 69%. Πόσες καταχωρήσεις (τιμές) χωρά αν έχει 3 επίπεδα

Ρίζα	1 κόμβος	22 (33*0,69) καταχωρήσεις	23 δείκτες
Επίπεδο 1:	23 κόμβοι	506 (23*22) καταχωρήσεις	529 δείκτες
Επίπεδο 2:	529κόμβοι	11.638 (529*22) καταχωρήσεις	12.167 δείκτες
Επίπεδο φύλλων:	12.167 κόμβοι	255.507 (12.167 * 31 * 0.69) δείκτες δεδομένων	

Σε 3 επίπεδα 255.507 εγγραφές έναντι 65.535 για το Β-δέντρο

Σημείωση: εγγραφές μόνο στα φύλλα

Παρατηρήσεις

- Τυπική Τάξη (order): 100. Τυπικός Παράγοντας Πληρότητας: 67%.
- Μέση τιμή διακλάδωσης (fan out) = 133
- Τυπικές Δυνατότητες:
  - Ύψος 4: 133^4 = 312,900,700 εγγραφές
  - Ύψος 3: 133^3 = 2,352,637 εγγραφές
- Μπορεί να κρατά *τα υψηλότερα επίπεδα στη μνήμη* (buffer):
  - Επίπεδο 1 = 1 block = 8 Kbytes
  - Επίπεδο 2 = 133 blocks = 1 Mbyte
  - Επίπεδο 3 = 17,689 blocks = 133 MBytes

Ευρετήρια (ανακεφαλαίωση)

Είδη Ευρετηρίων

- **Ευρετήριο ενός επιπέδου** ένα διατεταγμένο αρχείο με εγγραφές (<K(i), P(i)>
- **Ευρετήριο πολλών επιπέδων**
- **Ευρετήρια δομής δέντρου (B-δέντρα, B+-δέντρα)**
- **Ευρετήρια κατακερματισμού**

h(τιμή) -> στο κάδο οι εγγραφές είναι εγγραφές ευρετηρίου, δηλαδή ζεύγη (τιμή, δείκτης-στο-block(s)-του-αρχείου-δεδομένων που-είναι-η εγγραφή-με-αυτήν-την-τιμή)

Ευρετήρια (επανάληψη)

Ορισμοί

Πρωτεύον: όταν το πεδίο ευρετηριοποίησης είναι πρωτεύον κλειδί και πεδίο διάταξης του αρχείου

Δευτερεύον: αλλιώς

Συστάδων (clustered index) αν η διάταξη των εγγραφών στο ευρετήριο όμοια ή παρόμοια αυτής των εγγραφών στο αρχείο δεδομένων (συμβαίνει, πχ όταν το ευρετήριο κτίζεται στο πεδίο ταξινόμησης του αρχείου δεδομένων)

Ευρετήρια (επανάληψη)

Το πολύ ένα ευρετήριο συστάδων – δηλαδή ένα ευρετήριο στο πεδίο διάταξης του αρχείου

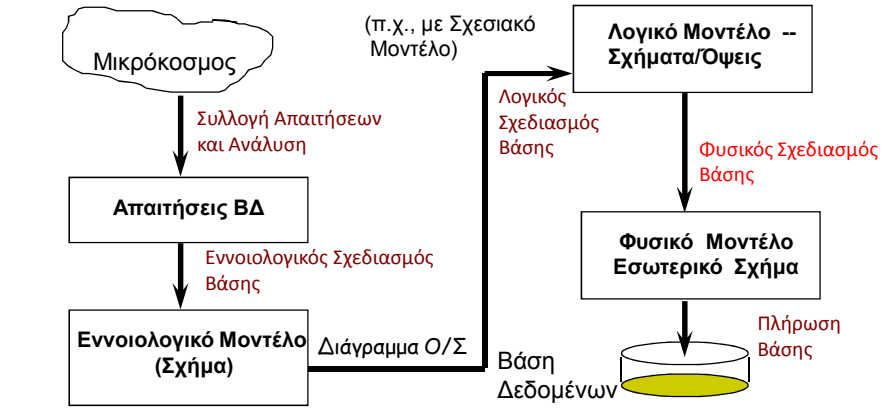
Range scan (αναζήτηση περιοχής)

- Συστάδων: #σελίδων στο αρχείο που ταιριάζουν
- Μη συστάδων: αριθμός εγγραφών στο ευρετήριο που ταιριάζουν – για κάθε τέτοια εγγραφή -> μια σελίδα αρχείου

Φυσικός Σχεδιασμός (γενική εικόνα)

- Μετά τον σχεδιασμό Ο/Σ και το λογικό σχεδιασμό (σχεσιακό μοντέλο), έχουμε τα εννοιολογικά και λογικά (με τις όψεις) σχήματα για τη Βάση Δεδομένων.
- Το επόμενο βήμα είναι ο **Φυσικός Σχεδιασμός**, δηλαδή η επιλογή των δομών αποθήκευσης των σχέσεων, η επιλογή των ευρετηρίων, οι αποφάσεις για συστάδες - γενικά ότι είναι απαραίτητο για να επιτευχθούν οι προσδοκώμενες επιδόσεις χρήσης της ΒΔ.
- Η υλοποίηση μιας (φυσικής) Σχεσιακής Βάσης Δεδομένων περιλαμβάνει τη δημιουργία ΚΑΤΑΛΟΓΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ (directory system tables)

Φυσικός Σχεδιασμός



Ευρετήρια

Η SQL-92 δεν περιλαμβάνει εντολές για τη δημιουργία ευρετηρίων. Τα περισσότερα εμπορικά ΣΔΒΔ το υποστηρίζουν

create [unique] index <index_name>

on <table_name> (<attr_list>);

- Η <attr_list> μπορεί να περιέχει παραπάνω από ένα γνωρίσματα.
- Προαιρετικό UNIQUE σημαίνει ότι το <attr_list> είναι κλειδί του <table_name>.

Ευρετήρια

drop index <index_name>

- Η Oracle δημιουργεί αυτόματα ευρετήρια για κάθε UNIQUE ή PRIMARY KEY ορισμό.

select <index_name> **from user_indexes**

Φυσικός Σχεδιασμός

Πριν δημιουργήσουμε ένα ευρετήριο, πρέπει να συνυπολογίσουμε και την επίδρασή του σε ενημερώσεις του φορτίου εργασίας!

Ένα ευρετήριο κάνει τις ερωτήσεις ΠΙΟ ΓΡΗΓΟΡΕΣ και τις ενημερώσεις ΠΙΟ ΑΡΓΕΣ

Επιπλέον, απαιτεί και χώρο στον δίσκο

Φυσικός Σχεδιασμός

Για να κάνουμε όσο το δυνατόν καλύτερο τον Φυσικό Σχεδιασμό πρέπει να:

Κατανοήσουμε το **Φόρτο Εργασίας (workload)**

- Ποιες είναι οι σημαντικές ερωτήσεις και πόσο συχνά εμφανίζονται.
- Ποιες είναι οι πιο σημαντικές τροποποιήσεις και πόσο συχνά εμφανίζονται.
- Ποια είναι η επιθυμητή επίδοση για την εκτέλεση αυτών των ερωτήσεων και τροποποιήσεων.

Φυσικός Σχεδιασμός

Για *κάθε ερώτηση* (query) το φόρτο εργασίας:

- Σε ποιες σχέσεις έχει πρόσβαση?
- Ποια γνωρίσματα ανακαλεί?
- Ποια γνωρίσματα υπεισέρχονται στις συνθήκες για selection/join? Πόσο επιλεκτικές είναι αυτές οι συνθήκες?

Για *κάθε ενημέρωση* (insert/delete/update):

- Ποια γνωρίσματα υπεισέρχονται στις συνθήκες για selection/join? Πόσο επιλεκτικές είναι αυτές οι συνθήκες?
- Ο τύπος της ενημέρωσης (INSERT/DELETE/UPDATE), και τα γνωρίσματα που θα επηρεασθούν

Αποφάσεις που Απαιτούνται

Τι ευρετήρια πρέπει να δημιουργηθούν;

Ποιες σχέσεις πρέπει να έχουν ευρετήρια; Ποια γνωρίσματα χρησιμοποιούνται για αναζήτηση; Πρέπει να ορίσουμε πολλαπλά ευρετήρια;

Για κάθε ευρετήριο, τι είδους ευρετήριο πρέπει να είναι;

Συστάδες; Δέντρο/Κατακερματισμός; Δυναμικό/Στατικό; Πυκνό/Μη-πυκνό;

Χρειάζονται αλλαγές και στο εννοιολογικό/λογικό Σχήμα;

Διαφορετικό κανονικοποιημένο σχήμα;

Denormalization (μήπως χρειάζεται από-κανονικοποίηση;)

Όψεις, Επανάληψη Δεδομένων (replication) …