

Ευρετήρια

Ευρετήρια

- Ένα **ευρετήριο (index)** είναι μια βοηθητική δομή αρχείου που κάνει πιο αποδοτική την αναζήτηση μιας εγγραφής σε ένα αρχείο
- Το ευρετήριο καθορίζεται (συνήθως) σε **ένα γνώρισμα** του αρχείου που καλείται **πεδίο ευρετηριοποίησης (indexing field)**

γνώρισμα	

Ευρετήριο
(Αρχείο Ευρετηρίου)

γνώρισμα	υπόλοιπα γνωρίσματα

Αρχείο Δεδομένων

Εγγραφή στο ευρετήριο:

Τιμή Πεδίου Ευρετηριοποίησης	Δείκτης στο block της εγγραφής
------------------------------	--------------------------------

Συχνά αποκαλείται **access path (μονοπάτι πρόσβασης)** στο πεδίο ευρετηριοποίησης (indexing field)

Είδη ευρετηρίου

- **Πρωτεύον ευρετήριο** (primary index): ορισμένο στο κλειδί διάταξης του αρχείου
- **Ευρετήριο συστάδων** (clustering index): ορισμένο στο πεδίο διάταξης το οποίο όμως δεν είναι κλειδί
- **Δευτερεύον ευρετήριο** (secondary index): ορισμένο σε πεδία διαφορετικά του κλειδιού διάταξης

Πόσα ευρετήρια σε ένα αρχείο δεδομένων μπορεί να έχουμε ;

- **Πυκνό ευρετήριο**: μια καταχώρηση για κάθε εγγραφή του αρχείου
- **Μη πυκνό ευρετήριο**

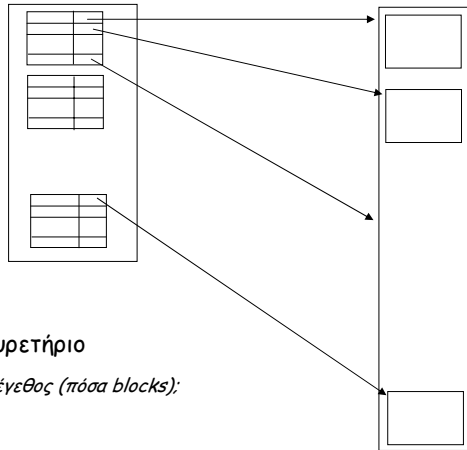
Πρωτεύον ευρετήριο (primary index): ορισμένο στο κλειδί διάταξης του αρχείου

Για κάθε block του αρχείου (μη πυκνό ευρετήριο) η εγγραφή i του ευρετηρίου είναι της μορφής $\langle K(i), P(i) \rangle$ όπου:

- $K(i)$: η τιμή του πρωτεύοντος κλειδιού της πρώτης εγγραφής του block (*άγκυρα* του block)
- $P(i)$: δείκτης προς το block

- Το ευρετήριο αρχείου είναι ένα *διατεταγμένο* αρχείο με σταθερού μήκους εγγραφές
- Το πρωτεύον ευρετήριο είναι ένα *μη πυκνό* ευρετήριο
- Το *μέγεθος* του αρχείου ευρετηρίου είναι μικρότερο από αυτό του αρχείου δεδομένων.

Πρωτεύον Ευρετήριο



Ευρετήριο

Μέγεθος (πόσα blocks):

Αρχείο
Δεδομένων

Πρωτεύον Ευρετήριο

Παράδειγμα: Έστω διατεταγμένο αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, όπου το πεδίο κλειδιού διάταξης έχει μέγεθος $V = 9$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση. Κατασκευάζουμε πρωτεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 45 blocks

- Αναζήτηση

Διαδική αναζήτηση στο πρωτεύον ευρετήριο

Ανάγνωση του block από το αρχείο δεδομένων

Παράδειγμα: Έστω διατεταγμένο αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, όπου το πεδίο κλειδιού διάταξης έχει μέγεθος $V = 9$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση. Κατασκευάζουμε πρωτεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks - Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 45 blocks

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο: $\lceil \log 3.000 \rceil = 12$ blocks

Αναζήτηση με ευρετήριο: $\lceil \log 45 \rceil + 1 = 7$ blocks

- **Εισαγωγή εγγραφής**

αλλαγές και στο πρωτεύον ευρετήριο
μη διατεταγμένο αρχείο υπερχείλισης
συνδεδεμένη λίστα εγγραφών υπερχείλισης

- **Διαγραφή εγγραφής**

αλλαγές και στο πρωτεύον ευρετήριο
χρήση σημαδιών διαγραφής

Ευρετήριο συστάδων (clustering index): ορισμένο στο πεδίο διάταξης το οποίο όμως δεν είναι κλειδί

Υπάρχει μία εγγραφή για κάθε διακεκριμένη τιμή του πεδίου διάταξης (συστάδας) του αρχείου που περιέχει:

- την τιμή αυτή
- ένα δείκτη προς το πρώτο block του αρχείου δεδομένων που περιέχει μια εγγραφή με την τιμή αυτή στο πεδίο συστάδας

- Το μέγεθος του αρχείου ευρετηρίου είναι μικρότερο από αυτό του αρχείου δεδομένων.

Παράδειγμα. Έστω διατεταγμένο αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο διάταξης έχει μέγεθος $V = 9$ bytes και υπάρχουν 1000 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Υποθέτουμε ότι χρησιμοποιούνται άγκυρες block, κάθε νέα τιμή του πεδίου διάταξης αρχίζει στην αρχή ενός νέου block. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος ευρετηρίου συστάδων: 15 blocks

• Αναζήτηση

Διαδική αναζήτηση στο ευρετήριο

Ανάγνωση block από το αρχείο δεδομένων

Ευρετήριο Συστάδων

Παράδειγμα: Έστω διατεταγμένο αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο διάταξης έχει μέγεθος $V = 9$ bytes και υπάρχουν 1000 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα καταναμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Υποθέτουμε ότι χρησιμοποιούνται άγκυρες block, κάθε νέα τιμή του πεδίου διάταξης αρχίζει στην αρχή ενός νέου block. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks - Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 15 blocks

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο: $\lceil \log 3.000 \rceil + \text{ταιριάσματα} (= 3) \approx 15$ blocks

Αναζήτηση με ευρετήριο: $\lceil \log 15 \rceil + 3 = 7$ blocks

Ευρετήρια: Επανάληψη

- Το αρχείο ευρετηρίου καταλαμβάνει μικρότερο χώρο από το ίδιο το αρχείο δεδομένων (οι καταχωρήσεις είναι μικρότερες και λιγότερες)
- Κάνοντας **δυναμική αναζήτηση** στο ευρετήριο (γιατί το ευρετήριο είναι διατεταγμένο αρχείο!) βρίσκουμε τον δείκτη στο block όπου αποθηκεύεται η εγγραφή που θέλουμε

Δευτερεύον Ευρετήριο

Δευτερεύον ευρετήριο (secondary index): ορισμένο σε πεδία διαφορετικά του κλειδιού διάταξης

Δευτερεύον Ευρετήριο

Περίπτωση 1: Το πεδίο ευρετηριοποίησης είναι **κλειδί** (καλείται και δευτερεύον κλειδί)

Υπάρχει μια εγγραφή για κάθε εγγραφή του αρχείου που περιέχει:

- την τιμή του δευτερεύοντος κλειδιού για αυτήν την εγγραφή
- ένα δείκτη προς το block (ή την εγγραφή) του αρχείου δεδομένων που περιέχει την εγγραφή με την τιμή αυτή

Δευτερεύον Ευρετήριο

Παράδειγμα: Έστω αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος $V = 9$ bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης,. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 442 blocks

45 για πρωτεύον

Δευτερεύον Ευρετήριο

• Αναζήτηση

Διαδική αναζήτηση στο δευτερεύον ευρετήριο
Ανάγνωση του block από το αρχείο δεδομένων

Δευτερεύον Ευρετήριο

Παράδειγμα: Έστω αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος $V = 9$ bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks - Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 442 blocks

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο: $3.000/2 = 1500$ blocks

Αναζήτηση με ευρετήριο: $\lceil \log 442 \rceil + 1 = 10$ blocks

Για πρωτεύον ήταν
45 και 7 blocks
αντίστοιχα

Δευτερεύον Ευρετήριο

Περίπτωση 2: Το πεδίο ευρετηριοποίησης **δεν είναι κλειδί**

1. Πυκνό ευρετήριο: μία καταχώρηση για κάθε εγγραφή
2. Μεταβλητού μήκους εγγραφές με ένα επαναλαμβανόμενο πεδίο για το δείκτη
3. Μία εγγραφή ευρετηρίου για κάθε τιμή του πεδίου ευρετηριοποίησης + ένα ενδιάμεσο επίπεδο για την διαχείριση των πολλαπλών δεικτών

• Αναζήτηση

Διαδική αναζήτηση στο δευτερεύον ευρετήριο

Ανάγνωση του block (ή των blocks) από το ενδιάμεσο επίπεδο

Ανάγνωση των blocks (συνήθως τόσα όσες οι εγγραφές που ταιριάζουν) από το αρχείο δεδομένων

• Εισαγωγή

Πολύ απλή αν δεν αφορά εισαγωγή νέας τιμής στο ευρετήριο

- Εύκολη η λογική διάταξη των εγγραφών με βάση το πεδίο ευρετηριοποίησης
- Ανακτήσεις με σύνθετες συνθήκες

Δευτερεύον Ευρετήριο

- Το ευρετήριο αρχείου είναι ένα *διατεταγμένο* αρχείο με σταθερού μήκους εγγραφές
- Το δευτερεύον ευρετήριο είναι ένα *πυκνό* ευρετήριο
- Το *μέγεθος* του δευτερεύοντος ευρετηρίου είναι μικρότερο από του αρχείου δεδομένων (αν και μεγαλύτερο από το πρωτεύον).

Ευρετήρια: Επανάληψη

Τα ευρετήρια (ενός επιπέδου) χωρίζονται σε:

- **Πρωτεύον Ευρετήριο:** ορίζεται σε ένα αρχείο που είναι **διατεταγμένο στο (κύριο) κλειδί**. Περιλαμβάνει μια καταχώρηση για κάθε block. Η καταχώρηση έχει την τιμή του κλειδιού της πρώτης εγγραφής στο block. (συχνά ονομάζεται, μη-πυκνό ευρετήριο --- sparse index ή non-dense index)
- **Ευρετήριο Συστάδων (Clustering Index):** ορίζεται σε ένα αρχείο που είναι **διατεταγμένο σε γνώρισμα που δεν είναι κλειδί**. Περιλαμβάνει μια καταχώρηση για κάθε ξεχωριστή τιμή του γνωρίσματος. Η καταχώρηση "δείχνει" το πρώτο block που περιέχει εγγραφές με αυτή την τιμή γνωρίσματος

- **Δευτερεύον Ευρετήριο (Secondary Index):** ορίζεται σε ένα αρχείο που είναι **μη - διατεταγμένο** στο γνώρισμα. Περιλαμβάνει μια καταχώρηση για κάθε Εγγραφή (συχνά ονομάζεται, πυκνό ευρετήριο -dense index)

Είδη Ευρετηρίων

- **Πυκνό Ευρετήριο** μια καταχώρηση για κάθε εγγραφή του δίσκου
- **Μη Πυκνό Ευρετήριο**
- **Ευρετήριο συστάδων (clustered index)** στο πεδίο διάταξης το οποίο όμως *δεν είναι κλειδί* - γενικότερα, όταν η διάταξη των καταχωρήσεων στο ευρετήριο ακολουθεί τη διάταξη των εγγραφών στο αρχείο
- **Ευρετήριο χωρίς συστάδες (unclustered index)**
- **Πρωτεύον**
- **Δευτερεύον (πλήρως αντεστραμμένο ευρετήριο)**

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Ιδέα:

Τα ευρετήρια είναι αρχεία - χτίζουμε ευρετήρια πάνω στα αρχεία ευρετηρίου

- Έστω ότι το αρχείο ευρετηρίου είναι το *πρώτο ή βασικό επίπεδο*
- Έστω ότι ο παράγοντας ομαδοποίησης είναι f_0 και ότι έχει r_1 blocks
- Το αρχείο είναι **διατεταγμένο** και το πεδίο διάταξης είναι και κλειδί (άρα πρωτεύον ευρετήριο!)

Υπενθύμιση (παράγοντας ομαδοποίησης: αριθμός εγγραφών ανά block

Παράγοντας ομαδοποίησης (blocking factor), όταν $B \geq R$

$bfr = \lfloor (B / R) \rfloor$, όπου B μέγεθος block σε byte και R μέγεθος εγγραφής σε bytes

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

- Έστω ότι το αρχείο ευρετηρίου είναι το *πρώτο ή βασικό επίπεδο*
- Έστω ότι ο παράγοντας ομαδοποίησης είναι f_0 και ότι έχει r_1 blocks
- Το αρχείο είναι διατεταγμένο και το πεδίο διάταξης είναι και κλειδί
- Δημιουργούμε ένα πρωτεύον ευρετήριο για το ευρετήριο πρώτου επιπέδου - **δεύτερο** επίπεδο

Παράγοντας ομαδοποίησης: f_0 Αριθμός block $\lceil (r_1/f_0) \rceil$

- Δημιουργούμε ένα πρωτεύον ευρετήριο για το ευρετήριο δεύτερου επιπέδου - **τρίτο** επίπεδο

Παράγοντας ομαδοποίησης: f_0 Αριθμός block $\lceil (r_1/(f_0)^2) \rceil$

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

- Μέχρι πόσα επίπεδα:

Μέχρι όλες οι εγγραφές του ευρετηρίου να χωρούν σε ένα block

Έστω t κορυφαίο επίπεδο (top level) $\lceil (r_1 / (f_0))^t \rceil = 1$

- Το f_0 ονομάζεται και *παράγοντας διακλάδωσης* του ευρετηρίου

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Παράδειγμα: Έστω αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος $V = 9$ bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης,. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

$$f_0 = \lfloor (1024 / (9 + 6)) \rfloor = 68$$

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *πρώτου* επιπέδου: 442 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *δευτέρου* επιπέδου: $\lceil (442 / 68) \rceil = 7$ blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *τρίτου* επιπέδου: $\lceil (7 / 68) \rceil = 1$ block

Άρα $t = 3$

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

• Αναζήτηση

p := διεύθυνση του block του κορυφαίου επιπέδου του ευρετηρίου

t := αριθμός επιπέδων του ευρετηρίου

for $j = t$ to 1 step -1 do

 read block με διεύθυνση p του ευρετηρίου στο επίπεδο j

 αναζήτηση στο block p της εγγραφής i με τιμή $K_j(i) \leq K < K_j(i+1)$

read το block του αρχείου δεδομένων με διεύθυνση p

Αναζήτηση στο block p της εγγραφής i με τιμή $K_j(i) \leq K < K_j(i+1)$

Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Παράδειγμα: Έστω αρχείο με $r = 30.000$ εγγραφές, μέγεθος block $B = 1024$ bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους $R = 100$ bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος $V = 9$ bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block $P = 6$ bytes

Άρα $t = 3$

Παράδειγμα

$t + 1 = 4$ προσπελάσεις

Για το δευτερεύον ήταν 10 και χωρίς ευρετήριο 1500

- Εισαγωγή/διαγραφή

τροποποιήσεις πολλαπλών ευρετηρίων

Δυναμικό πολυεπίπεδο ευρετήριο: B-δέντρα και B+-δέντρα

Τα πολυεπίπεδα ευρετήρια μπορεί να θεωρηθούν ως δέντρα αναζήτησης

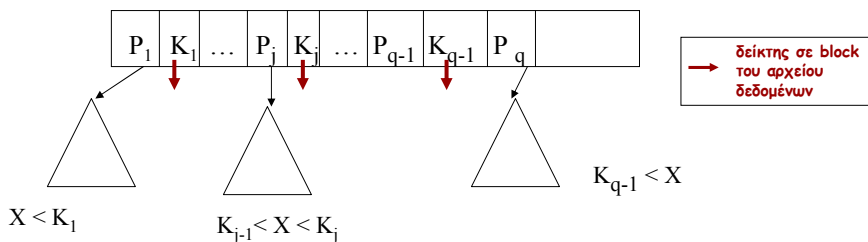
Κάθε κόμβος (block) έχει f_0 δείκτες και f_0 τιμές κλειδιού

Ευρετήρια: Ανακεφαλαίωση

- Τα αρχεία ευρετηρίων είναι απλά αρχεία, άρα και σε αυτά μπορούν να οριστούν ευρετήρια
- Καταλήγουμε λοιπόν σε μια ιεραρχία δομών ευρετηρίων (πρώτο επίπεδο, δεύτερο επίπεδο, κλπ.)
- Κάθε επίπεδο του ευρετηρίου είναι ένα διατεταγμένο αρχείο, συνεπώς, εισαγωγές / διαγραφές εγγραφών απαιτούν επιπλέον δουλειά
- Ένα πολύ-επίπεδο ευρετήριο αποτελεί ένα Δέντρο Αναζήτησης

Δέντρα Αναζήτησης

Ένα **δέντρο αναζήτησης** (search tree) τάξεως p είναι ένα δέντρο τέτοιο ώστε κάθε κόμβος του περιέχει το πολύ $p - 1$ τιμές αναζήτησης και p δείκτες ως εξής



Υποθέτουμε ότι οι τιμές αναζήτησης είναι μοναδικές

$K_1 < K_2 < \dots < K_{q-1}$ και για όλες τις τιμές X στα υποδέντρα ισχύει $K_{j-1} < X < K_j$ για $1 < j < q$, $X < K_j$ για $j=1$, και $K_{q-1} < X$ για $i=q$

Δέντρα Αναζήτησης

Για άμεση πρόσβαση σε εγγραφές αρχείου διατεταγμένου στο κλειδί

Κάθε κόμβος του δέντρου είναι ένα block στο δίσκο.

Ισοζυγισμένο: όλοι οι κόμβοι-φύλλα στο ίδιο επίπεδο

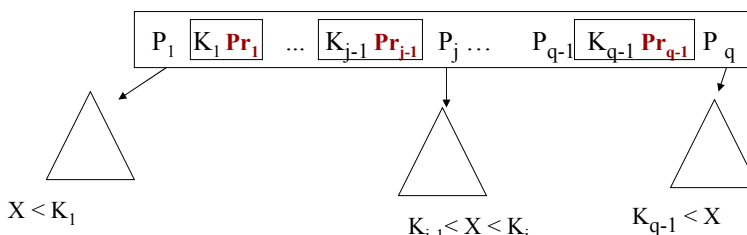
B-δέντρο: ένα δέντρο αναζήτησης που παραμένει ισοζυγισμένο

B-δέντρα

Ένα B-δέντρο τάξεως (order) p ορίζεται ως εξής:

1. Κάθε εσωτερικός κόμβος είναι της μορφής

$\langle P_1, \langle K_1, Pr_1 \rangle, P_2, \langle K_2, Pr_2 \rangle, \dots, \langle K_{q-1}, Pr_{q-1} \rangle, P_q \rangle$, $q < p$, όπου P_i δείκτης δέντρου, K_i τιμή αναζήτησης, Pr_i δείκτης δεδομένων



2. Σε κάθε κόμβο $K_1 < K_2 < \dots < K_{q-1}$

3. Για όλες τις τιμές X στο υποδέντρο που δείχνει το P_j ισχύει $K_{j-1} < X < K_j$ για $1 < j < q$, $X < K_j$ για $j=1$, και $K_{j-1} < X$ για $i=q$

4. Κάθε κόμβος έχει το πολύ p δείκτες δέντρου
5. Κάθε κόμβος εκτός της ρίζα και των φύλλων έχει τουλάχιστον $\lceil (p/2) \rceil$. Η ρίζα έχει τουλάχιστον 2 εκτός αν είναι ο μόνος κόμβος του δέντρου.
6. Ένας κόμβος με q δείκτες δέντρου περιέχει $q - 1$ τιμές πεδίου αναζήτησης (και άρα και $q - 1$ δείκτες δεδομένων)
7. Όλα τα φύλλα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Τα φύλλα έχουν την ίδια δομή εκτός του ότι οι δείκτες δέντρου είναι null.

- Τάξη p ώστε κάθε κόμβος να χωρά σε ένα block

Έστω B μέγεθος block, V μέγεθος πεδίου αναζήτησης, Pr μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και P μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$$p * P + (p - 1) * (Pr + V) \leq B$$

$$p * (P + Pr + V) \leq B + V + Pr$$

$$p \leq (B + V + Pr) / (P + Pr + V)$$

Παράδειγμα, $V = 9$ bytes, $B = 512$, $Pr = 7$ bytes, $P = 6$ bytes,
τότε $p = 23$

B-δέντρα

• Υπολογισμός επιπέδων

Παράδειγμα, $V = 9$ bytes, $B = 512$, $P_r = 7$ bytes, $P = 6$ bytes, τότε $p = 23$. έστω ότι κάθε κόμβος είναι γεμάτος κατά 69% και έστω ότι το αρχείο δεδομένων έχει 65.000 εγγραφές

Ρίζα	1 κόμβος	15 ($23 \cdot 0,69$) καταχωρήσεις	16 δείκτες
Επίπεδο 1:	16 κόμβοι	240 ($16 \cdot 15$) καταχωρήσεις	256 δείκτες
Επίπεδο 2:	256 κόμβοι	3.840 ($256 \cdot 15$) καταχωρήσεις	4.096 δείκτες
Επίπεδο 3:	4.096 κόμβοι	61.440	

Σύνολο: $61.440 + 3.840 + 240 + 15$

B⁺-δέντρα

Διαφορά από B-δέντρο: Αποθηκεύουμε δείκτες δεδομένων μόνο στα φύλλα

Δύο τύποι κόμβων:

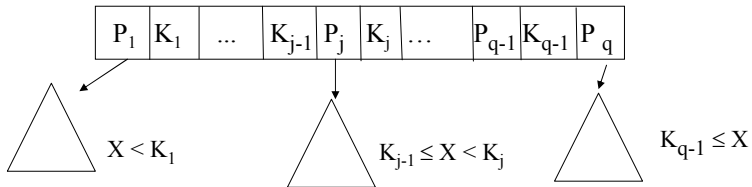
- εσωτερικοί κόμβοι
- φύλλα

Κάποιες τιμές του πεδίου αναζήτησης μπορεί να εμφανίζονται παραπάνω από μια φορά

Ένα B⁺-δέντρο τάξεως (order) p ορίζεται ως εξής:

1. Κάθε εσωτερικός κόμβος είναι της μορφής

$\langle P_1, K_1, P_2, K_2, \dots, K_{q-1}, P_{q-1}, P_q \rangle$ $q \leq p$, όπου P_i δείκτης δέντρου, K_i τιμή αναζήτησης



2. Σε κάθε εσωτερικό κόμβο $K_1 < K_2 < \dots < K_{q-1}$

3. Για όλες τις τιμές X στο υποδέντρο που δείχνει το P_j ισχύει $K \leq X < K_j$ για $1 < j < q$, $X < K_j$ για $j = 1$, και $K_{j-1} \leq X$ για $i = q$

4. Κάθε εσωτερικός κόμβος έχει το πολύ p δείκτες δέντρου

5. Κάθε εσωτερικός κόμβος εκτός της ρίζα έχει τουλάχιστον $\lceil (p/2) \rceil$. Η ρίζα έχει τουλάχιστον 2 εκτός αν είναι ο μόνος κόμβος του δέντρου.

6. Ένας κόμβος με q δείκτες δέντρου περιέχει $q - 1$ τιμές πεδίου αναζήτησης

1. Κάθε **κόμβος-φύλλο** είναι της μορφής

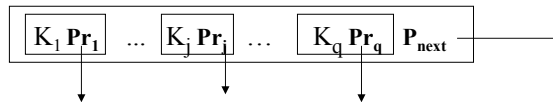
$\langle \langle K_1, Pr_1 \rangle, \langle K_2, Pr_2 \rangle, \dots, \langle K_q, Pr_q \rangle, P_{next} \rangle$, $q \leq p_{leaf}$, όπου

p_{leaf} είναι η τάξη των κόμβων-φύλλων

K_i τιμή αναζήτησης,

Pr_i δείκτης δεδομένων που δείχνει στο block (ή στην εγγραφή) με τιμή στο πεδίο αναζήτησης K_i (ή σε ένα block ενδιάμεσου επιπέδου αν το πεδίο αναζήτησης δεν είναι κλειδί),

P_{next} δείχνει στο επόμενο φύλλο και χρησιμοποιείται για τη γρήγορη ανάγνωση του αρχείου σε διάταξη



2. Σε κάθε κόμβο-φύλλο $K_1 < K_2 < \dots < K_q$

3. Κάθε κόμβος-φύλλο έχει το **πολύ** p_{leaf} τιμές

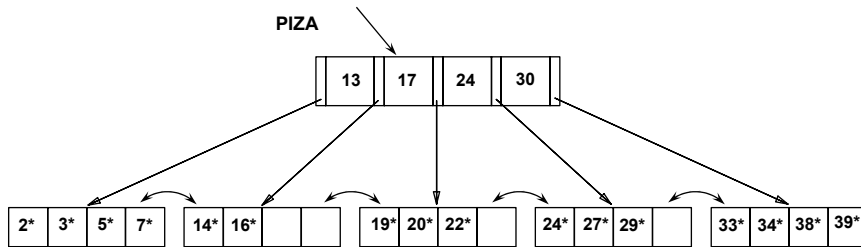
4. Κάθε κόμβος-φύλλο έχει **τουλάχιστον** $\lceil p_{leaf}/2 \rceil$ τιμές.

5. Όλοι οι κόμβοι-φύλλα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

B⁺-δέντρα

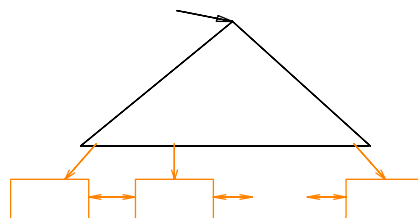
Η αναζήτηση ξεκινά από τη ρίζα, και οι συγκρίσεις των κλειδιών μας οδηγούν στα φύλλα

Αναζήτηση για τα 5*, 15*, όλες οι καταχωρήσεις $\geq 24^*$...



B⁺-δέντρα

- Εισαγωγή / Διαγραφή με κόστος $\log_F N$ --- κρατούν το δέντρο σε ισορροπημένη μορφή. (F = εξάπλωση, N = αριθμός των φύλλων)
- Ελάχιστη πληρότητα 50% (εκτός της ρίζας).
- Εξαιρετική δομή ΚΑΙ για ερωτήσεις ισότητας ΚΑΙ για ερωτήσεις διαστήματος (range queries).
- Το αρχείο δεδομένων ταξινομημένο ή όχι



Καταχωρήσεις Ευρετηρίου
(Άμεση Αναζήτηση)

Καταχωρήσεις Δεδομένων
(«Σύνολο ακολουθίας»)

- Τάξη p ώστε κάθε εσωτερικός-κόμβος να χωρά σε ένα block

Έστω B μέγεθος block, V μέγεθος πεδίου αναζήτησης, P_r μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και P μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$$p * P + (p - 1) * V \leq B$$

$$p * (P + V) \leq B + V$$

$$p \leq (B + V) / (P + V)$$

Παράδειγμα, $V = 9$ bytes, $B = 512$, $P_r = 7$ bytes, $P = 6$ bytes, τότε $p = 34$

Για B-δέντρο, $p = 23$

- Τάξη p_{leaf} ώστε κάθε φύλλο να χωρά σε ένα block

Έστω B μέγεθος block, V μέγεθος πεδίου αναζήτησης, P_r μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και P μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$$p_{leaf} * (P_r + V) + P \leq B$$

$$p_{leaf} * (P_r + V) \leq B - P$$

$$p_{leaf} \leq (B - P) / (P_r + V)$$

Παράδειγμα, $V = 9$ bytes, $B = 512$, $P_r = 7$ bytes, $P = 6$ bytes, τότε $p_{leaf} = 31$

Υπολογισμός επιπέδων

Παράδειγμα, $V = 9$ bytes, $B = 512$, $P_r = 7$ bytes, $P = 6$ bytes, τότε $p = 34$. Έστω ότι κάθε κόμβος είναι γεμάτος κατά 69% και έστω ότι το αρχείο δεδομένων έχει 65.000 εγγραφές

Ρίζα	1 κόμβος	22 ($34 \cdot 0,69$) καταχωρήσεις	23 δείκτες
Επίπεδο 1:	23 κόμβοι	506 ($23 \cdot 22$) καταχωρήσεις	529 δείκτες
Επίπεδο 2:	529 κόμβοι	11.638 ($529 \cdot 22$) καταχωρήσεις	12.167 δείκτες
Επίπεδο φύλλων:	12.167 κόμβοι	255.507 ($12.167 \cdot 31 \cdot 0,69$) καταχωρήσεις	12.167 δείκτες

Σε 3 επίπεδα **255.507** εγγραφές έναντι 65.535 για B-δέντρο

Σημείωση: εγγραφές μόνο στα φύλλα

Τυπική Τάξη: 100. Τυπικός Παράγων Πληρότητας: 67%.

Μέση τιμή εξάπλωσης (fan out) = 133

Τυπικές Δυνατότητες:

Ύψος 4: $133^4 = 312,900,700$ εγγραφές

Ύψος 3: $133^3 = 2,352,637$ εγγραφές

Δύναται να κρατά τα υψηλότερα επίπεδα στον buffer :

Επίπεδο 1 = 1 block = 8 Kbytes

Επίπεδο 2 = 133 blocks = 1 Mbyte

Επίπεδο 3 = 17,689 blocks = 133 Mbytes

Αναζήτηση (αναδρομική εκδοχή)

```
nodepointer find(keyvalue K):  
    return tree_search(root, K);  
end;
```

```
Nodepointer tree_search(nodepointer P, keyvalue K)  
    if P is a leaf return(P);  
    else  
        if  $K < K_1$   
            tree_search( $P_1$ , K)  
        else  
            find i such that  $K_i \leq K < K_{i+1}$   
            return tree_search( $P_i$ , K)  
    end
```

Εισαγωγή

1. Αναζήτηση του φύλλου για εισαγωγή: έστω φύλλο P
2. Εισαγωγή τιμής K στο κόμβο P
Αν ο κόμβος-φύλλο δεν είναι γεμάτος
εισαγωγή της τιμής

Αν ο κόμβος-φύλλο είναι γεμάτος (έχει p_{leaf} εγγραφές)

διάσπαση του κόμβου:

- οι πρώτες $k = \lfloor ((p_{leaf} + 1)/2) \rfloor$ παραμένουν στον κόμβο
- οι υπόλοιπες σε καινούργιο κόμβο
- εισαγωγή (αντιγραφή) της k-οστής τιμής (K_k) στον πατέρα

B⁺-δέντρα: Εισαγωγή

Αν ο εσωτερικός κόμβος είναι γεμάτος (έχει p εγγραφές)

διάσπαση του κόμβου: έστω $k = \lfloor (p+1)/2 \rfloor$

- οι εγγραφές μέχρι το P_k (μετά την εισαγωγή) παραμένουν στον κόμβο
- η k -οστή K_k τιμή **μεταφέρεται (δεν αντιγράφεται)** στον πατέρα
- οι υπόλοιπες σε καινούργιο κόμβο

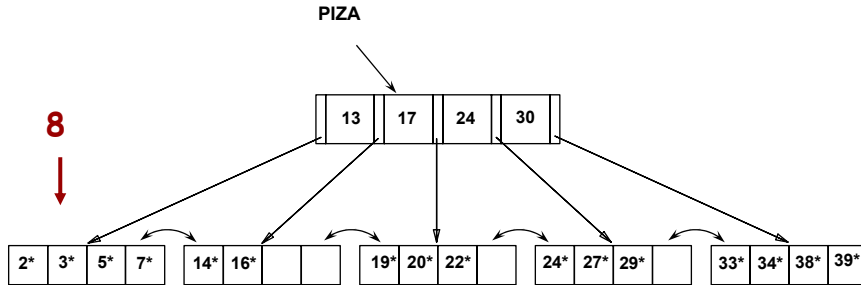
B⁺-δέντρα: Εισαγωγή

Οι διασπάσεις κόμβων "μεγαλώνουν" το δέντρο

Η διάσπαση της ρίζας "υψώνει" το δέντρο

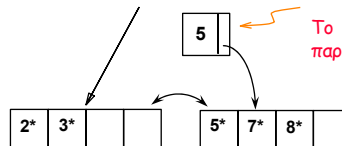
B⁺-δέντρα: Εισαγωγή

Εισαγωγή της καταχώρησης 8*



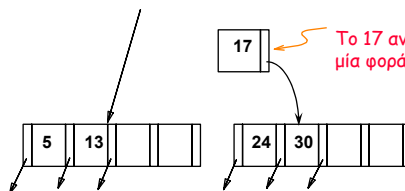
B⁺-δέντρα: Εισαγωγή

Καταχώρηση στον πατέρα κόμβο.



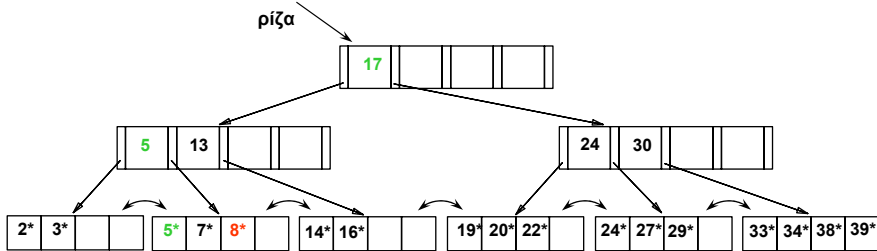
Το 5 ανεβαίνει επάνω, αλλά παραμένει και στο φύλλο

Καταχώρηση στον πατέρα κόμβο



Το 17 ανεβαίνει επάνω και παρουσιάζεται μόνο μία φορά στο ευρετήριο (σε αντίθεση με φύλλα)

B⁺-δέντρα: Εισαγωγή



Η ρίζα διασπάστηκε οδηγώντας σε αύξηση του ύψους.

B⁺-δέντρα

Όλες οι τιμές εμφανίζονται στα φύλλα και κάποιες επαναλαμβάνονται και σε εσωτερικούς κόμβους (η τιμή K σε ένα εσωτερικό κόμβο εμφανίζεται επίσης ως η δεξιότερη τιμή στο φύλλο του υποδέντρου με ρίζα το δείκτη στα αριστερά του K)

Διαγραφή

1. Αναζήτηση του φύλλου που περιέχει το K: έστω φύλλο P

2. Αν υποχείλιση

αν είναι δυνατόν ανακατανομή με τον αριστερό αδελφό ($> \lceil (n/2) \rceil$)

αν όχι, προσπάθεια ανακατανομής με το δεξιό αδελφό

αν όχι, συγχώνευση και των τριών κόμβων σε δύο κόμβους

2. Αν υποχείλιση

αν είναι δυνατόν ανακατανομή με τον αριστερό αδελφό ($> \lceil (n/2) \rceil$)

αν όχι, προσπάθεια ανακατανομής με το δεξιό αδελφό

ανακατανομή εγγραφών σε κάθε κόμβο

βρείτε την εγγραφή στον πατέρα του δεξιού κόμβου N

αντικατάσταση της τιμής κλειδιού στο γονέα τους με τη μικρότερη τιμή του κόμβου N

Αν δεν είναι δυνατή η ανακατανομή

συγχώνευση κόμβων

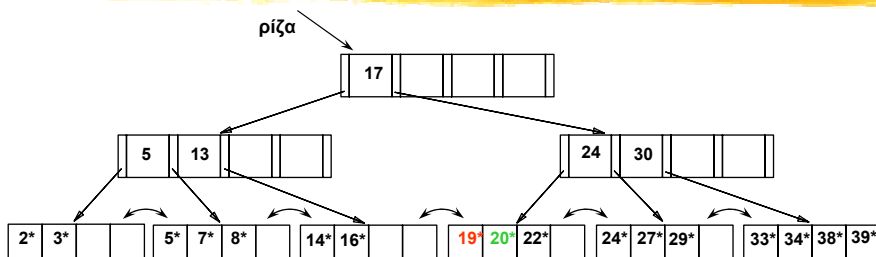
οδηγεί σε διαγραφή στο παραπάνω επίπεδο, σβήνεται η εγγραφή που δείχνει στον κόμβο (πιθανότητα νέας υπερχειλίσης)

B⁺-δέντρα: Διαγραφή

Στην περίπτωση συγχώνευσης, πρέπει να διαγραφεί η καταχώρηση (που δείχνει στο P ή τον αδελφό) από τον πατέρα του P.

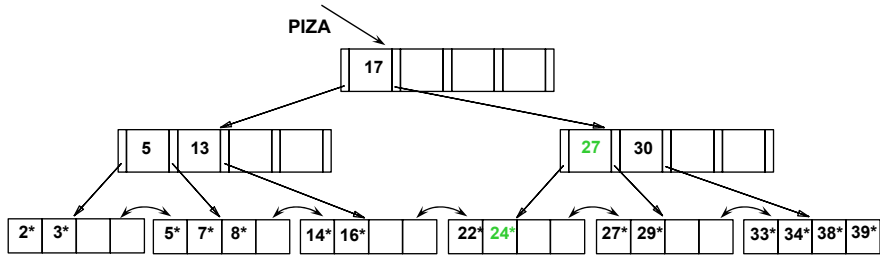
Η συγχώνευση μπορεί να φτάσει στη ρίζα, μειώνοντας το ύψος του δέντρου.

B⁺-δέντρα: Εισαγωγή



Η ρίζα διασπάστηκε οδηγώντας σε αύξηση του ύψους.

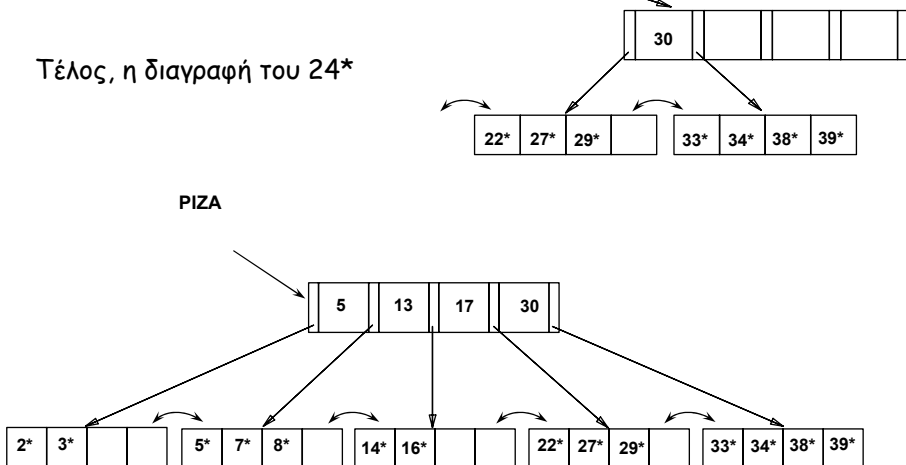
B⁺-δέντρα: Διαγραφή



Το παράδειγμα μετά τη διαγραφή του 19* και του 20* (ανακατανομή με δεξί αδελφό))

B⁺-δέντρα: Διαγραφή

Τέλος, η διαγραφή του 24*



Είδη Ευρετηρίων

- Ευρετήριο ενός επιπέδου ένα διατεταγμένο αρχείο με εγγραφές $\langle K(i), P(i) \rangle$
- Ευρετήριο πολλών επιπέδων
- Ευρετήρια δομής δέντρου
- Ευρετήρια κατακερματισμού

Εξωτερικός Κατακερματισμός

Κάδος: μια συστάδα από συνεχόμενα blocks του αρχείου

$$h(k) = i$$

Σχετική διεύθυνση του κάδου
(ποιος κάδος του αρχείου)

Τιμή του πεδίου
κατακερματισμού

π.χ., η εγγραφή με τιμή k στο πεδίο
κατακερματισμού βρίσκεται στον i -οστό
κάδο

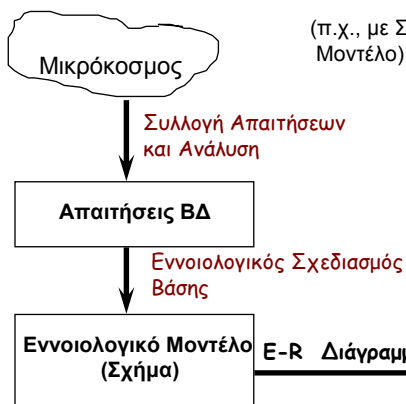
Ευρετήρια Κατακερματισμού (υπενθύμηση)

Ένας πίνακας που αποθηκεύεται στην επικεφαλίδα του αρχείου μετατρέπει τον αριθμό κάδου στην αντίστοιχη διεύθυνση block

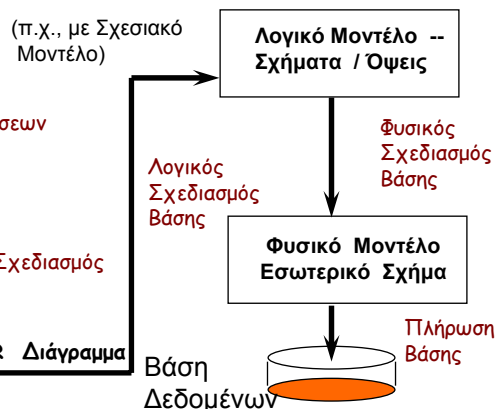
0	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο
1	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο
2	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο
...	...
M-1	διεύθυνση 1ου block του κάδου στο δίσκο

Φυσικός Σχεδιασμός

Ανεξάρτητα του DBMS



Εξαρτώμενο του επιλεγμένου DBMS



Φυσικός Σχεδιασμός

- Μετά τον ER σχεδιασμό και τον λογικό σχεδιασμό (σχεσιακό μοντέλο), έχουμε τα εννοιολογικό και λογικό (με τις όψεις) σχήματα για τη Βάση Δεδομένων.
- Το επόμενο βήμα είναι ο **Φυσικός Σχεδιασμός**, δηλαδή η επιλογή των δομών αποθήκευσης των σχέσεων, η επιλογή των ευρετηρίων, οι αποφάσεις για συστάδες - γενικά ότι είναι απαραίτητο για να επιτευχθούν οι προσδοκώμενες επιδόσεις χρήσης της ΒΔ.
- Η υλοποίηση μιας (φυσικής) Σχεσιακής Βάσης Δεδομένων περιλαμβάνει τη δημιουργία ΚΑΤΑΛΟΓΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ (directory system tables)

Κατάλογος Συστήματος

- Για κάθε σχέση (Relation):
 - Όνομα, Όνομα Αρχείου, Δομή Αρχείου (π.χ., Αρχείο Σωρού)
 - Όνομα Γνωρίσματος και Τύπος, για κάθε Γνώρισμα
 - Όνομα Ευρετηρίου, για κάθε Ευρετήριο
 - Περιορισμοί Ακεραιότητας
- Για κάθε Ευρετήριο:
 - Δομή (π.χ. Β+ δέντρο) και πεδία για αναζήτηση
- Για κάθε Όψη (view):
 - Όνομα Όψης και Ορισμός αυτής
- Επιπλέον, στατιστικά στοιχεία χρήσης, δικαιοδοσίες, μέγεθος ενδιάμεσης μνήμης, κλπ.

Οι κατάλογοι σε ένα σχεσιακό σύστημα αποθηκεύονται και οι ίδιοι σαν σχέσεις

Φυσικός Σχεδιασμός

Για να κάνουμε όσο το δυνατόν καλύτερο τον Φυσικό Σχεδιασμό πρέπει να :

Κατανοήσουμε το **Φόρτο Εργασίας (workload)**

Ποια είναι τα πιο σημαντικά queries και πόσο συχνά εμφανίζονται.

Ποια είναι τα πιο σημαντικά updates και πόσο συχνά εμφανίζονται.

Ποια είναι η επιθυμητή επίδοση για την εκτέλεση αυτών των queries και updates.

Φυσικός Σχεδιασμός

Για κάθε ερώτηση (query) το φόρτο εργασίας:

Σε ποιες σχέσεις έχει πρόσβαση?

Ποια γνωρίσματα ανακαλεί?

Ποια γνωρίσματα υπεισέρχονται στις συνθήκες για selection/join? Πόσο επιλεκτικές είναι αυτές οι συνθήκες?

Για κάθε ενημέρωση (insert / delete/ update) στο workload:

Ποια γνωρίσματα υπεισέρχονται στις συνθήκες για selection/join? Πόσο επιλεκτικές είναι αυτές οι συνθήκες?

Ο τύπος της ενημέρωσης (INSERT/DELETE/UPDATE), και τα γνωρίσματα που θα επηρεασθούν

Αποφάσεις που Απαιτούνται

Τι ευρετήρια πρέπει να δημιουργηθούν;

Ποιες σχέσεις πρέπει να έχουν ευρετήρια; Ποια γνωρίσματα χρησιμοποιούνται για αναζήτηση; Πρέπει να ορίσουμε πολλαπλά ευρετήρια;

Για κάθε ευρετήριο, τι είδους ευρετήριο πρέπει να είναι;

Συστάδες; Δέντρο / Κατακερματισμός; Δυναμικό / Στατικό; Πυκνό / Μη-πυκνό;

Χρειάζονται αλλαγές και στο εννοιολογικό / λογικό Σχήμα;

Διαφορετικό κανονικοποιημένο σχήμα;

Denormalization (μήπως χρειάζεται από-κανονικοποίηση?)

Όψεις, Επανάληψη Δεδομένων (replication) ...

Προσέγγιση: Θεώρησε τα πιο σημαντικά queries στη σειρά.

Θεώρησε την καλύτερη εκτέλεση (σχέδιο) με τα υπάρχοντα ευρετήρια, και δες αν υπάρχει ακόμη καλύτερη εκτέλεση με ένα επιπλέον ευρετήριο. Αν είναι έτσι, δημιούργησέ το

Πριν δημιουργήσουμε ένα ευρετήριο, πρέπει να συνυπολογίσουμε και την επίδρασή του σε ενημερώσεις του φορτίου εργασίας!

Η εξισορρόπηση είναι ότι ένα ευρετήριο κάνει τις ερωτήσεις ΠΙΟ ΓΡΗΓΟΡΕΣ και τις ενημερώσεις ΠΙΟ ΑΡΓΕΣ

Επιπλέον, απαιτεί και χώρο στον δίσκο