

---

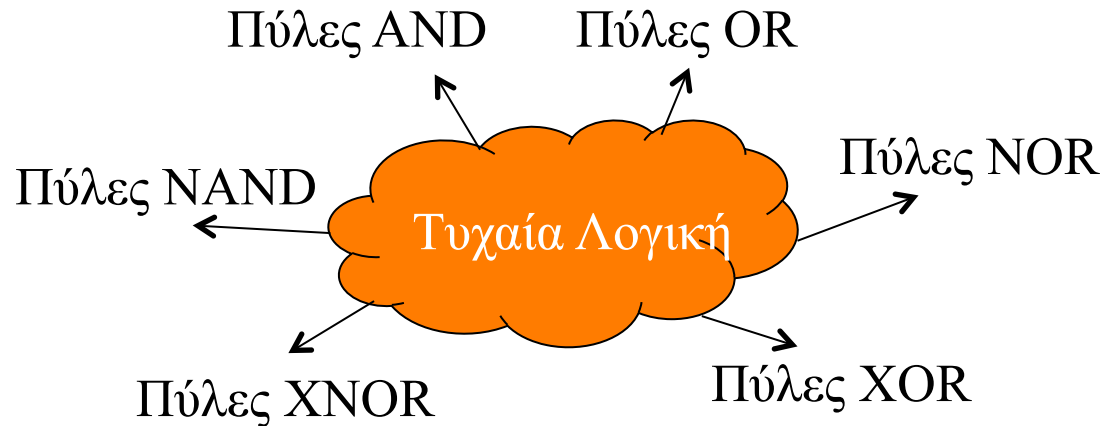
*2<sup>η</sup> Θεματική Ενότητα : Σύνθετα Συνδυαστικά  
Κυκλώματα*

Επιμέλεια διαφανειών:  
Χρ. Καβουσιανός

---

# Σύνθετα Συνδυαστικά Κυκλώματα

---



*Η ολοκληρωμένη  
σχεδίαση συνδυαστικών  
κυκλωμάτων απαιτεί  
τυχαία και σύνθετη  
λογική*



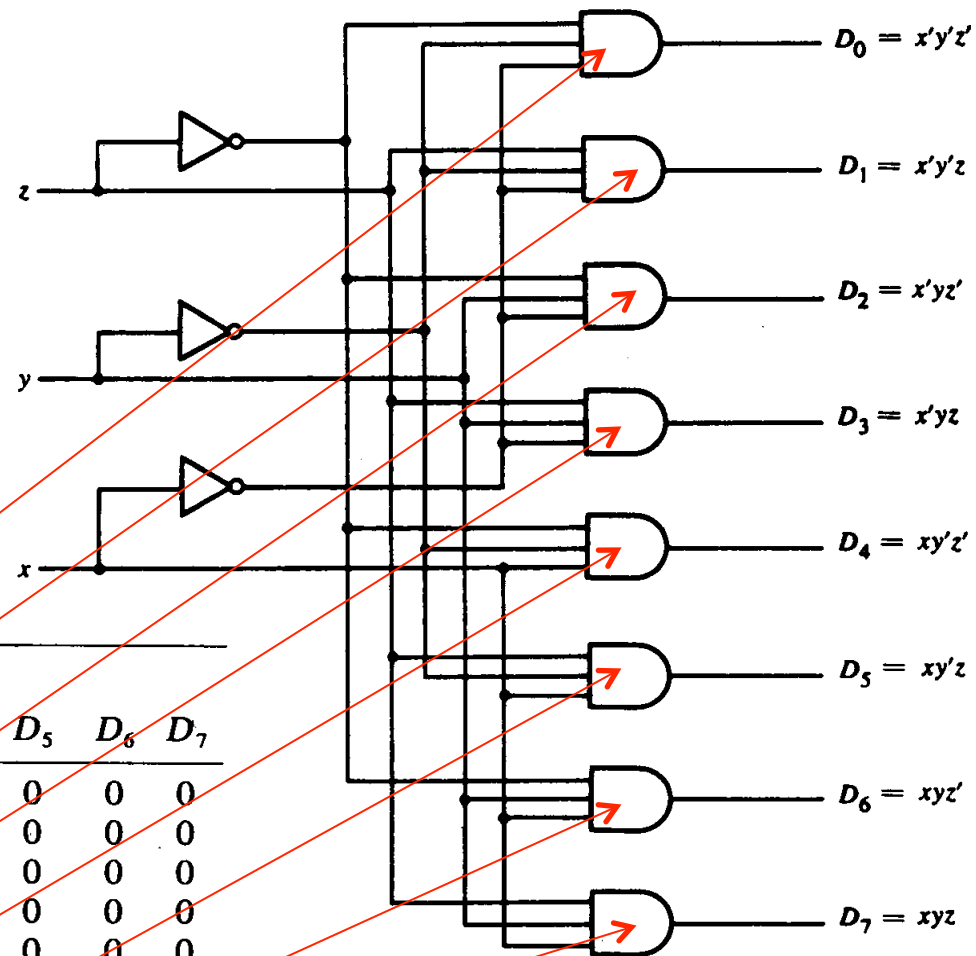
# Αποκωδικοποιητής (Decoder)

Αποκωδικοποιητής: κύκλωμα που μετατρέπει τη δυαδική πληροφορία των  $n$  γραμμών εισόδου σε έως  $2^n$  μοναδικές γραμμές εξόδου (ελαχιστόροι  $n$  μεταβλητών).

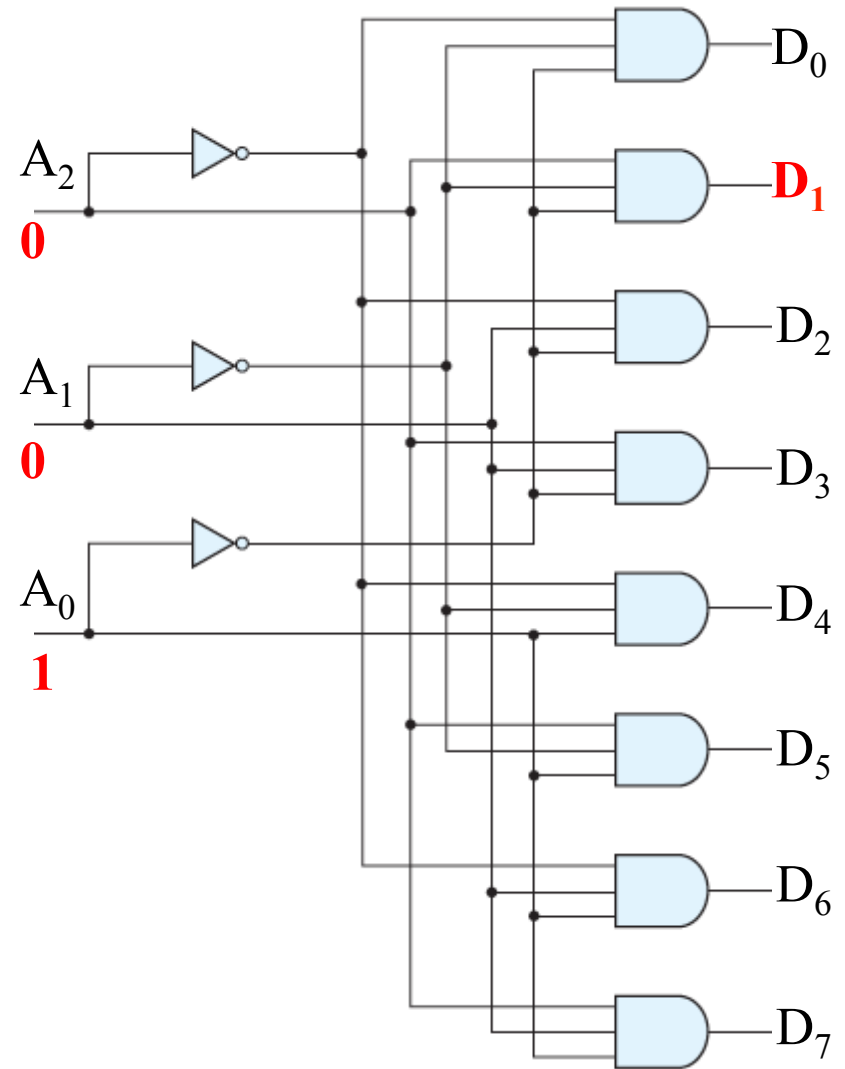
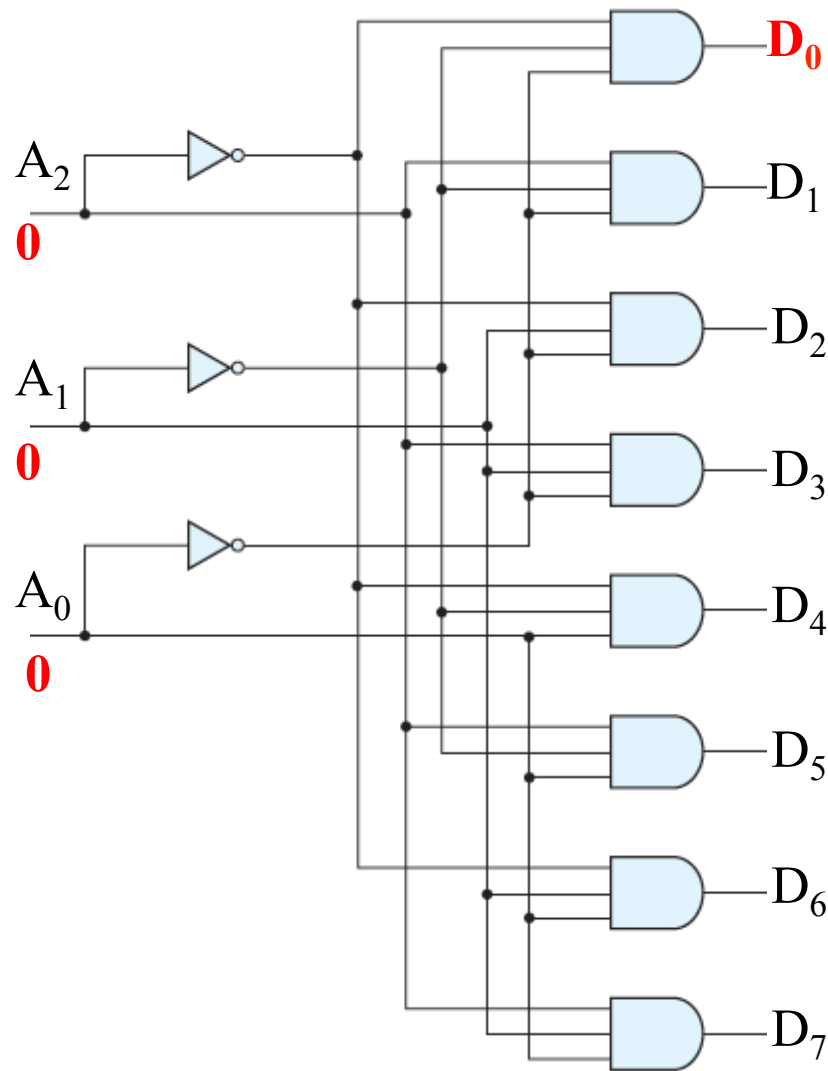
Παράδειγμα:

Αποκωδικοποιητής 3-σε-8

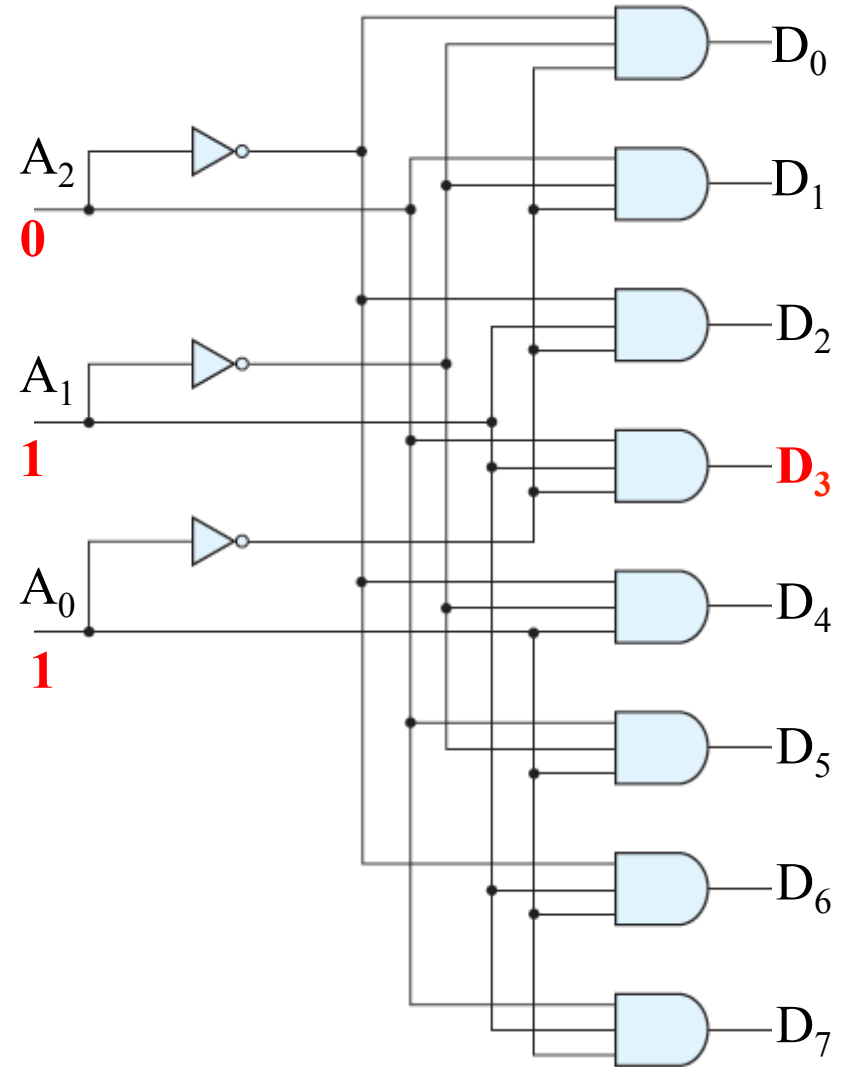
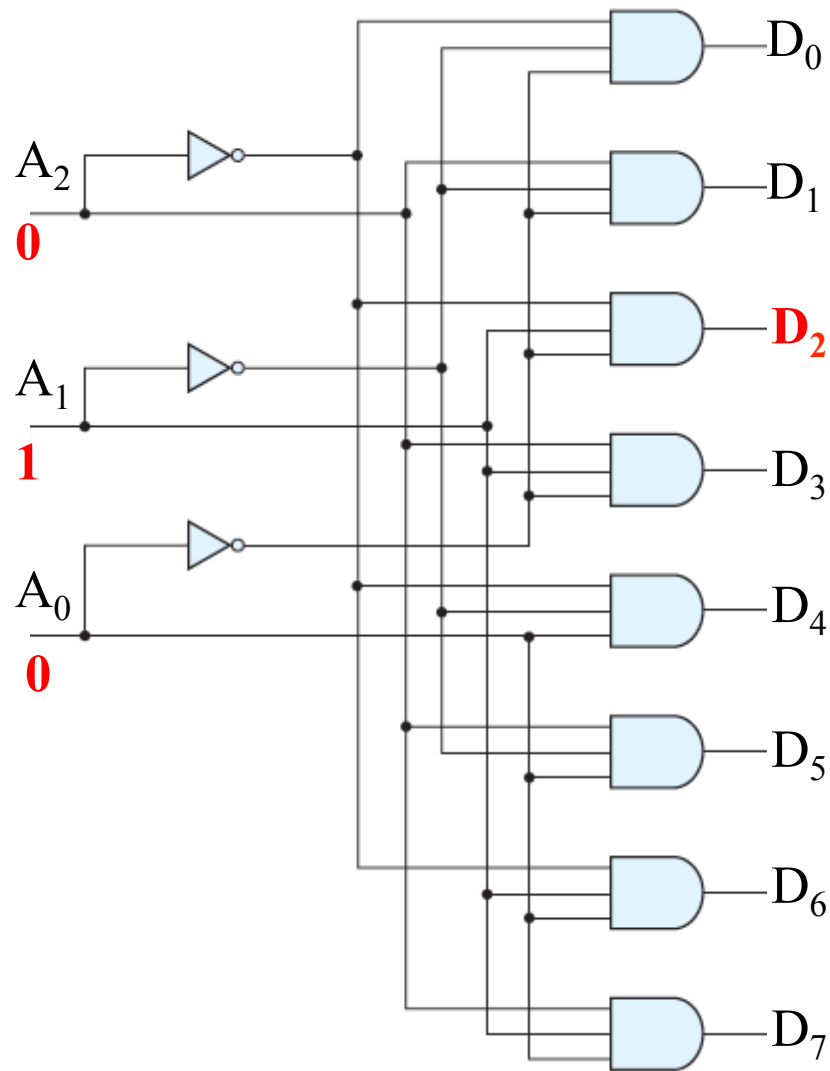
Είσοδοι			Έξοδοι							
$x$	$y$	$z$	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1



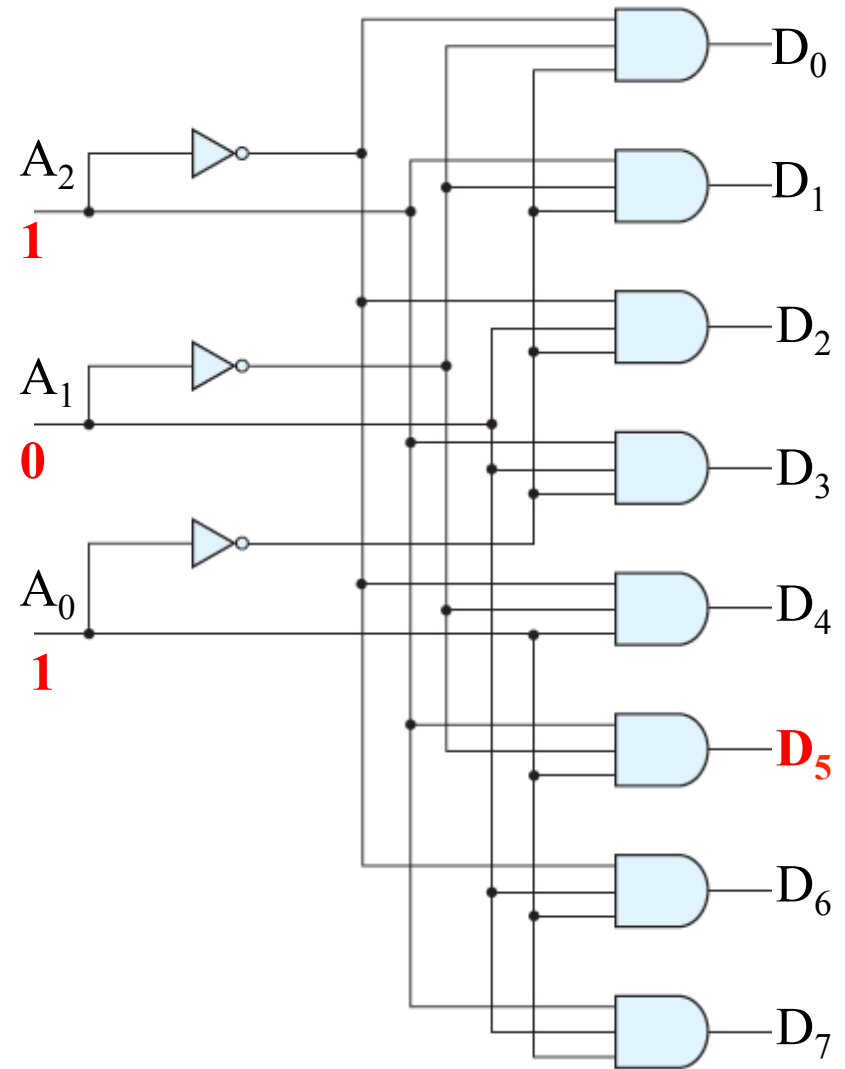
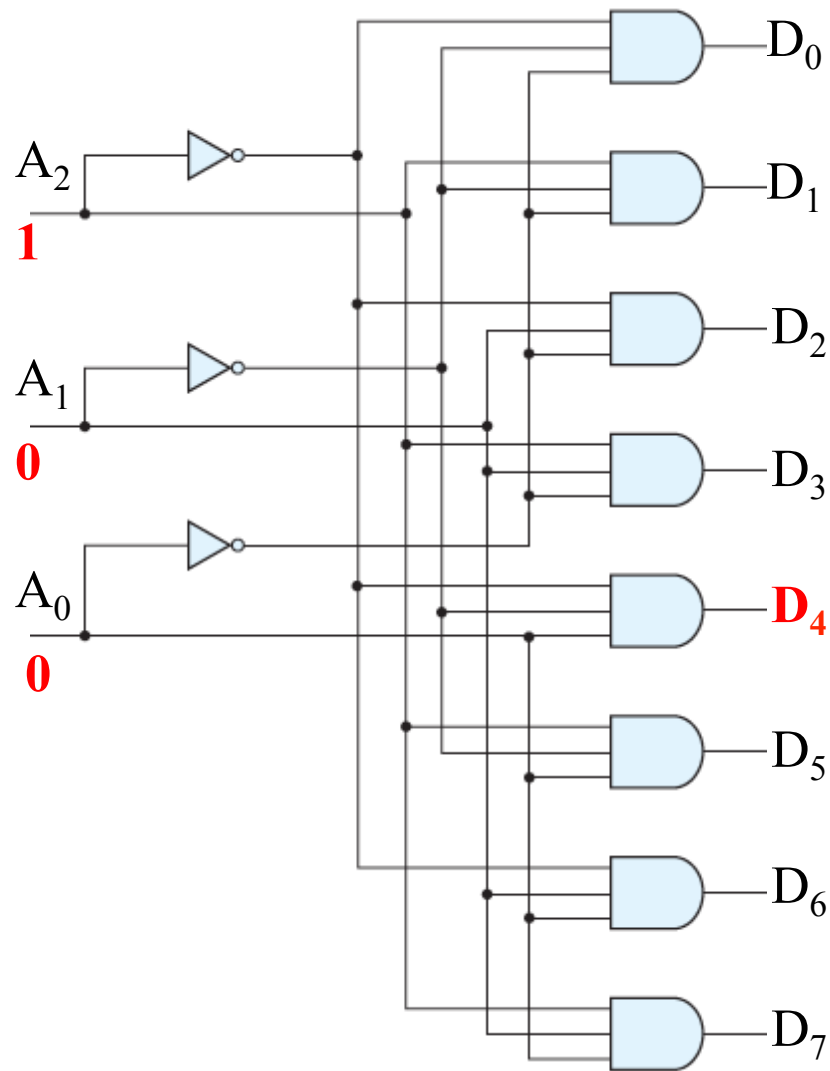
# Αποκωδικοποιητές



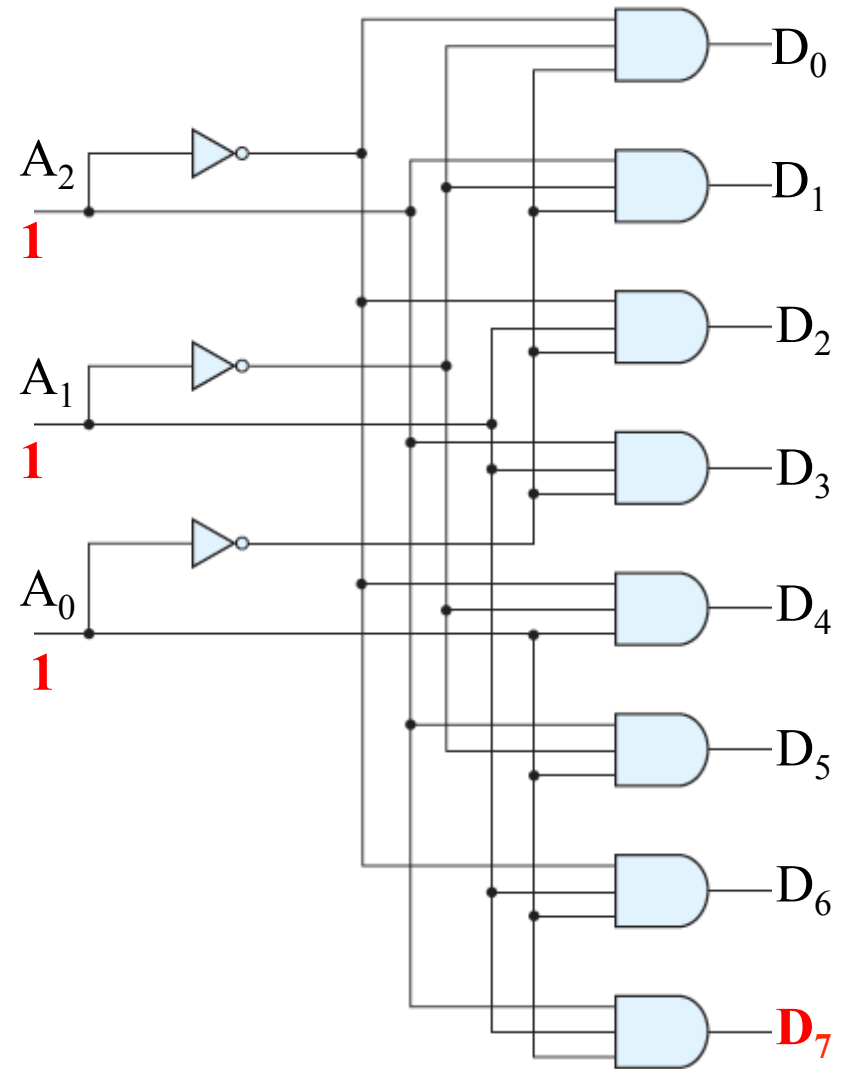
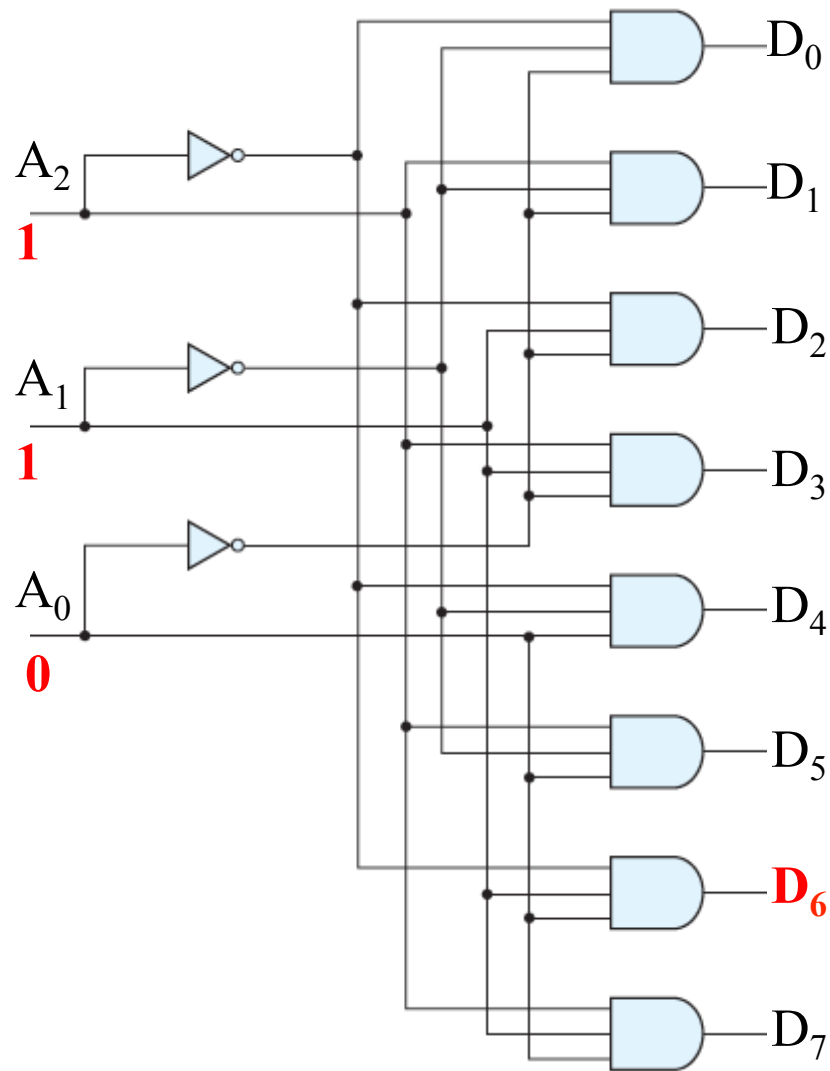
# Αποκωδικοποιητές



# Αποκωδικοποιητές



# Αποκωδικοποιητές



# Υλοποίηση Συνδυαστικής Λογικής

---

- Αφού ο αποκωδικοποιητής παράγει τους  $2^n$  ελαχιστόρους μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υλοποιήσει οποιαδήποτε συνάρτηση.
- Κάθε συνδυαστικό κύκλωμα με  $n$  εισόδους και  $m$  εξόδους μπορεί να υλοποιηθεί με έναν αποκωδικοποιητή  $n$ -σε- $2^n$  γραμμών και  $m$  πύλες Η.
- Εάν ο αριθμός των ελαχιστόρων μιας συνάρτησης είναι μεγαλύτερος από τους μισούς ( $2^n/2$ ), τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μία πύλη ΟΥΤΕ για να αθροίσουμε τους ελαχιστόρους της  $F'$ . Η έξοδος της πύλης ΟΥΤΕ δίνει τη συνάρτηση  $F$ .

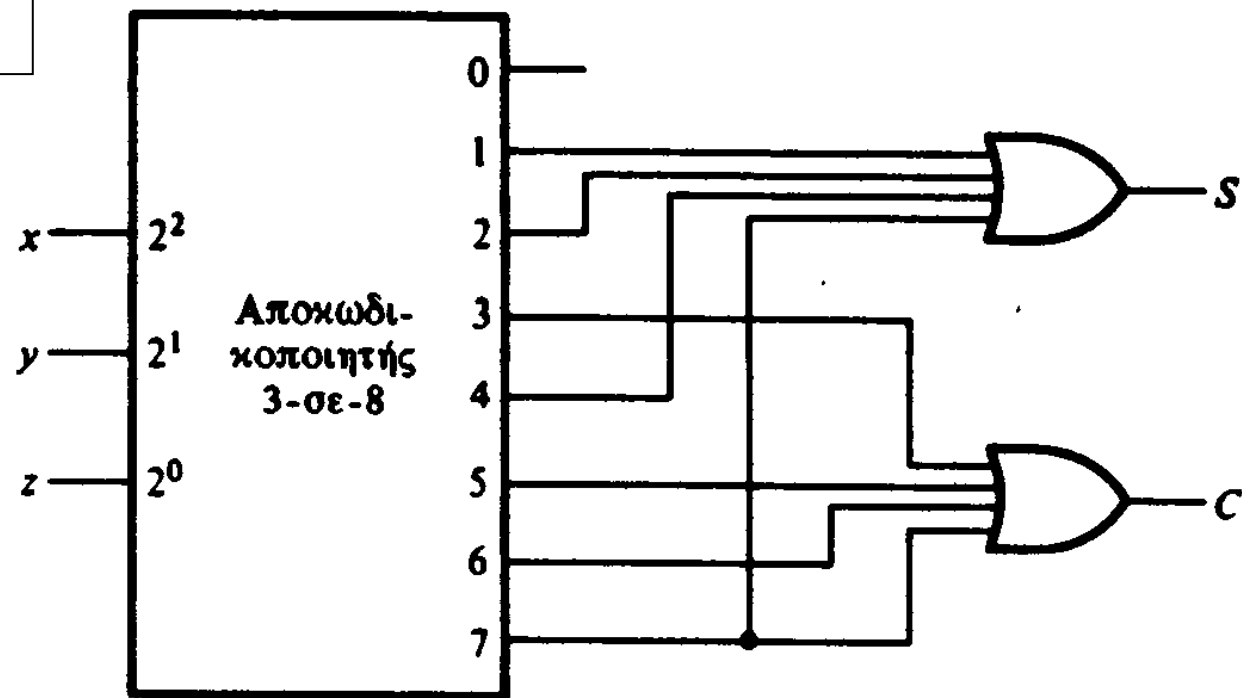


# Παράδειγμα

Υλοποίηση πλήρους αθροιστή με αποκωδικοποιητή.

$$S(x,y,z) = \Sigma(1,2,4,7)$$

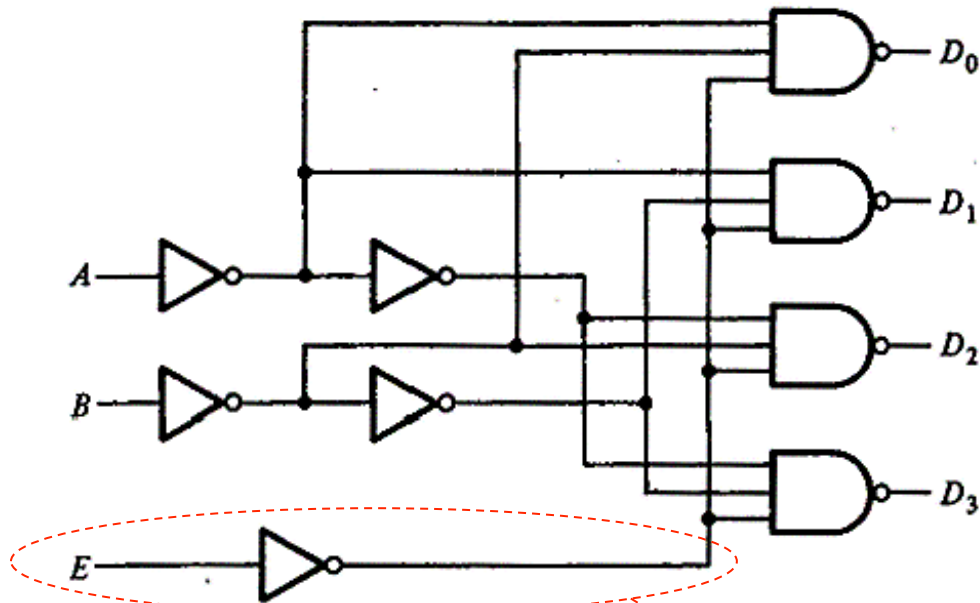
$$C(x,y,z) = \Sigma(3,5,6,7)$$



# Αποκωδικοποιητής με Είσοδο Επίτρεψης

Ο αποκωδικοποιητής μπορεί να παράγει συμπληρωματικές εξόδους.

Ο αποκωδικοποιητής μπορεί να έχει είσοδο επίτρεψης.



(α) Λογικό διάγραμμα

<i>E</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i> <sub>0</sub>	<i>D</i> <sub>1</sub>	<i>D</i> <sub>2</sub>	<i>D</i> <sub>3</sub>
1	X	X	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0

(β) Πίνακας αληθείας

Χρησιμοποιείται για λόγους επέκτασης

## Αποκωδικοποιητής 3 σε 8 από δύο 2 σε 4

	$A_2A_1A_0$	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$
Αποκωδικοποιητής (A) 2 σε 4 ενεργοποιημένος	0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
	0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
Αποκωδικοποιητής (B) 2 σε 4 ενεργοποιημένος	1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
	1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
	1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
	1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

Η επιλογή της εξόδου γίνεται και στους δύο αποκωδικοποιητές με τις εισόδους  $A_1A_0$ .

## Αποκωδικοποιητής 3 σε 8 από δύο 2 σε 4

$A_2A_1A_0$	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

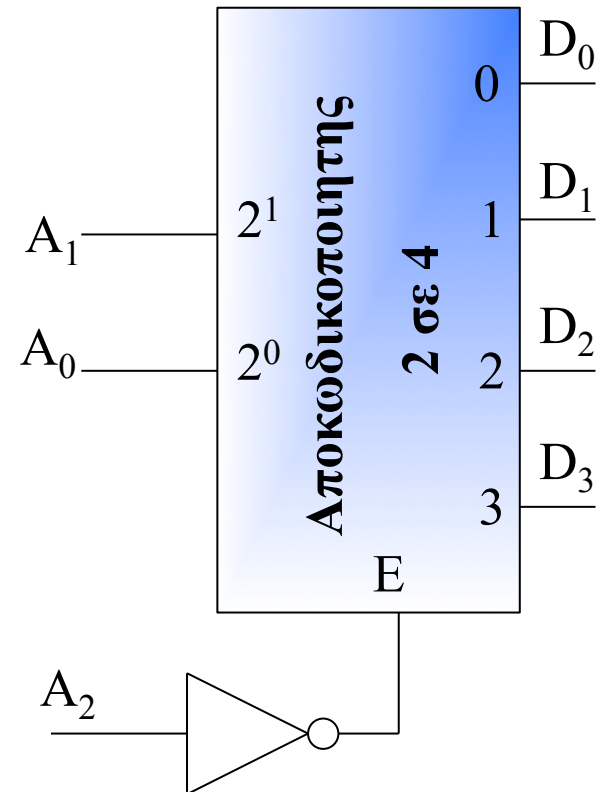
Αποκωδικοποιητής (A) 2 σε 4 απενεργοποιημένος

Αποκωδικοποιητής (B) 2 σε 4 απενεργοποιημένος

Η είσοδος  $A_2$  ενεργοποιεί τον έναν από τους δύο αποκωδικοποιητές.

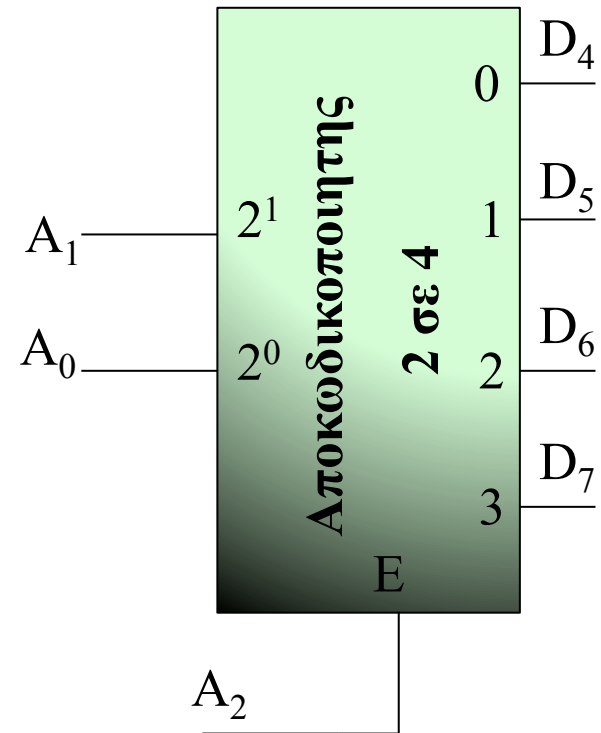
# Αποκωδικοποιητής A

$A_2A_1A_0$	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

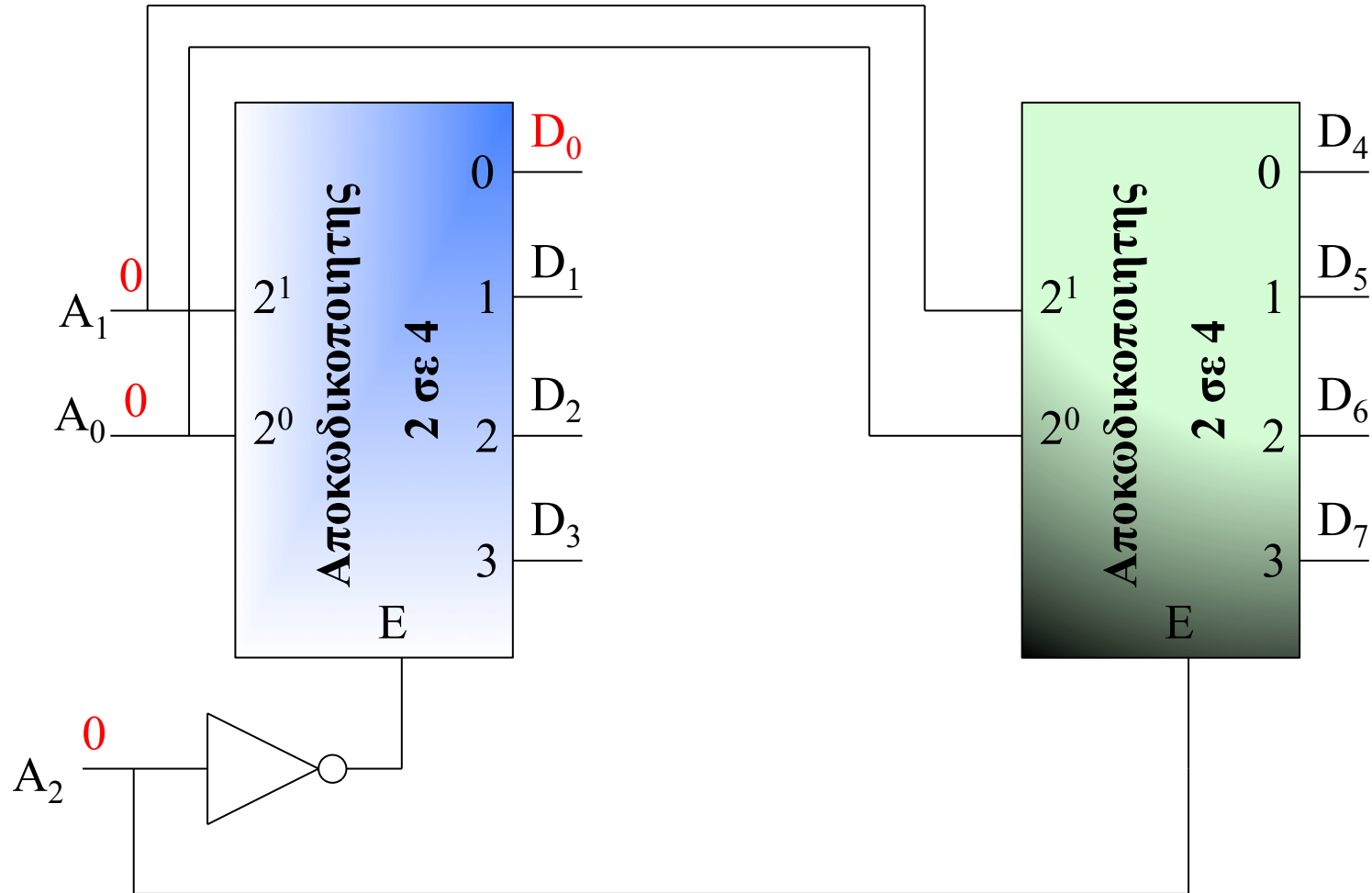


# Αποκωδικοποιητής Β

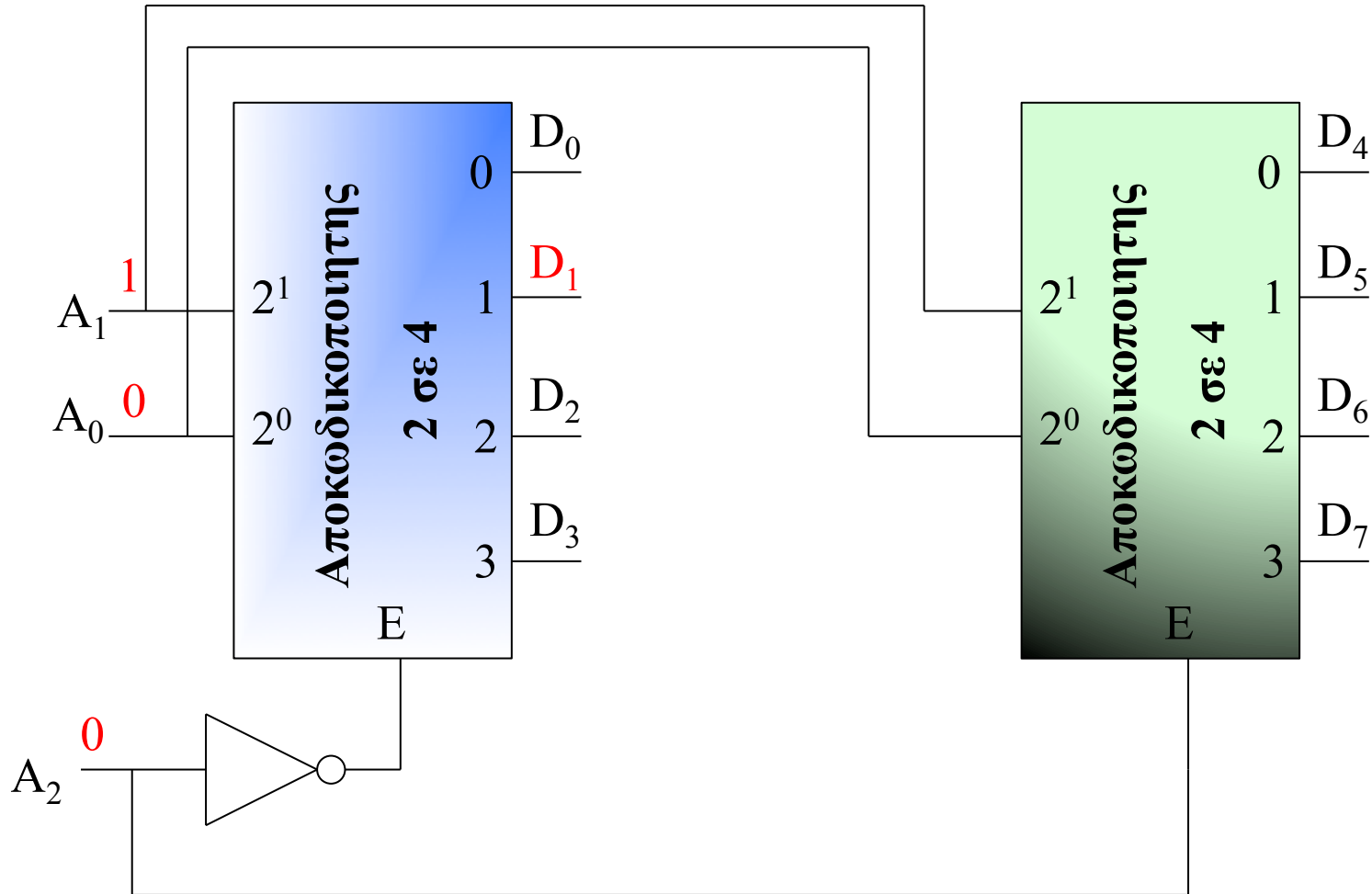
$A_2A_1A_0$	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1



# Αποκωδικοποιητής 3 σε 8

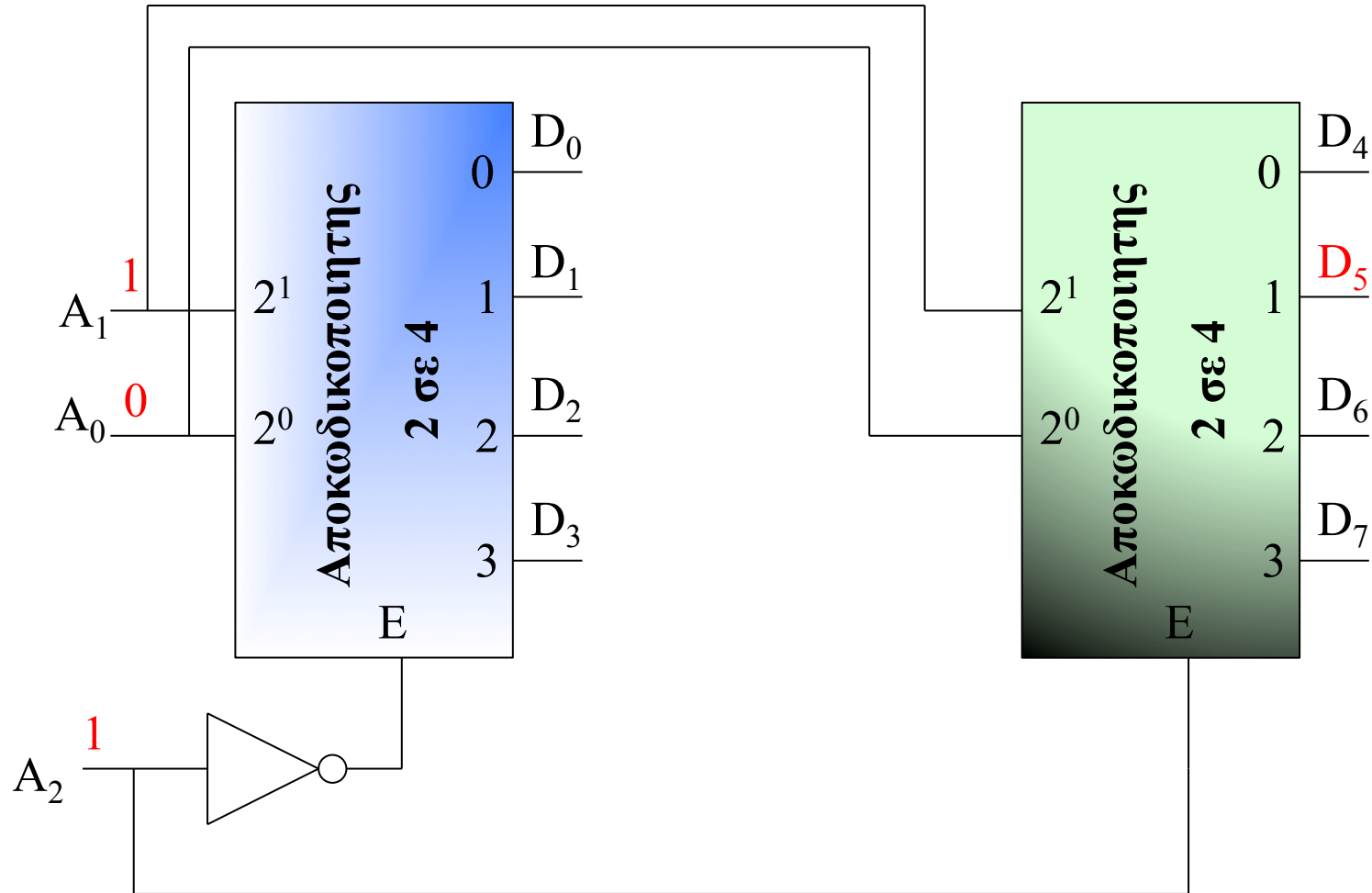


# Αποκωδικοποιητής 3 σε 8



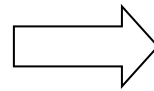


# Αποκωδικοποιητής 3 σε 8

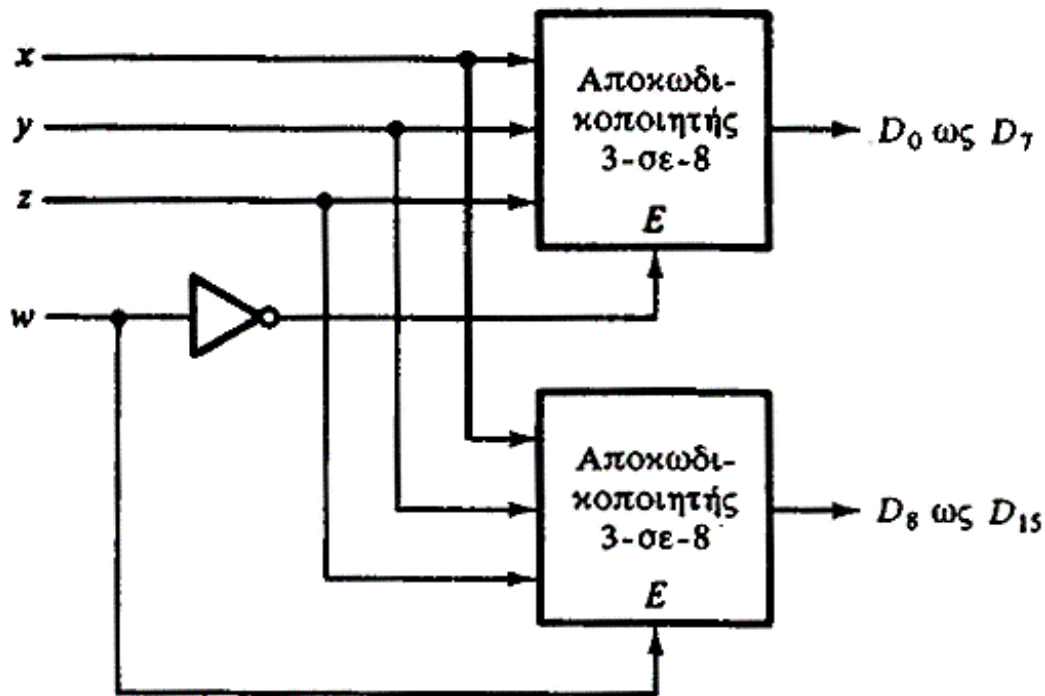


# Αποκωδικοποιητής/Αποπλέκτης

Επέκταση αποκωδικοποιητή με  
χρήση πολλών αποκωδικοποιητών

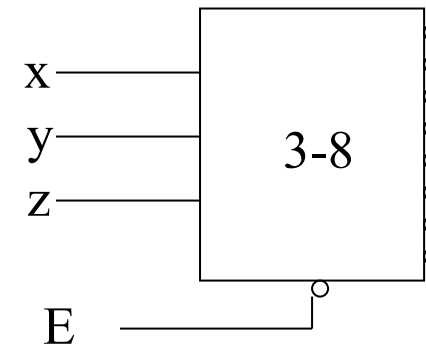


2 αποκωδικοποιητές 3 σε 8  
δίνουν  
1 αποκωδικοποιητή 4 σε 16



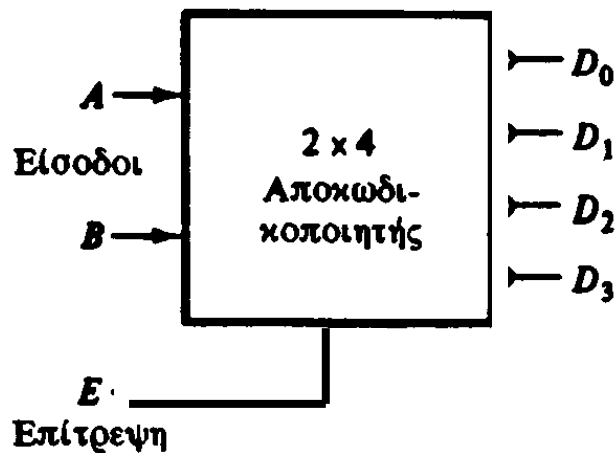
Συμβολισμοί:

Το κυκλάκι δείχνει σε ποια  
τιμή μία είσοδος/έξοδος είναι  
ενεργή.

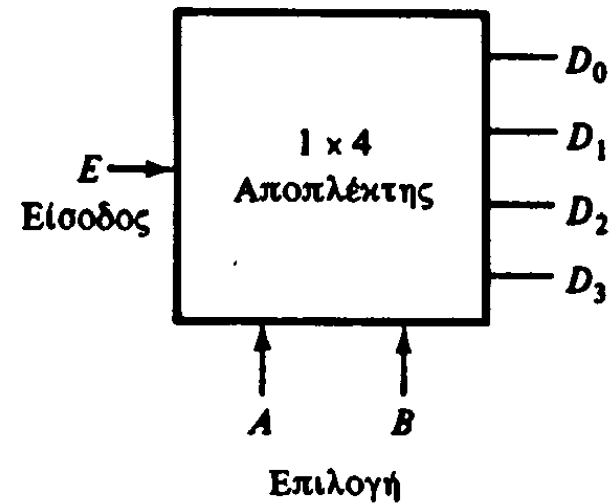


# Αποπλέκτης (Demultiplexer)

Ο αποπλέκτης δέχεται πληροφορίες από μία απλή γραμμή και τις μεταβιβάζει σε μία από τις  $2^n$  δυνατές γραμμές εξόδου ανάλογα με τις τιμές των  $n$  γραμμών επιλογής.



(α) Αποκωδικοποιητής με επίτρεψη



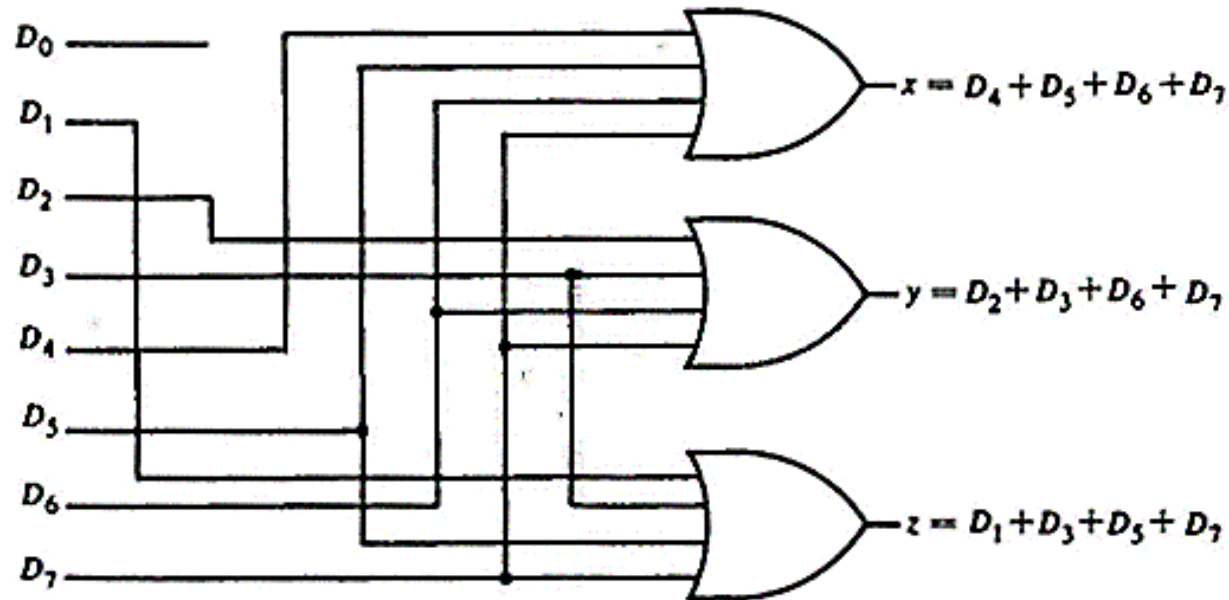
(β) Αποπλέκτης

# Κωδικοποιητής από Οκταδικό σε Δυαδικό

Ο Κωδικοποιητής εκτελεί την αντίστροφη λειτουργία από τον Αποκωδικοποιητή: Έχει  $2^n$  γραμμές εισόδου και  $n$  γραμμές εξόδου και δίνει στην έξοδο τον δυαδικό κώδικα που αντιστοιχεί στις γραμμές εισόδου.

Είσοδοι								Έξοδοι		
$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$	$x$	$y$	$z$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

# Κωδικοποιητής (Encoder)



Προβλήματα:

Όταν περισσότερες της μίας είσοδοι είναι 1 τότε η έξοδος είναι απροσδιόριστη. (Λύση: προτεραιότητα)

Όταν όλες οι είσοδοι είναι 0 τότε η έξοδος είναι 0 που δεν είναι σωστό αφού η  $D_0 \neq 1$ . (Λύση: διάκριση της κατάστασης)

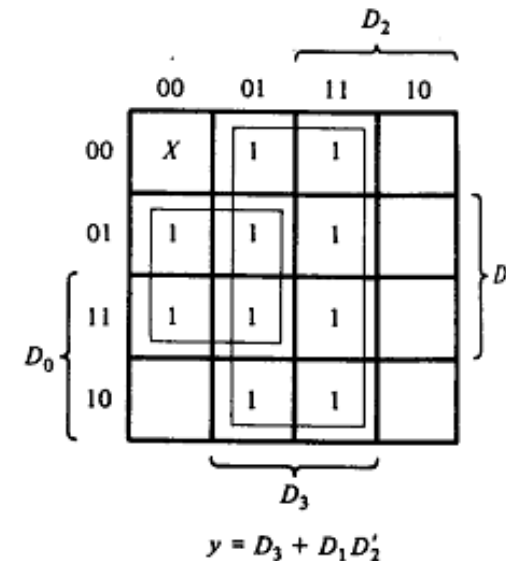
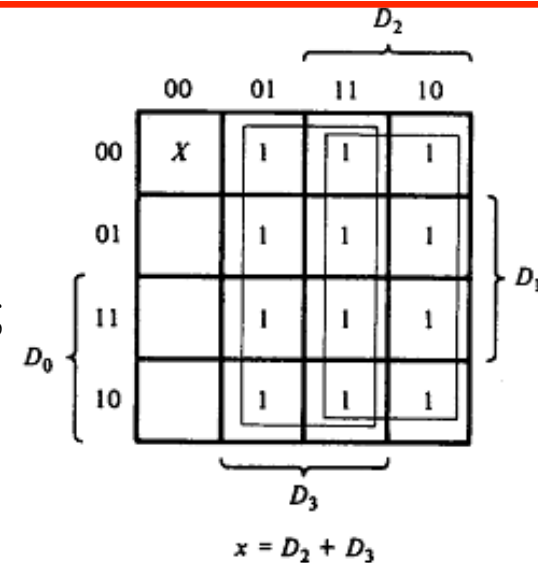
# Κωδικοποιητής Προτεραιότητας

Το πρόβλημα προέρχεται από τις αδιάφορες καταστάσεις.

Ο κωδικοποιητής προτεραιότητας είναι ένα κύκλωμα κωδικοποιητή που περιλαμβάνει συνάρτηση προτεραιότητας και καθορίζει όλες τις αδιάφορες καταστάσεις.

Παράδειγμα: Κωδικοποιητής προτεραιότητας 4 εισόδων

Είσοδοι				Έξοδοι		
$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	X	Y	V
0	0	0	0	X	X	0
1	0	0	0	0	0	1
X	1	0	0	0	1	1
X	X	1	0	1	0	1
X	X	X	1	1	1	1

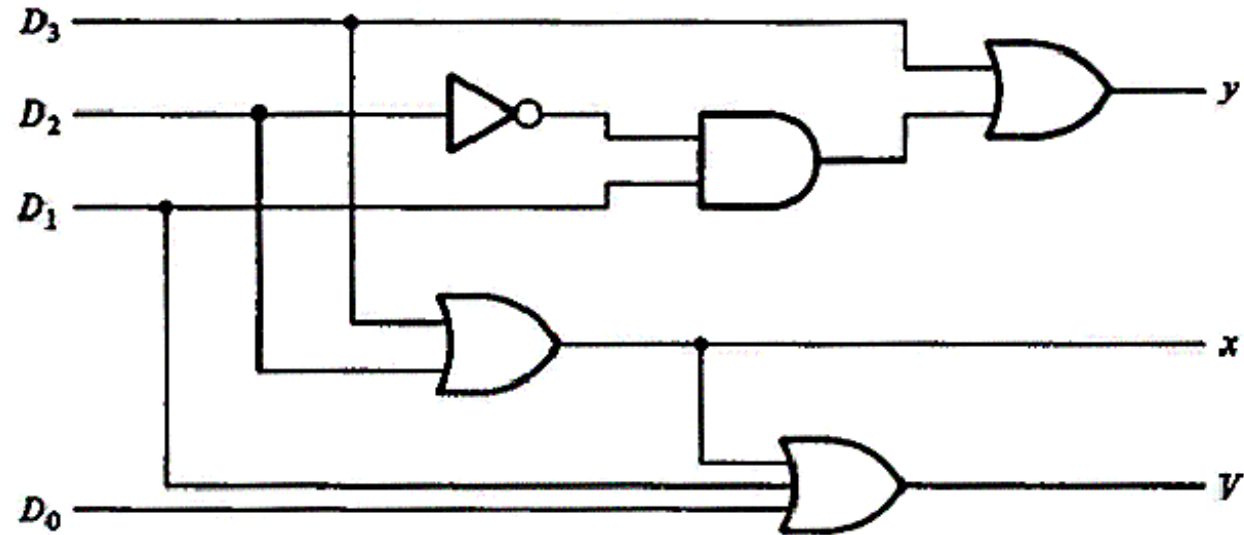


# Κωδικοποιητής Προτεραιότητας 4 Εισόδων

$$x = D_2 + D_3$$

$$y = D_3 + D_1 D_2'$$

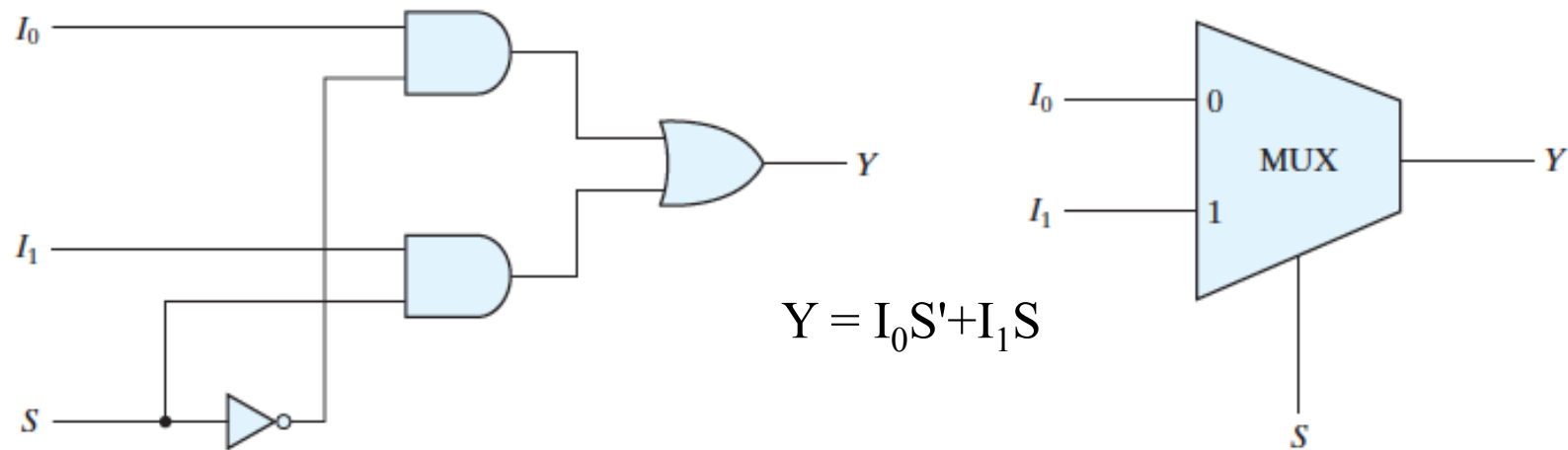
$$V = D_0 + D_1 + D_2 + D_3$$



Λύνει το πρόβλημα της επιλογής όταν περισσότερες της μίας εισόδων είναι 1 επιλέγοντας αυτή με τη μεγαλύτερη προτεραιότητα.

# Πολυπλέκτης (Multiplexer)

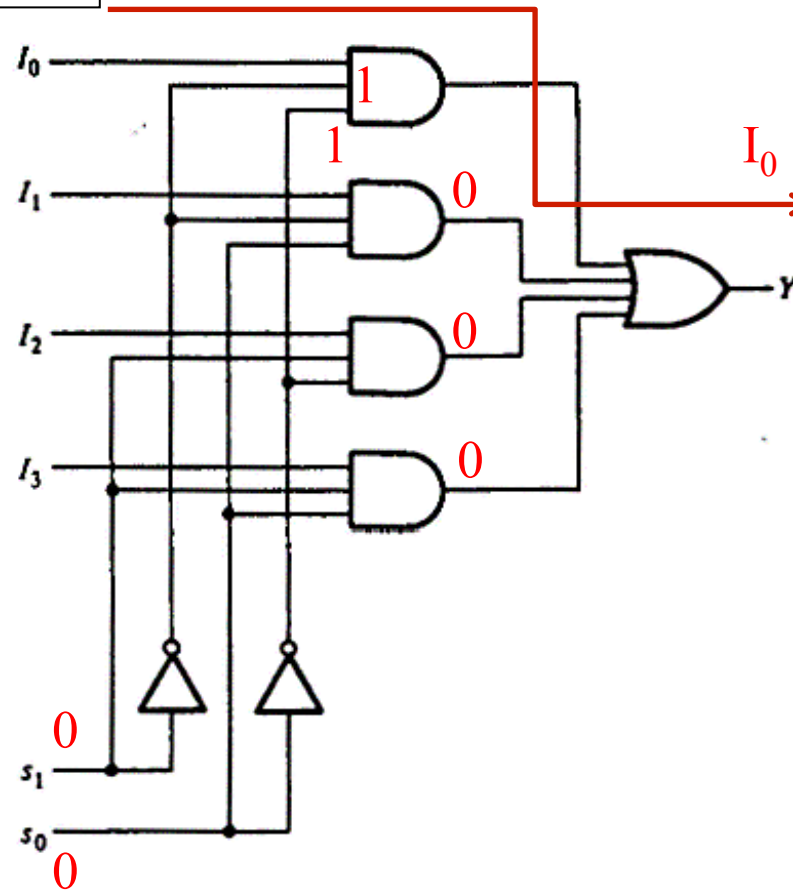
- Ο πολυπλέκτης **επιλέγει** δυαδικές πληροφορίες από πολλές γραμμές εισόδου και τις κατευθύνει σε **μία γραμμή εξόδου**.
- Η επιλογή της μιας συγκεκριμένης γραμμής εισόδου γίνεται μέσω **μερικών γραμμών επιλογής**.
- Ένας πολυπλέκτης  $2^n$ -σε-1 γραμμή κατασκευάζεται από έναν αποκωδικοποιητή  $n$ -σε- $2^n$  προσθέτοντας σε αυτόν  $2^n$  εισόδους μια για κάθε πύλη ΚΑΙ.





# Παράδειγμα

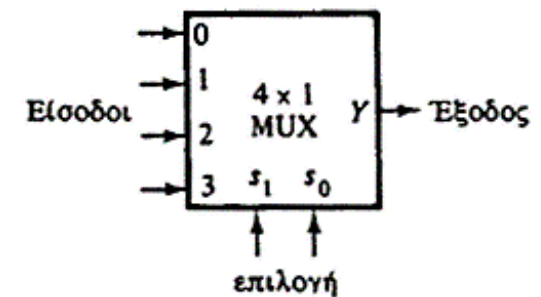
Πολυπλέκτης 4-σε-1



(α) Λογικό διάγραμμα

$s_1$	$s_0$	$Y$
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$

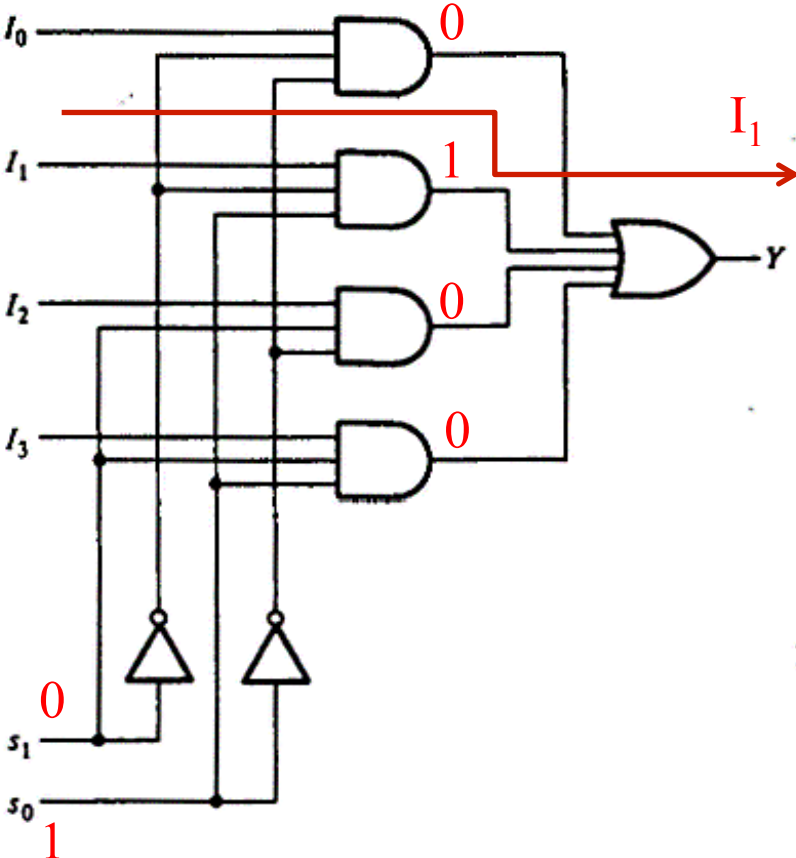
(β) Πίνακας της συνάρτησης



(γ) Σχηματικό διάγραμμα

# Παράδειγμα

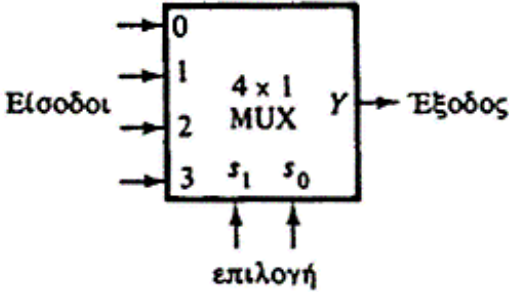
Πολυπλέκτης 4-σε-1



(α) Λογικό διάγραμμα

$s_1$	$s_0$	$Y$
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$

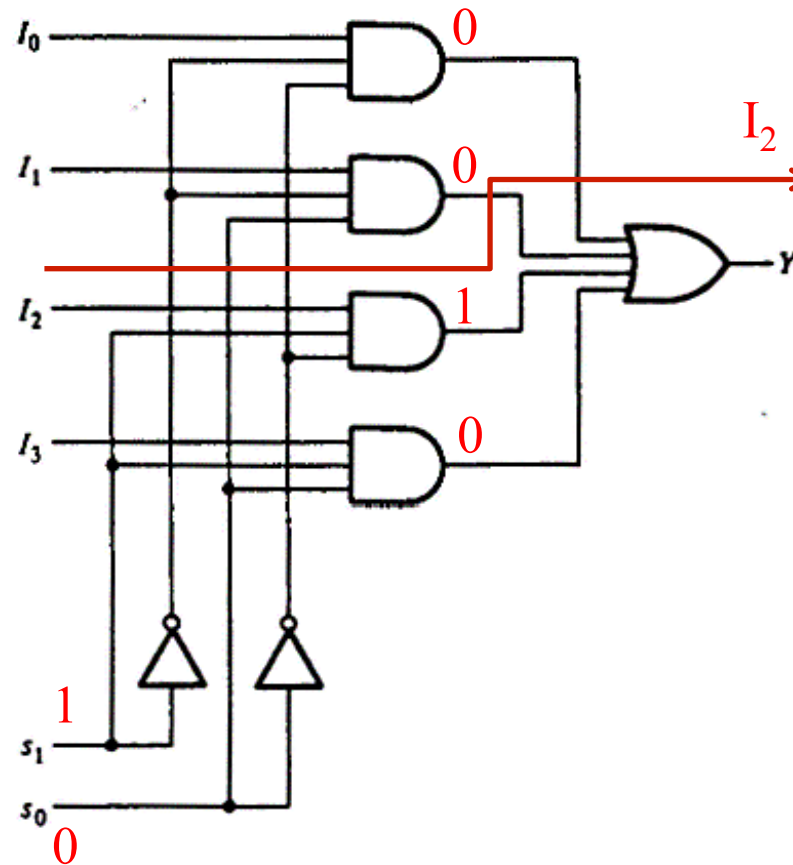
(β) Πίνακας της συνάρτησης



(γ) Σχηματικό διάγραμμα

# Παράδειγμα

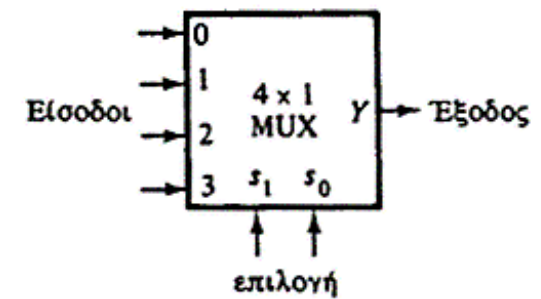
Πολυπλέκτης 4-σε-1



(α) Λογικό διάγραμμα

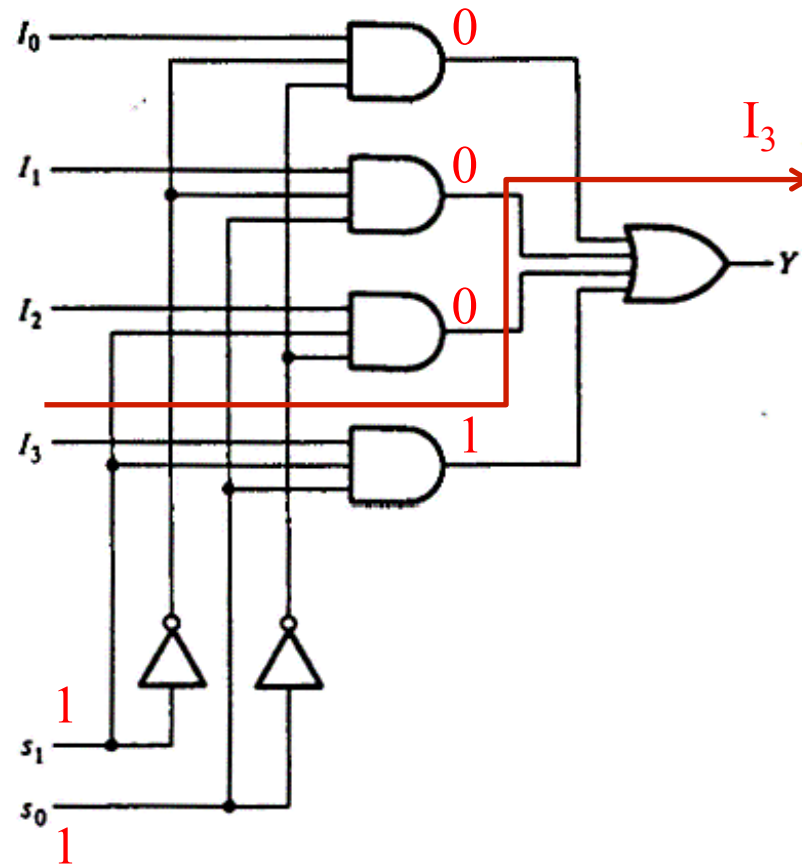
$s_1$	$s_0$	$Y$
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$

(β) Πίνακας της συνάρτησης



(γ) Σχηματικό διάγραμμα

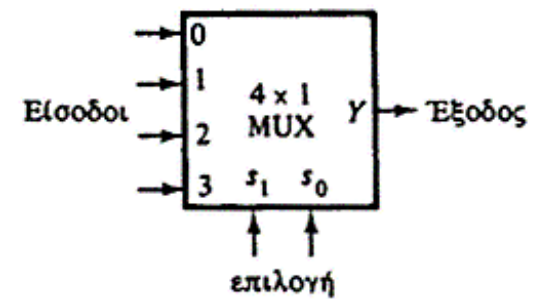
# Πολυπλέκτης 4 σε 1



(α) Λογικό διάγραμμα

$s_1$	$s_0$	$Y$
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$

(β) Πίνακας της συνάρτησης



(γ) Σχηματικό διάγραμμα

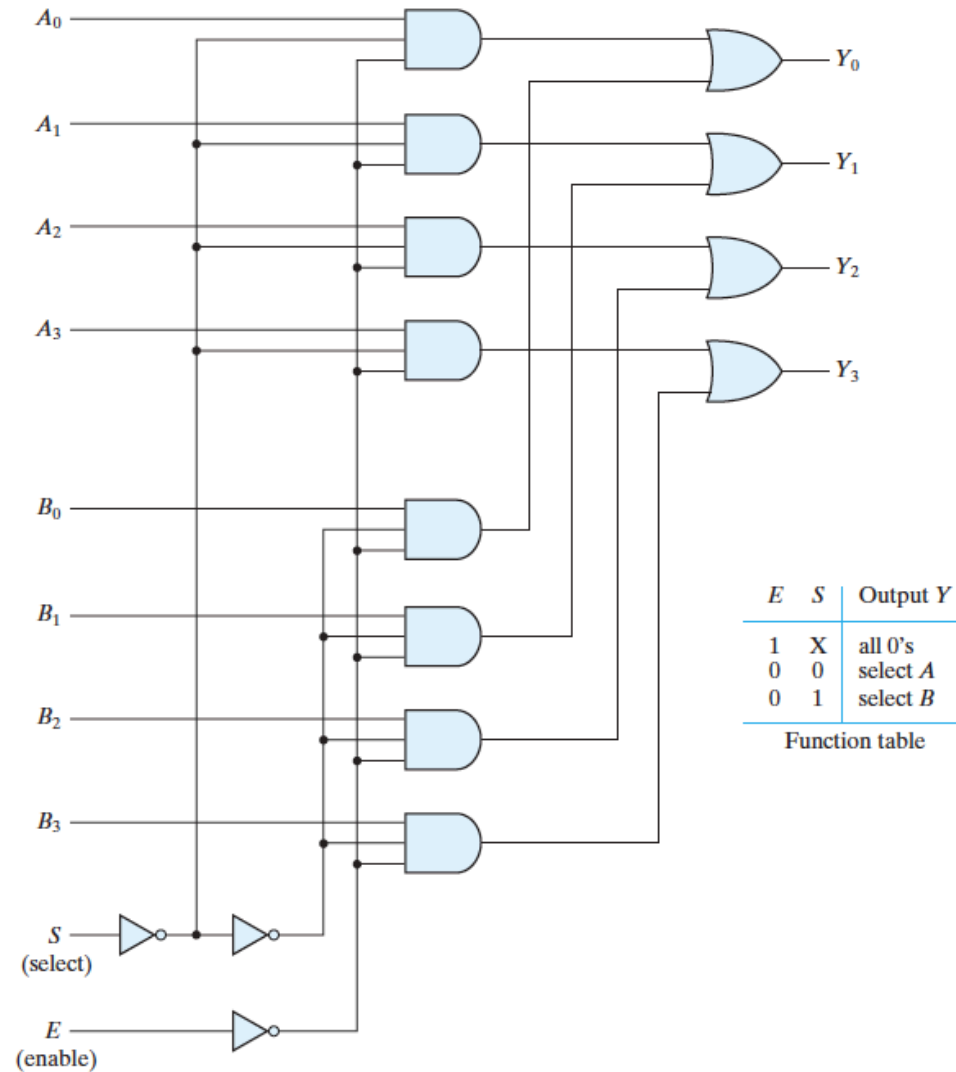
# Τετραπλός Πολυπλέκτης 2 σε 1

Η είσοδος Επίτρεψης  
(E) τοποθετείται για  
λόγους επέκτασης.

Πολυπλέκτης 8-σε-4

ή

4 Πολυπλέκτες 2-σε-1



# Υλοποίηση Συνάρτησης Boole με Πολυπλέκτη

---

Κάθε πολυπλέκτης  $2^n$  σε 1 μπορεί να υλοποιήσει οποιαδήποτε συνάρτηση  $n+1$  μεταβλητών ως εξής:

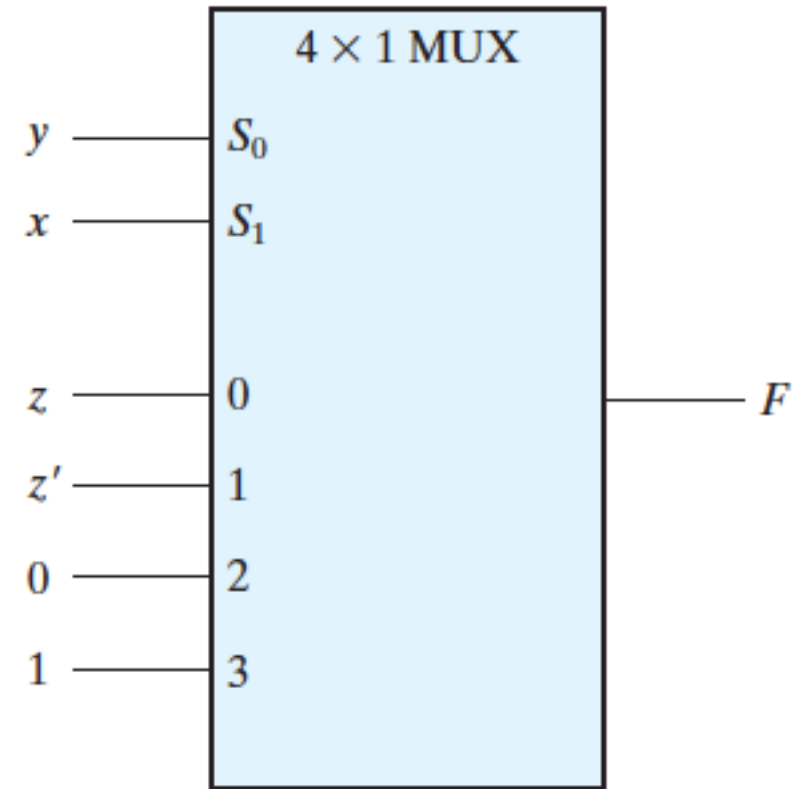
1. Βάζουμε τις  $n$  μεταβλητές στις εισόδους επιλογής.
2. Χρησιμοποιούμε την τελευταία μεταβλητή για τις εισόδους.

# Παράδειγμα 1

---

$$F(x, y, z) = \Sigma(1, 2, 6, 7)$$

$x$	$y$	$z$	$F$	
0	0	0	0	$F = z$
0	0	1	1	
0	1	0	1	$F = z'$
0	1	1	0	
1	0	0	0	$F = 0$
1	0	1	0	
1	1	0	1	$F = 1$
1	1	1	1	



# Υλοποίηση Συναρτήσεων Boole

---

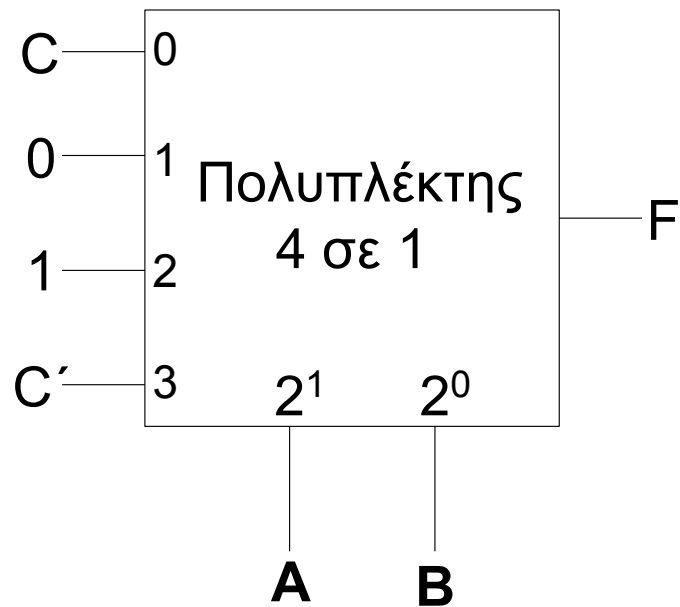
Αλγόριθμος υλοποίησης συνάρτησης με χρήση πολυπλέκτη:

1. Εκφράζουμε τη συνάρτηση σε άθροισμα ελαχιστόρων.
2. Συνδέουμε τις  $n - 1$  μεταβλητές στις γραμμές επιλογής και κρατάμε την αριστερότερη (πιο σημαντική) έστω  $A$ .
3. Καταγράφουμε τις εισόδους του πολυπλέκτη και κάτω από αυτές όλους τους ελαχιστόρους σε δύο σειρές (αντίστοιχα για  $A=0$  και  $A=1$ ).
4. Σημειώνουμε τους ελαχιστόρους που έχει η συνάρτηση.
5. Σε κάθε στήλη βάζουμε 0 αν δεν έχει σημειωθεί ελαχιστόρος, 1 αν έχουν σημειωθεί και οι δύο,  $A'$  αν έχει σημειωθεί ο πάνω και  $A$  αν έχει σημειωθεί ο κάτω ελαχιστόρος.



# Παράδειγμα

$$F(A, B, C) = \Sigma(1, 4, 5, 6)$$



A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Blue arrow:  $F = C$

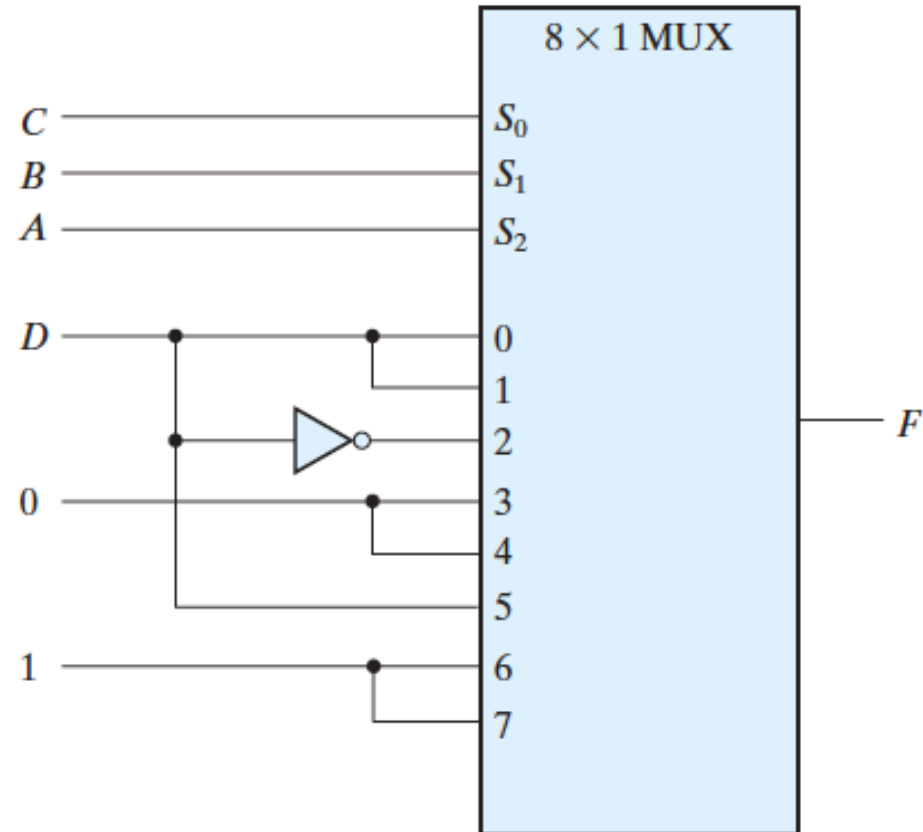
Green arrow:  $F = 0$

Cyan arrow:  $F = 1$

Purple arrow:  $F = C'$

# Παράδειγμα

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	
0	0	0	0	0	$F = D$
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	0	$F = D$
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	1	$F = D'$
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	$F = 0$
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	$F = 0$
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	$F = D$
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	1	$F = 1$
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	$F = 1$
1	1	1	1	1	



# Σύγκριση

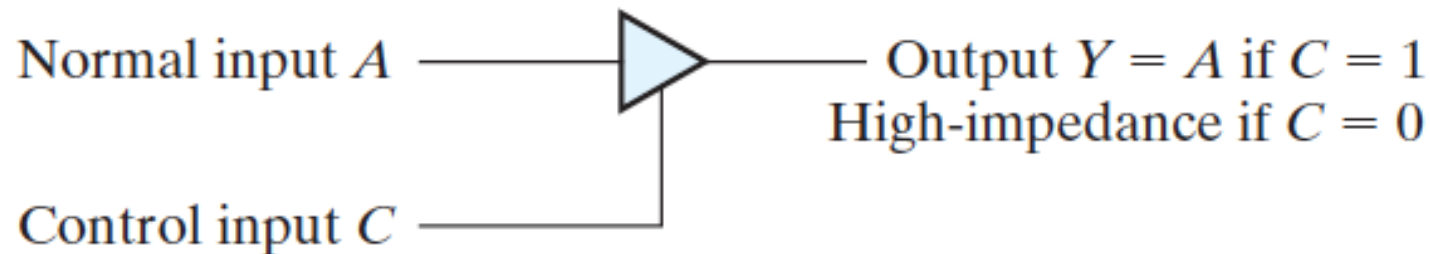
---

- Η μέθοδος του αποκωδικοποιητή απαιτεί μια πύλη H για κάθε συνάρτηση εξόδου αλλά μόνο ένας αποκωδικοποιητής απαιτείται για όλες τις συναρτήσεις.
- Η μέθοδος του πολυπλέκτη χρησιμοποιεί μονάδες μικρότερου μεγέθους αλλά χρειάζεται έναν πολυπλέκτη για κάθε συνάρτηση εξόδου.
- Τα κυκλώματα με λίγες εξόδους υλοποιούνται καλύτερα με πολυπλέκτες, ενώ αυτά με πολλές εξόδους υλοποιούνται καλύτερα με αποκωδικοποιητές.

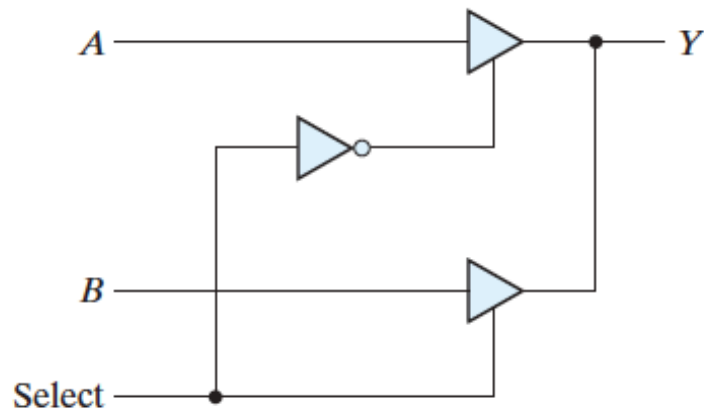
## Απομονωτές τριών καταστάσεων

---

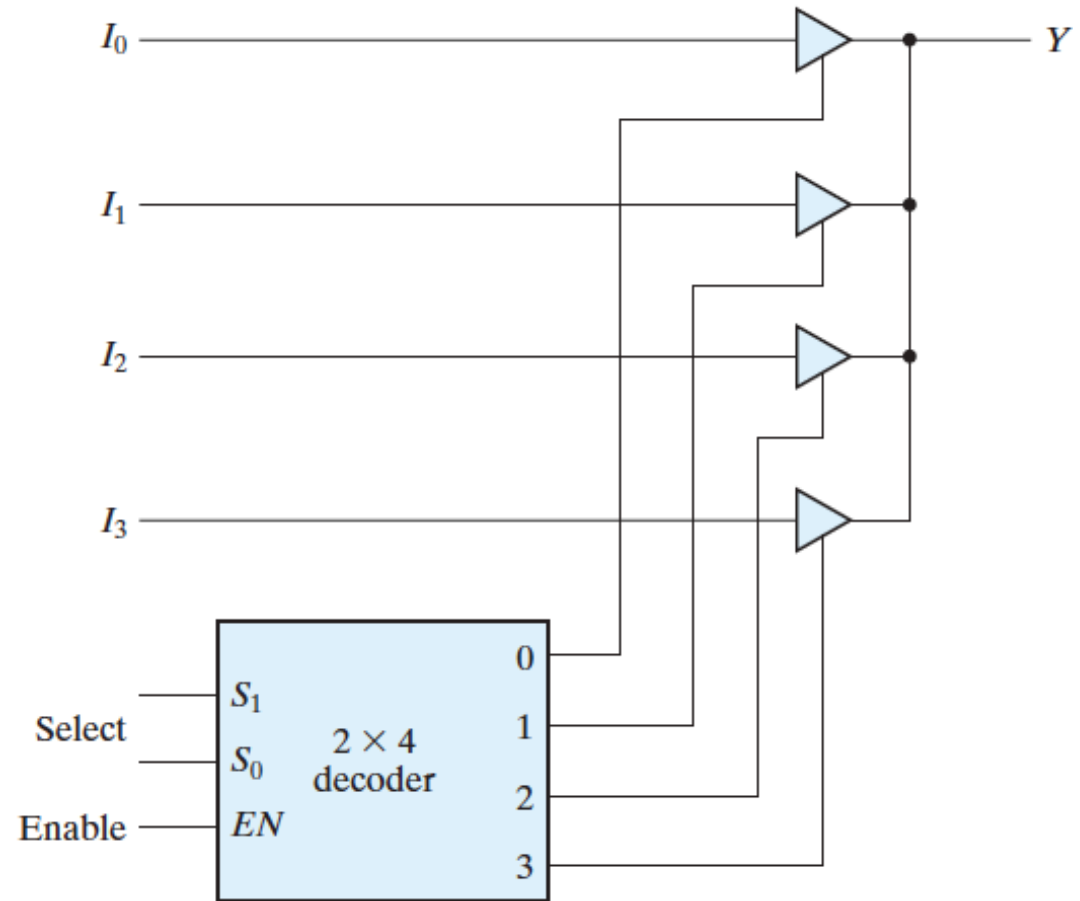
Οι απομονωτές χρησιμοποιούνται για να συνδέονται διαφορετικές μονάδες σε κοινά μέσα μετάδοσης (πχ σε διαύλους)



# Παράδειγμα: υλοποίηση πολυπλέκτη



(a) 2-to-1-line mux



(b) 4-to-1-line mux