

Η/Υ 432: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο Ακ. Έτους 2007-2008
Παναγιώτα Φατούρου – Ευριπίδης Μάρκου

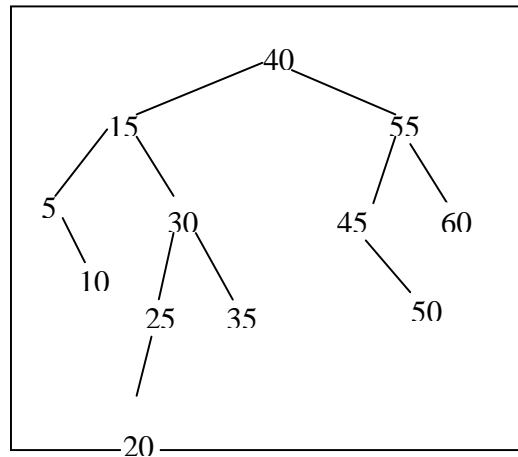
4^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Τετάρτη, 9/1/08, ώρα 16:00-17:00.

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις παραδίδονται στο γραφείο των βοηθών του μαθήματος (Α25) ή στο γραφείο της διδάσκουσας (Α26) το αργότερο μέχρι την ημερομηνία παράδοσης.

Άσκηση 1

- α. Εισάγετε τα κλειδιά 47, 23, 11, 22 και 57 στο AVL δένδρο του Σχήματος 1. Διαγράψτε το κλειδί 60 από το AVL δένδρο του Σχήματος 1.



Σχήμα 1

- β. Σας δίνεται ένα splay δένδρο τέτοιο ώστε το μονοπάτι από τη ρίζα στο κλειδί 100 περνά από τους κόμβους 1, 200, 120, 90, 110, 100 (με αυτή τη σειρά). Δείξτε το αποτέλεσμα μιας λειτουργίας splay γύρω από το 100.
- γ. Παρουσιάστε τα 2-3 δένδρα που προκύπτουν από τις εισαγωγές των κλειδιών 50, 25, 100, 30, 10, 27, 22, 1, 9, 5, 2 σε ένα αρχικά άδειο 2-3 δένδρο. Διαγράψτε τα κλειδιά 30, 50, 100, 27, 25 από το (2-3) δένδρο που προκύπτει μετά τις εισαγωγές.
- δ. Παρουσιάστε τα δένδρα που προκύπτουν από τις εισαγωγές των κλειδιών 100, 50, 75, 60, 55, 30, 20, 25 σε ένα αρχικά άδειο κόκκινο-μαύρο δένδρο.
- ε. Ζωγραφίστε το πλήρες ταξινομημένο δυαδικό δένδρο (δένδρο δυαδικής αναζήτησης) με κλειδιά 1, 2, ..., 15. Προσθέστε τους κόμβους null και χρωματίστε τους κόμβους με τρεις διαφορετικούς τρόπους ώστε το κόκκινο-μαύρο δένδρο που προκύπτει να έχει μαύρο ύψος 2, 3, και 4 αντίστοιχα.

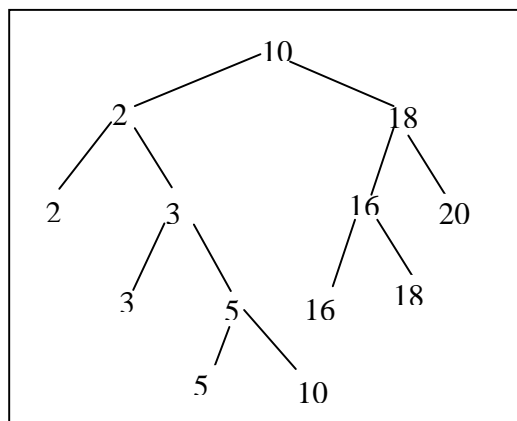
Σημείωση: Θα πρέπει να παρουσιάσετε όλα τα ενδιάμεσα δένδρα που προκύπτουν (καθώς και τα είδη των περιστροφών που απαιτούνται) προκειμένου να γίνουν οι λειτουργίες που περιγράφονται στα ερωτήματα.

Άσκηση 2

- α. Τα φυλλο-προσανατολισμένα δένδρα δυαδικής αναζήτησης (leaf-oriented binary search trees) αποτελούν μια εναλλακτική υλοποίηση της δομής του λεξικού και ορίζονται ως εξής: (α) όλα τα στοιχεία αποθηκεύονται στα φύλλα του δένδρου, από αριστερά προς τα δεξιά κατά μη-φθίνουσα τιμή κλειδιού, και (β) οι εσωτερικοί κόμβοι αποθηκεύουν μόνο κλειδιά, έτσι ώστε να ισχύει διαρκώς η παρακάτω συνθήκη σε κάθε κόμβο v :

«το κλειδί του αριστερού παιδιού του v είναι μικρότερο ή ίσο από αυτό του v , ενώ το δεξιό παιδί του v διαθέτει κλειδί μεγαλύτερο από εκείνο του v ».

Παρατηρήστε ότι, βάσει ορισμού, οι εσωτερικοί κόμβοι έχουν και τους δύο δείκτες μη κενούς, ενώ και οι δύο δείκτες των φύλλων είναι κενοί. Ένα παράδειγμα φυλλοπροσανατολισμένου δένδρου παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.

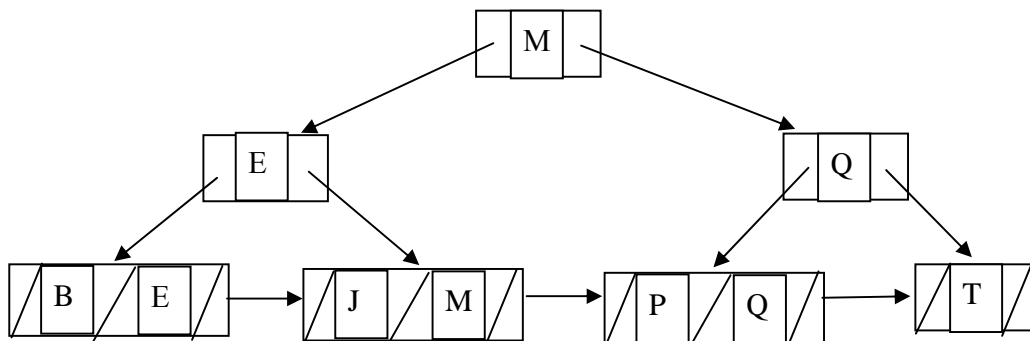


Σχήμα 2

Παρουσιάστε αλγόριθμους αναζήτησης, εισαγωγής και διαγραφής για τα φυλλοπροσανατολισμένα δένδρα.

- β. Καθορίστε τις ιδιότητες των φυλλοπροσανατολισμένων (2,3)-δένδρων. Θεωρήστε επιπρόσθετα πως όλα τα φύλλα ενός τέτοιου δένδρου συνδέονται μεταξύ τους σχηματίζοντας μια λίστα που ξεκινά από το αριστερότερο φύλλο και τελειώνει στο δεξιότερο (στην οποία τα φύλλα συναντώνται με σειρά από αριστερά προς τα δεξιά). Ένα παράδειγμα τέτοιου δένδρου φαίνεται στο Σχήμα 3.

Περιγράψτε αλγορίθμους εισαγωγής και διαγραφής σε τέτοιου είδους δένδρα.



Σχήμα 3

Άσκηση 3

α. Έστω στιγμιότυπο κόκκινου-μαύρου δένδρου T στο οποίο εισάγουμε ένα στοιχείο x και αμέσως μετά την εισαγωγή του το αφαιρούμε από το δένδρο. Αν T' είναι το δένδρο που προκύπτει μετά την εκτέλεση αυτών των δύο λειτουργιών, είναι το T' κατ' ανάγκη ίδιο με το T ;

Υπόδειξη: Απαντήστε με αντιπαράδειγμα.

β. Υποθέστε ότι τα S και T είναι δύο λεξικά με m και n στοιχεία αντίστοιχα. Επιλέξτε δομή δεδομένων για να αναπαραστήσετε τα λεξικά, η οποία θα υποστηρίζει τη λειτουργία $\text{Intersection}(S,T)$ σε χρόνο $O((m+n)\log m)$. Η λειτουργία $\text{Intersection}(S,T)$ επιστρέφει ένα νέο λεξικό που περιέχει τα στοιχεία του συνόλου $S \cap T$ (το λεξικό με στοιχεία $S \cap T$ θα αναπαρίσταται από την ίδια δομή όπως τα S και T).