

Η/Υ 432: Δομές Δεδομένων
Χειμερινό Εξάμηνο Ακ. Έτους 2006-2007
Παναγιώτα Φατούρου

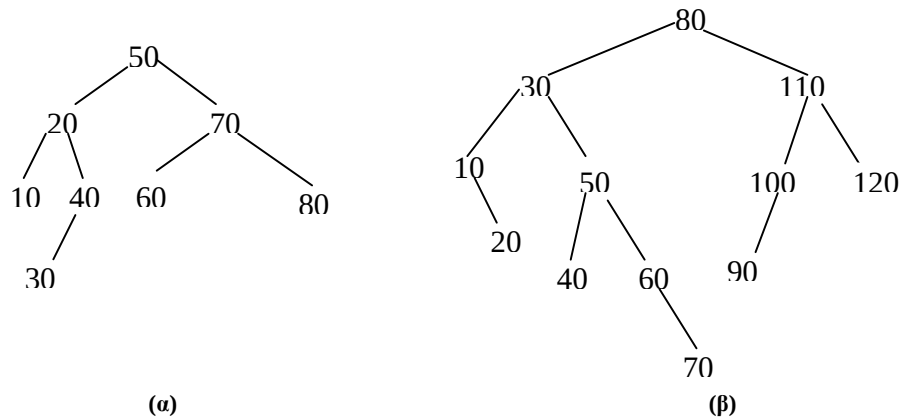
5^ο & 6^ο Σετ Ασκήσεων

Ημερομηνία Παράδοσης: Τετάρτη, 16/1, ώρα 13:00-15:00.

Τρόπος Παράδοσης: Οι ασκήσεις παραδίδονται στους βοηθούς του μαθήματος (Νικόλαος Καλλιμάνης, Ελευθέριος Κοσμάς και Μαρία Χριστοδουλίδου) το αργότερο μέχρι την ημερομηνία παράδοσης. Το γραφείο των βοηθών του μαθήματος είναι το Α25.

Ασκήσεις

1. α. Εισάγεται τα κλειδιά 35, 32 και 45, με τη σειρά που δίνονται, στο AVL δένδρο του Σχήματος 1α. Διαγράψτε το κλειδί 120 από το δένδρο του Σχήματος 1β.



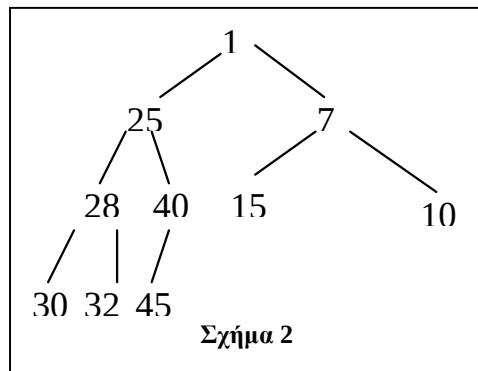
Σχήμα 1

- β. Σας δίνεται ένα splay δένδρο τέτοιο ώστε το μονοπάτι από τη ρίζα στο κλειδί 50 περνά από τους κόμβους 10, 100, 30. Δείξτε το αποτέλεσμα μιας λειτουργίας splay γύρω από το 50.
- γ. Παρουσιάστε τα 2-3 δένδρα που προκύπτουν από τις εισαγωγές των κλειδιών 10, 100, 50, 5, 3, 150, 140 σε ένα αρχικά άδειο 2-3 δένδρο.
- δ. Παρουσιάστε τα δένδρα που προκύπτουν από τις διαγραφές των κλειδιών 10 και 100 από το δένδρο του ερωτήματος α
- ε. Παρουσιάστε τα δένδρα που προκύπτουν από τις εισαγωγές των κλειδιών 50, 100, 150, 60, 55 σε ένα αρχικά άδειο κόκκινο-μαύρο δένδρο.
- στ. Παρουσιάστε το δένδρο που προκύπτει μετά τη διαγραφή του κλειδιού 150 από το κόκκινο-μαύρο δένδρο του ερωτήματος ε.

Σημείωση: Θα πρέπει να παρουσιάσετε όλα τα ενδιάμεσα δένδρα που προκύπτουν προκειμένου να γίνουν οι λειτουργίες που περιγράφονται στα ερωτήματα και να εξηγήσετε τι είδους περιστροφές απαιτούνται και τι δένδρο προκύπτει μετά από κάθε περιστροφή.

2. α. Θεωρήστε ότι κάθε κόμβος v ενός ταξινομημένου δυαδικού δένδρου αναζήτησης αποθηκεύει το μέγεθος του υποδένδρου με ρίζα τον v (δηλαδή τον αριθμό των κόμβων του υποδένδρου με ρίζα τον v). Υλοποιήστε τη λειτουργία $\text{rankedFind}(i)$, η οποία βρίσκει το i -οστό μικρότερο κλειδί του δένδρου σε χρόνο $\Theta(h)$, όπου h είναι το ύψος του δένδρου.
- β. Υποθέστε ότι S και T είναι σύνολα με m και n στοιχεία αντίστοιχα. Τι δομή θα χρησιμοποιούσατε για να υλοποιήσετε τα σύνολα αυτά ώστε να υποστηρίζεται η λειτουργία $\text{Difference}(T, S)$ που υπολογίζει το σύνολο $T \setminus S$ σε χρόνο $O(n(\log(mn)))$.
3. α. Δώστε ένα στιγμιότυπο T ενός κόκκινου-μαύρου δένδρου στο οποίο μια εισαγωγή προκαλεί $\Omega(\log n)$ αναχρωματισμούς.
- β. Υλοποιήστε σε splay δένδρα τις λειτουργίες (1) της ένωσης (merge) και (2) της διάσπασης (split) βάσει κλειδιού i . Η πρώτη λειτουργία συνενώνει δύο splay δένδρα σε ένα, δοθέντος ότι όλα τα στοιχεία του πρώτου είναι μικρότερα από κάθε στοιχείο του δεύτερου. Η merge εκτελεί αναζήτηση στο T_1 για το μεγαλύτερο στοιχείο του, έστω x , ώστε το x να γίνει ρίζα με κενό δεξιό υποδένδρο και θέτει στη συνέχεια ως δεξιό παιδί του x τη ρίζα του T_2 . Η λειτουργία της διάσπασης ενός δένδρου T βάσει κλειδιού i , απαιτεί τη διάσπαση του T σε δύο δένδρα T_1 και T_2 τέτοια ώστε το T_1 περιέχει όλα τα κλειδιά που είναι μικρότερα του x και το T_2 περιέχει τα μεγαλύτερα του x κλειδιά.

4. α. Εισάγεται το κλειδί 23 στο σωρό του Σχήματος 2. Εφαρμόστε την $\text{delete_min}()$ στο σωρό που προκύπτει μετά την εισαγωγή.



- γ. Ξεκινώντας από τα εξής 7 μονοσύνολα $S_1 = \{8\}$, $S_2 = \{10\}$, $S_3 = \{5\}$, $S_4 = \{9\}$, $S_5 = \{2\}$, $S_6 = \{1\}$, $S_7 = \{4\}$, παρουσιάστε τα up-δένδρα που προκύπτουν μετά από την εκτέλεση κάθε μιας από τις ακόλουθες λειτουργίες, δεδομένου ότι χρησιμοποιείται η στρατηγική για μείωση ύψους: $A = \text{Union}(S_1, S_3)$, $B = \text{Union}(A, S_2)$, $C = \text{Union}(S_4, S_7)$, $D = \text{Union}(S_5, S_6)$, $E = \text{Union}(C, D)$, $F = \text{Union}(B, E)$. Διαλέξτε ένα από τα βαθύτερα φύλλα του πάνω δένδρου που προκύπτει και εφαρμόστε μια Find με συμπίεση μονοπατιού στο στοιχείο αυτό.
- δ. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση κατακερματισμού της διαίρεσης ως πρωτεύουσα συνάρτηση και τη συνάρτηση $h(K) = (K+7) \% m$ ως δευτερεύουσα συνάρτηση κατακερματισμού να εισάγεται τα κλειδιά 36, 25 και 14 σε έναν πίνακα 11 θέσεων που είναι οργανωμένος με τη μέθοδο του ταξινομημένου κατακερματισμού με ανοικτή διεύθυνση.