

4η Σειρά Ασκήσεων

Ασκηση 1. Δώστε μία εναλλακτική απόδειξη της ισότητας $\sum_{v \in V} d_G(v) = 2|E|$, η οποία να χρησιμοποιεί επαγωγή στο πλήθος των ακμών του γραφήματος.

Ασκηση 2. Δείξτε ότι σε κάθε γράφημα υπάρχουν δύο κορυφές οι οποίες έχουν τον ίδιο βαθμό.

Ασκηση 3. Ένα γράφημα ονομάζεται k -κανονικό αν ο βαθμός κάθε κορυφής είναι k .

(α) Σχεδιάστε ένα 3-κανονικό γράφημα με 6 κορυφές.

(β) Σχεδιάστε ένα 4-κανονικό γράφημα με 9 κορυφές ή αποδείξτε ότι δεν υπάρχει τέτοιο γράφημα.

(γ) Σχεδιάστε ένα 3-κανονικό γράφημα με 9 κορυφές ή αποδείξτε ότι δεν υπάρχει τέτοιο γράφημα.

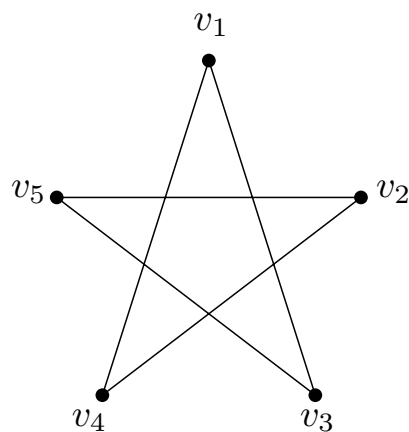
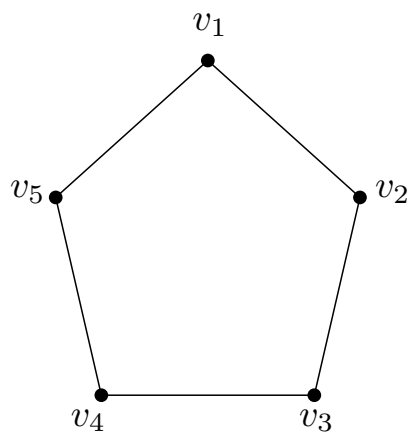
(δ) Ποιό είναι το πλήθος ακμών σε ένα k -κανονικό γράφημα με n κορυφές;

Ασκηση 4. Έστω ένα συνεκτικό γράφημα $G = (V, E)$ και έστω $U \subset V$, $U \neq \emptyset$. Αποδείξτε ότι υπάρχουν κορυφές $u \in U$ και $v \in (V - U)$ τέτοιες ώστε $\{u, v\} \in E$.

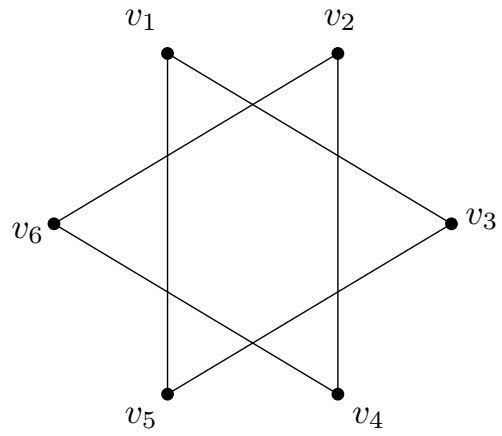
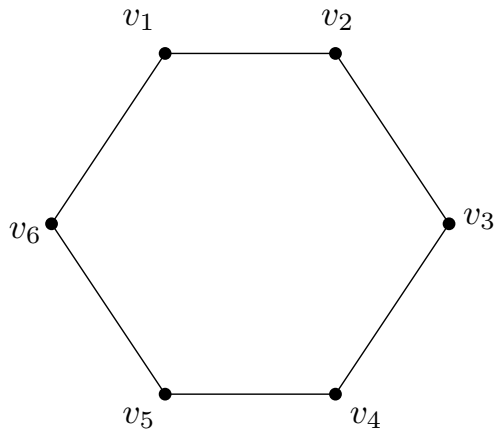
Ασκηση 5.

(α) Αποδείξτε ότι αν δύο γραφήματα είναι ισομορφικά, τότε έχουν το ίδιο πλήθος συνεκτικών συνιστωσών.

(β) Είναι τα παρακάτω γραφήματα ισομορφικά (αποδείξτε τον ισχυρισμό σας):



(γ) Είναι τα παρακάτω γραφήματα ισομορφικά (αποδείξτε τον ισχυρισμό σας):



Άσκηση 6. Αποδείξτε ότι ένα γράφημα G είναι διμερές αν και μόνο αν κάθε συνεκτική συνιστώσα του G είναι διμερές γράφημα.