

3η Σειρά Ασκήσεων

Ασκηση 1. Για καθέναν από τους παρακάτω αποδεικτικούς κανόνες εξετάστε αν είναι ορθός ή όχι.

$$P1 \frac{\phi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \omega, \omega \rightarrow \phi}{(\phi \leftrightarrow \psi) \wedge (\psi \leftrightarrow \omega) \wedge (\omega \leftrightarrow \phi)}$$

για οποιεσδήποτε προτάσεις ϕ, ψ, ω .

$$P2 \frac{\phi, \neg\phi}{\psi}$$

για οποιεσδήποτε προτάσεις ϕ, ψ .

$$P3 \frac{\phi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \omega, \neg\psi}{\neg\phi \wedge \neg\omega}$$

για οποιεσδήποτε προτάσεις ϕ, ψ, ω .

$$P4 \frac{\forall x \phi, \exists x \psi}{\exists x (\phi \wedge \psi)}$$

για οποιεσδήποτε προτάσεις ϕ, ψ και κάθε μεταβλητή x .

Ασκηση 2. Έστω ϕ, ψ προτάσεις τις πρωτοβάθμιας λογικής και έστω μεταβλητή $x \notin free(\phi)$. Προσδιορίστε τους ποσοδείκτες Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 έτσι ώστε να ισχύουν οι παρακάτω ισοδυναμίες

$$\phi \rightarrow \forall x \psi \equiv Q_1 x (\phi \rightarrow \psi)$$

$$\phi \rightarrow \exists x \psi \equiv Q_2 x (\phi \rightarrow \psi)$$

$$\forall x \psi \rightarrow \phi \equiv Q_3 x (\psi \rightarrow \phi)$$

$$\exists x \psi \rightarrow \phi \equiv Q_4 x (\psi \rightarrow \phi)$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας, χρησιμοποιώντας τους κανόνες 1-17 που υπάρχουν στις διαφάνειες 5-7, Πρωτοβάθμια Λογική IV.

Ασκηση 3. Βρείτε προτάσεις σε ποσοδεικτική κανονική μορφή που να είναι λογικά ισοδύναμες με τις παρακάτω:

$$p(y) \leftrightarrow \forall x q(x)$$

$$p(y) \leftrightarrow \exists x q(x)$$

Ασκηση 4. Βρείτε μία πρόταση σε ποσοδεικτική κανονική μορφή που να είναι λογικά ισοδύναμη με την παρακάτω:

$$\forall x (\exists y p(x, y) \rightarrow \forall y (q(y) \wedge \neg \exists x \forall z p(x, z)))$$