

10η Σειρά Ασκήσεων

Ασκηση 1.

Έστω $n = \prod_{i=1}^k p_i^{a_i}$, όπου p_1, p_2, \dots, p_k μία γνησίως αύξουσα ακολουθία πρώτων αριθμών. Ποιο είναι το πλήθος των θετικών ακεραίων που διαιρούν τον n ;

Ασκηση 2.

(α) Βρείτε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 512 και 120.

(β) Βρείτε το μέγιστο κοινό διαρέτη και το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 150000000 και 840000000000.

Ασκηση 3.

Επιλύστε το παρακάτω σύστημα ισοτιμιών.

$$x \equiv 2 \pmod{9}$$

$$x \equiv 8 \pmod{10}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

$$x \equiv 3 \pmod{13}$$

Συγκεκριμένα:

(α) Βρείτε το μοναδικό ακέραιο στο σύνολο \mathbb{Z}_{12870} που ικανοποιεί το σύστημα ισοτιμιών

(β) Βρείτε τη μορφή που πρέπει να έχει ένας ακέραιος αριθμός ώστε να ικανοποιεί το σύστημα ισοτιμιών.

Ασκηση 4.

Χρησιμοποιώντας το μικρό θεώρημα του Fermat υπολογίστε τους αριθμούς

$$169^{43679583495843921} \pmod{11}$$

και

$$2^{999999999999999} \pmod{31}$$

Άσκηση 5.

- (α) Δείξτε ότι ο αριθμός 2 είναι πρωταρχική ρίζα modulo 11.
- (β) Υπάρχει άλλη πρωταρχική ρίζα modulo 11 εκτός από το 2;
- (γ) Ποιος είναι ο διακριτός λογάριθμος του 7 modulo 11 με βάση το 2;