

1η Σειρά Ασκήσεων

**Άσκηση 1**

Σχεδιάστε μια μηχανή Turing με μία ταινία, η οποία με είσοδο δύο φυσικούς αριθμούς  $m, n$  σε μοναδιαία αναπαράσταση (δηλαδή με είσοδο  $1^m, 1^n$ ), αν  $m > n$  θα επιστρέφει ως έξοδο τη μοναδιαία αναπαράσταση της διαφοράς τους (δηλαδή το  $1^{m-n}$ ), ενώ σε αντίθετη περίπτωση θα επιστρέφει ως έξοδο την κενή συμβολοσειρά.

**Άσκηση 2**

Σχεδιάστε μια μηχανή Turing με μία ταινία, η οποία θα αποφασίζει τη γλώσσα

$$L = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

**Άσκηση 3**

Σχεδιάσε μία μηχανή Turing  $M$  με μία ταινία η οποία θα υπολογίζει τη παρακάτω συνάρτηση  $half$  από το  $\{0, 1\}^*$  στο  $\{0, 1\}^*$ :

$$half(c_1 c_2 \dots c_n) = c_1 c_2 \dots c_{\lceil n/2 \rceil}$$

**Άσκηση 4**

(α) Σχεδιάστε μια μηχανή Turing με μία ταινία η οποία να υπολογίζει τη συνάρτηση  $f$  από το  $\{0, 1\}^*$  στο  $\{0, 1\}^*$  με  $f(w) = ww$ .

(β) Σχεδιάστε μια μηχανή Turing με  $k$  ταινίες η οποία να υπολογίζει τη ίδια συνάρτηση  $f$  (όπου το  $k$  είναι θετική σταθερά δικής σας επιλογής).

(γ) Υπολογίστε το χρόνο εκτέλεσης  $T_M(n)$  για τη μηχανή  $M$  του υποερωτήματος (β).

### Άσκηση 5

Έστω μια μηχανή Turing  $M = (K, \Sigma, \delta, S)$  με  $k$  ταινίες.

(α) Περιγράψτε πως μπορεί να κατασκευαστεί μια μηχανή Turing  $M' = (K', \Sigma', \delta', S')$  με  $k + 1$  ταινίες τέτοια ώστε:

- $|K'| = 1$
- $\Sigma' \supseteq \Sigma$
- Για κάθε  $x \in \Sigma^*$ ,  $M'(x) = M(x)$  και για κάθε  $x \in \Sigma'^* - \Sigma^*$ ,  $M'(x) = no$ .

(β) Εφαρμόστε την παραπάνω κατασκευή στην μηχανή Turing  $M$  του παραδείγματος 32 των σημειώσεων.

### Άσκηση 6

(α) Σχεδιάστε μια μηχανή Turing  $M_2$  με τρεις ταινίες η οποία θα αποφασίζει τη γλώσσα των παλινδρομικών λέξεων από το αλφάβητο  $\{0, 1\}$ , παραλλάσσοντας τη μηχανή του παραδείγματος 37 με τον παρακάτω τρόπο:

- Η μηχανή αρχικά αντιγράφει την είσοδο στη δεύτερη ταινία, χρησιμοποιώντας ένα διευρυμένο αλφάβητο και κωδικοποιώντας δύο διαδοχικά σύμβολα της εισόδου σε ένα μοναδικό σύμβολο.
- Στη συνέχεια αντιγράφει με ανάλογο τρόπο αντεστραμένη την είσοδο στην τρίτη ταινία.
- Τέλος χρησιμοποιεί τα περιεχόμενα της δεύτερης και τρίτης ταινίας για να αποφασίσει αν η λέξη στην είσοδο είναι παλινδρομική.

(β) Ποιός είναι ο χρόνος εκτέλεσης  $T_{M_2}(n)$  της μηχανής  $M_2$ ; Συγκρίνετε με τη μηχανή του παραδείγματος 37.

(γ) Για οποιονδήποτε ακέραιο  $m > 2$  μπορούμε σχεδιάσουμε μία μηχανή  $M_m$  που να αποφασίζει την ίδια γλώσσα, γενικεύοντας την παραπάνω ιδέα, έτσι ώστε να κωδικοποιούνται  $m$  σύμβολα της εισόδου σε ένα. Ποιός είναι ο χρόνος εκτέλεσης  $T_{M_m}(n)$  της μηχανής  $M_m$ ;

*Να παραδοθούν μέχρι τις 5/4/2024.*