

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΠΡΩΤΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Γράψτε ένα πρόγραμμα σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran ή σε Matlab, το οποίο να προσεγγίζει μια ρίζα x^* μιας εξίσωσης $f(x) = 0$ με τη μέθοδο του Νεύτωνα. Δηλαδή το πρόγραμμά σας πρέπει να υπολογίζει τους όρους x_n της ακολουθίας

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

όπου x_0 δεδομένη αρχική τιμή. Το πρόγραμμα να τυπώνει τις τιμές n και x_{n+1} σε κάθε βήμα. Ως δεδομένα εισόδου, θα πρέπει να δίνονται η αρχική προσέγγιση x_0 και οι παράμετροι $TOL > 0$ (ανοχή σφάλματος) και $NMAX \in \mathbb{N}$ (μέγιστο πλήθος επαναλήψεων). Ως κριτήριο τερματισμού χρησιμοποιήστε το εξής: Όταν, για πρώτη φορά, $|x_{n+1} - x_n| \leq TOL$, τότε θεωρούμε το x_{n+1} ως «ρίζα». Για ασφάλεια εκτελούμε το πολύ $NMAX$ επαναλήψεις. Αν σε $NMAX$ επαναλήψεις δεν υπολογιστεί μια ρίζα με τη ζητούμενη ακρίβεια, τότε το πρόγραμμα να τερματίζει τυπώνοντας σχετικό μήνυμα.

Εφαρμογές

1. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση $f : [0, 1.5] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := x - \cos(2x)$, έχει ακριβώς μία ρίζα, η οποία είναι μάλιστα απλή. Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμά σας για να προσεγγίσετε την εν λόγω ρίζα, επιλέγοντας κατάλληλες αρχικές τιμές x_0 .
Υπολογίστε και προσεγγίσεις επιλέγοντας τις τιμές 0.01, 0.75, 1 και 1.49 ως αρχική τιμή x_0 και σχολιάστε τα αποτελέσματά σας.
2. Η συνάρτηση f , $f(x) := x^2 - 7$, $x \geq 1$, έχει μοναδική πραγματική ρίζα την $x^* = \sqrt{7}$. Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμά σας για να προσεγγίσετε τη $\sqrt{7}$. (Βεβαιωθείτε ότι για τον υπολογισμό των προσεγγίσεων δεν απαιτείται η εξαγωγή τετραγωνικών ριζών.)
3. Έστω α ένας θετικός αριθμός. Η συνάρτηση f , $f(x) := \alpha - \frac{1}{x}$, $x > 0$, έχει μοναδική πραγματική ρίζα την $x^* = 1/\alpha$. Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμά σας για να προσεγγίσετε το $1/\alpha$, για διάφορες τιμές του α . Χρησιμοποιήστε ως αρχική τιμή x_0 έναν αριθμό στο διάστημα $(0, 2/\alpha)$. Εξηγήστε αναλυτικά τον λόγο για τον οποίον περιορίζουμε την αρχική τιμή σε αυτό το διάστημα. (Βεβαιωθείτε επίσης ότι για τον υπολογισμό των προσεγγίσεων δεν απαιτούνται διαιρέσεις.)

Παράδοση

- Θα παραδώσετε ένα πρωτόκολλο με το πρόγραμμά σας και τα αποτελέσματα. Επίσης, κατά την παράδοση θα κληθείτε να εξηγήσετε πώς ακριβώς δουλεύει το πρόγραμμά σας, τι κάνει σε κάθε βήμα, να το τρέξετε στον υπολογιστή κ.λπ.
- Το πρόγραμμά σας πρέπει να περιέχει πολλά σχόλια, ώστε να μπορεί κανείς εύκολα να καταλάβει τι ακριβώς γίνεται σε κάθε βήμα.
- Κάθε φοιτητής πρέπει να ετοιμάσει το δικό του πρόγραμμα.
- Η παράδοση της πρώτης εργαστηριακής Άσκησης θα γίνει στο χρονικό διάστημα από τη Δευτέρα, 22-4-2013, έως την Παρασκευή, 26-4-2013, είτε σε έναν από τους βοηθούς, στον κ. Κωνσταντίνο Καλτσά ή στην κα. Μαρία Τριανταφύλλου, είτε στον διδάσκοντα.