

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Γράψτε δύο προγράμματα σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN ή σε Matlab, τα οποία να υλοποιούν τις επαναληπτικές μεθόδους του Jacobi και των Gauss–Seidel, αντίστοιχα, για την επίλυση γραμμικών συστημάτων $Ax = b$, με έναν αντιστρέψιμο τετραγωνικό πίνακα A με μη μηδενικά διαγώνια στοιχεία.

Εφαρμογές

Χρησιμοποιήστε τα προγράμματά σας για να λύσετε αριθμητικά τα ακόλουθα γραμμικά συστήματα με πίνακα συντελεστών A και δεξιό μέλος b .

Λάβετε υπ' όψιν σας τις εξής οδηγίες:

- Χρησιμοποιήστε σε όλες τις περιπτώσεις ως αρχική προσέγγιση $x^{(0)}$ το μηδενικό διάνυσμα, $x^{(0)} = 0$.
- Τυπώστε σε κάθε βήμα τόσο την προσέγγιση $x^{(m)}$ όσο και την Ευκλείδεια νόρμα της διαφοράς $x^{(m)} - x$, όπου x η ακριβής λύση.
- Χρησιμοποιήστε ως κριτήριο τερματισμού το εξής: Σταματάμε την εκτέλεση του προγράμματος όταν είτε το πλήθος των επαναλήψεων υπερβεί τις είκοσι είτε το σφάλμα $\|x^{(m)} - x\|_2$ γίνει μικρότερο του 10^{-4} , και τυπώνουμε σχετικό μήνυμα για τον λόγο για τον οποίο τερματίστηκε η εκτέλεση.

1^ο Παράδειγμα:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & & & 0 \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & 1 & 4 & 1 & \\ & & 1 & 4 & 1 \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ 0 & & & & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

2^ο Παράδειγμα:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 15 & -1 & 1 & 0 & -3 & 0 & 5 \\ -2 & -1 & 16 & 2 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 20 & 3 & 0 & 4 & 2 \\ -3 & -2 & -1 & 1 & 22 & -1 & 5 & 2 \\ -1 & -3 & -1 & 1 & -4 & 38 & 9 & 4 \\ 3 & -1 & 1 & -1 & -3 & 1 & 32 & 7 \\ -2 & 4 & 1 & -2 & -4 & -2 & 12 & 30 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ -20 \\ 13 \\ -13 \\ 23 \\ -37 \\ 27 \\ -23 \end{pmatrix}.$$

3^ο Παράδειγμα:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -\frac{7}{2} \\ 1 & 1 & \frac{7}{4} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -\frac{9}{2} \\ \frac{7}{4} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4^ο Παράδειγμα:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

[Οι λύσεις και στα τέσσερα Παραδείγματα έχουν συνιστώσες $1, -1, 1, \dots, -1$.]

Παράδοση

- Θα παραδώσετε ένα πρωτόκολλο με το πρόγραμμά σας και τα αποτελέσματα. Επίσης, κατά την παράδοση θα κληθείτε να εξηγήσετε πώς ακριβώς δουλεύει το πρόγραμμά σας, τι κάνει σε κάθε βήμα, να το τρέξετε στον υπολογιστή κ.λπ.
- Το πρόγραμμά σας πρέπει να περιέχει πολλά σχόλια, ώστε να μπορεί κανείς εύκολα να καταλάβει τι ακριβώς γίνεται σε κάθε βήμα.
- Κάθε φοιτητής πρέπει να ετοιμάσει το δικό του πρόγραμμα.
- Η παράδοση της πρώτης εργαστηριακής Άσκησης θα γίνει στο χρονικό διάστημα από την Τετάρτη, 23–5–2012, έως την Παρασκευή, 1–6–2012, είτε σε έναν από τους βοηθούς, στην κα. Ανθή Αναστασίου ή στον κ. Γρηγόρη Πιπεράγκα, είτε στον διδάσκοντα.