

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1^η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Θεωρούμε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\begin{cases} y'(t) = Ay(t), & 0 \leq t \leq 10, \\ y(0) = y_0, \end{cases} \quad \text{με } A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \text{ και } y_0 := \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

1. Βεβαιωθείτε ότι ο πίνακας A είναι *αντισυμμετρικός*, $A^T = -A$, και (συνεπώς) ότι το Ευκλείδειο εσωτερικό γινόμενο (Ax, x) μηδενίζεται, για κάθε διάνυσμα $x \in \mathbb{R}^3$, δηλαδή $(Ax, x) = 0$.
2. Βεβαιωθείτε ότι η Ευκλείδεια νόρμα της λύσης y είναι σταθερή, $\|y(t)\| = 5, 0 \leq t \leq 10$.
3. Διακριτοποιούμε αυτό το πρόβλημα με τρεις μεθόδους: την άμεση μέθοδο του Euler, την πεπλεγμένη μέθοδο του Euler, και τη μέθοδο του τραπεζίου, θεωρώντας έναν ομοιόμορφο διαμερισμό του διαστήματος $[0, 10]$, με βήμα h .
4. Πώς συμπεριφέρονται οι Ευκλείδειες νόρμες των προσεγγιστικών λύσεων y^n , για κάθε μια από αυτές τις μεθόδους;
5. Γράψτε ένα πρόγραμμα σε γλώσσα FORTRAN ή σε MATLAB, σε διπλή ακρίβεια, και προσδιορίστε τις προσεγγίσεις y^n , για κάθε μια από αυτές τις μεθόδους, τόσο με βήμα $h = 0.25$ όσο και με βήμα $h = 0.125$. Δοκιμάστε, αν θέλετε, και με άλλες τιμές του h . Τυπώστε τις Ευκλείδειες νόρμες των προσεγγίσεων y^n , για n τέτοια ώστε $nh = 0, 1, 2, \dots, 10$, δηλαδή για τις προσεγγίσεις της ακριβούς λύσης y στα σημεία $0, 1, 2, \dots, 10$.
6. Πώς συμπεριφέρονται οι Ευκλείδειες νόρμες των προσεγγιστικών λύσεων y^n ; Συγκρίνετε τα αριθμητικά αποτελέσματα με τα αντίστοιχα θεωρητικά σας αποτελέσματα, από το 4.

Παράδοση

- Θα παραδώσετε ένα πρωτόκολλο με το πρόγραμμά σας και τα αποτελέσματα. Επίσης, κατά την παράδοση θα κληθείτε να εξηγήσετε πώς ακριβώς δουλεύει το πρόγραμμά σας, τι κάνει σε κάθε βήμα, να το τρέξετε στον υπολογιστή κ.λπ.
- Το πρόγραμμά σας πρέπει να περιέχει πολλά σχόλια, ώστε να μπορεί κανείς εύκολα να καταλάβει τι ακριβώς γίνεται σε κάθε βήμα.

- Η παράδοση των εργαστηριακών Ασκήσεων θα γίνει στο χρονικό διάστημα από τη Δευτέρα, 11-1-2016, έως την Παρασκευή, 15-1-2016, σε ημέρα και ώρα που θα κανονίσετε εκ των προτέρων σε συνεννόηση με τον διδάσκοντα.

Παρακαλούνται όσοι από τους φοιτητές κανονίσουν να παραδώσουν την εργαστηριακή άσκηση μια συγκεκριμένη ώρα και δεν μπορέσουν να το κάνουν, να ενημερώσουν εγκαίρως τον διδάσκοντα.