

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### 1<sup>η</sup> ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Θεωρούμε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\begin{cases} y'(t) = Ay(t), & 0 \leq t \leq 10, \\ y(0) = y_0, \end{cases} \quad \text{με } A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \text{ και } y_0 := \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

1. Βεβαιωθείτε ότι ο πίνακας  $A$  είναι *αντισυμμετρικός*,  $A^T = -A$ , και (συνεπώς) ότι το Ευκλείδειο εσωτερικό γινόμενο  $(Ax, x)$  είναι μηδέν, για κάθε διάνυσμα  $x \in \mathbb{R}^3$ , δηλαδή  $(Ax, x) = 0$ .
2. Βεβαιωθείτε ότι η Ευκλείδεια νόρμα της λύσης  $y$  είναι σταθερή,  $\|y(t)\| = 5, 0 \leq t \leq 10$ .
3. Διακριτοποιούμε αυτό το πρόβλημα με την άμεση μέθοδο του Euler, με την πεπλεγμένη μέθοδο του Euler καθώς και με τη μέθοδο του τραπεζίου, θεωρώντας έναν ομοιόμορφο διαμερισμό του διαστήματος  $[0, 10]$ , με βήμα  $h$ . Πώς συμπεριφέρονται οι Ευκλείδειες νόρμες των προσεγγιστικών λύσεων  $y^n$ , για κάθε μία από αυτές τις μεθόδους;
4. Γράψτε ένα πρόγραμμα σε γλώσσα FORTRAN ή σε MATLAB, σε διπλή ακρίβεια, και προσδιορίστε τις προσεγγίσεις  $y^n$  με κάθε μία από τις τρεις προαναφερθείσες μεθόδους, τόσο με βήμα  $h = 0.25$  όσο και με βήμα  $h = 0.125$ . Δοκιμάστε, αν θέλετε, και με άλλες τιμές του  $h$ . Τυπώστε τις Ευκλείδειες νόρμες των προσεγγίσεων  $y^n$ , για  $n$  τέτοια ώστε  $nh = 0, 1, 2, \dots, 10$ , δηλαδή για τις προσεγγίσεις της ακριβούς λύσης  $y$  στα σημεία  $0, 1, 2, \dots, 10$ . Συγκρίνετε τα αριθμητικά αποτελέσματα με τα αντίστοιχα θεωρητικά σας αποτελέσματα, από το 3.

### Παράδοση

- Θα παραδώσετε ένα πρωτόκολλο με το πρόγραμμά σας και τα αποτελέσματα. Τις απαντήσεις στα θεωρητικά ερωτήματα μπορείτε να τις δώσετε σε χειρόγραφη μορφή. Τα αριθμητικά σας αποτελέσματα να τα παρουσιάσετε σε ένα κατάλληλο πινακάκι. Επίσης, κατά την παράδοση θα κληθείτε να εξηγήσετε πώς ακριβώς δουλεύει το πρόγραμμά σας, τι κάνει σε κάθε βήμα, να το τρέξετε στον υπολογιστή κ.λπ.

- Το πρόγραμμά σας πρέπει να περιέχει πολλά σχόλια, ώστε να μπορεί κανείς εύκολα να καταλάβει τι ακριβώς γίνεται σε κάθε βήμα.
- Η παράδοση της πρώτης εργαστηριακής Άσκησης θα γίνει στο χρονικό διάστημα από την Τετάρτη, 11-12-2013, έως την Παρασκευή, 20-12-2013, είτε σε έναν από τους βοηθούς στο μάθημα, στην κα Ευφροσύνη Γατσώρη (egatsori@cs.uoi.gr) ή στον κ. Θεόφιλο Χαμάλη (thchama@cs.uoi.gr), είτε στον διδάσκοντα. Κάθε φοιτητής πρέπει να επικοινωνήσει προκαταβολικά με όποιον επιθυμεί να παραλάβει την Άσκησή του ώστε από κοινού να καθορίσουν την ημερομηνία και ώρα της παράδοσης.