

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1^η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Βεβαιωθείτε ότι η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών για το 2×2 σύστημα Σ.Δ.Ε. με αγνώστους $x(t)$, $y(t)$,

$$\begin{cases} x'(t) = 998x(t) + 1998y(t), & t \geq 0, \\ y'(t) = -999x(t) - 1999y(t), & t \geq 0, \\ x(0) = y(0) = 1, \end{cases}$$

είναι $x(t) = 4e^{-t} - 3e^{-1000t}$, $y(t) = -2e^{-t} + 3e^{-1000t}$.

Παραστήστε γραφικά τις λύσεις $x(t)$ και $y(t)$. Παρατηρήστε ότι όταν το t δεν είναι πολύ κοντά στο μηδέν, οι $x(t)$ και $y(t)$ προσεγγίζονται πολύ καλά από τις συναρτήσεις $\tilde{x}(t) := 4e^{-t}$ και $\tilde{y}(t) := -2e^{-t}$, αντίστοιχα, αφού η e^{-1000t} λαμβάνει πολύ μικρότερες τιμές από την e^{-t} .

Γράψτε ένα πρόγραμμα σε γλώσσα FORTRAN ή σε MATLAB, σε διπλή ακρίβεια, και προσδιορίστε προσεγγίσεις της τιμής της λύσης στο σημείο $T = 1$ με τις μεθόδους του Euler (τόσο την άμεση όσο και την πεπλεγμένη) καθώς και με τη μέθοδο του τραπεζίου. Χρησιμοποιήστε ομοιόμορφους διαμερισμούς του διαστήματος $[0, 1]$, έναν με 51 και έναν με 101 κόμβους, δηλαδή με βήμα $h = 0.02$ και $h = 0.01$, αντίστοιχα. Δοκιμάστε, αν θέλετε, και με άλλες τιμές του h .

[Το βήμα της άμεσης μεθόδου του Euler, φερ' ειπείν, για το συγκεκριμένο πρόβλημα αρχικών τιμών είναι:

$$\begin{cases} x^{n+1} = x^n + h(998x^n + 1998y^n) \\ y^{n+1} = y^n - h(999x^n + 1999y^n). \end{cases}$$

Τυπώστε και κάποιες προσεγγίσεις x^n , y^n για μικρό n , για να διαπιστώσετε ότι η άμεση μέθοδος του Euler δίνει κακές προσεγγίσεις για το εν λόγω πρόβλημα.

Παράδοση

- Θα παραδώσετε ένα πρωτόκολλο με το πρόγραμμά σας και τα αποτελέσματα. Επίσης, κατά την παράδοση θα κληθείτε να εξηγήσετε πώς ακριβώς δουλεύει το πρόγραμμά σας, τι κάνει σε κάθε βήμα, να το τρέξετε στον υπολογιστή κ.λπ.
- Το πρόγραμμά σας πρέπει να περιέχει πολλά σχόλια, ώστε να μπορεί κανείς εύκολα να καταλάβει τι ακριβώς γίνεται σε κάθε βήμα.

- Η παράδοση των εργαστηριακών Ασκήσεων θα γίνει στο χρονικό διάστημα από 15-12-2011 έως 21-12-2011, σε ημέρα και ώρα που θα κανονίσετε εκ των προτέρων σε συνεννόηση με τον διδάσκοντα.

Παρακαλούνται όσοι από τους φοιτητές κανονίσουν να παραδώσουν την άσκηση μια συγκεκριμένη ώρα και δεν μπορέσουν να το κάνουν, να ενημερώσουν εγκαίρως τον διδάσκοντα.